

6 Parametry náhradního schématu

Úspěšný výpočet parametrů náhradního schématu elektrického stroje je klíčový pro dva významné výstupy při jeho návrhu – jednak výpočet ztrát (v případě odporů stroje) a jednak pro potřeby závěrečné kontroly fázorového diagramu, která umožňuje posoudit správnost výchozí volby provozních parametrů stroje (účinníku), ale třeba i správnost navrženého buzení.

V případě odporu, který je frekvenčně nezávislý, se literatura vesměs shoduje ve způsobu jeho výpočtu, i když v některých případech dochází k mírným odchylkám v interpretaci některých dílčích výsledků. Odlišná situace se ale týká výpočtu indukčností stroje. Ty běžně dosud v literatuře nejsou samostatně určovány a namísto nich se počítají přímo reaktance stroje (např. [4], [3], [6]). Historicky je tento přístup dán tím, že se a priori předpokládalo, že stroj bude napájen ze sítě, tzn. ze zdroje s konstantní frekvencí, a tedy i výsledný součin úhlové frekvence zdroje a jeho indukčností bude konstantní.

S nárůstem podílu strojů řízených z polovodičových měničů se však pojem „reaktance“ stává spíše překážkou a jako vhodnější se ukazuje výpočet indukčností. Ty jsou (alespoň v rámci možností analytického výpočtu) frekvenčně nezávislé a slouží jako významný vstup pro potřeby simulací a návrhu řízení stroje. Z tohoto důvodu je v dalším textu v maximální možné míře využíváno přímo výpočtu indukčností a reaktance stroje jsou využívány pouze tam, kde je jejich použití opodstatněné.

6.1 Odporů vinutí

V případě odporů vinutí je samotný výpočet tohoto parametru poměrně jednoduchý a nejnáročnější částí výpočtu je dostatečně přesné určení délky vodiče vinutí. Odporů samotné se pak určují pro dvojí teplotu – pro 20 °C a pro výslednou pracovní teplotu stroje. Nejčastějšími materiály, které se pro výrobu vinutí používají jsou měď, v případě některých specifických aplikací hliník a jako doplňkový materiál, zejména pro dvojité klece asynchronních motorů, se používají slitiny mědi – mosazi a bronzy.

Z uvedených materiálů má nejlepší vodivost měď ($\gamma_{Cu} = 58,5 \text{ MS/m}$ při 20 °C), s tím, že její teplotní součinitel odporu je $\alpha_{Cu} = 0,00429 \text{ K}^{-1}$. Její nevýhodou je značně vysoká hustota ($\rho_{Cu} = 8900 \text{ kg/m}^3$), což vede i na značný hmotnostní podíl ve stroji. V případě hliníku je jeho vodivost sice nižší ($\gamma_{Al} = 35,4 \text{ MS/m}$ při 20 °C) a má též mírně horší teplotní součinitel odporu ($\alpha_{Al} = 0,0044 \text{ K}^{-1}$), nicméně díky své nízké hustotě ($\rho_{Cu} = 2700 \text{ kg/m}^3$) je velmi vhodný pro použití v aplikacích, které vyžadují velmi nízkou hmotnost stroje (letectví atp.).

V minulosti se hliník běžně používal pro odlévání klecí asynchronních strojů, přičemž jeho značnou výhodou zde byla jeho nízká viskozita v tekutém stavu a nízká teplota tání, díky čemuž byla tato výroba snadná a levná. Vynucený přechod na výrobu klecí nakrátko z mědi [7], která má vyšší teplotu tání a je značně viskózní, ta vedl ke zvýšení náročnosti a tedy i ceny výroby takovýchto strojů.

Vztah mezi měrným odporem materiálu při teplotě ϑ a referenční teplotě ϑ_0 je vyjádřen při běžných teplotách vztahem

$$\rho_{\vartheta} = \rho_0 [1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)] , \quad (6.1)$$

což lze převést v případě vodivosti na vztah

$$\gamma_{\vartheta} = \frac{\gamma_0}{1 + \alpha(\vartheta - \vartheta_0)} . \quad (6.2)$$

Odpor pak lze určit ze známého vztahu

$$R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{l}{S} , \quad (6.3)$$

kde γ je vodivost materiálu při dané teplotě,

l je celková délka vodiče vinutí,

a S je průřez vodičů vinutí.

Délka vodiče vinutí je dána počtem závitů vinutí v sérii N_s a délkou závitu cívky l_c , který se skládá z drážkové strany a strany odpovídající čelu vinutí

$$l_c = 2(l_d + l_{\zeta}) . \quad (6.4)$$

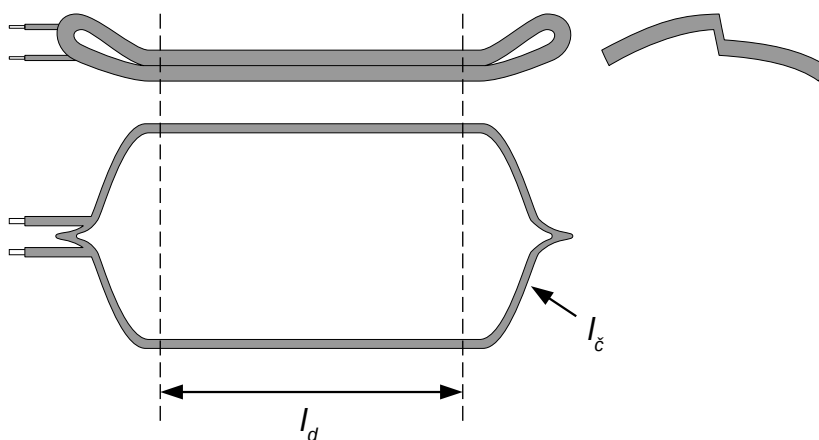
Délka drážkové (lineární) části cívky pak odpovídá délce plechového svazku stroje (paketu) s případnými radiálními ventilačními kanály zvětšený o takzvaný výběh z drážky. Tento výběh je tvořen čistě lineární částí cívky ještě před jejím ohybem do tvaru čela vinutí a jeho velikost je ryze technologickým prvkem a může se pohybovat od jednotek milimetrů až po jednotky centimetrů.

Ovlivňuje jej mimo jiné možnost přesného tváření čela cívky, ale i přítomnost a tloušťka stahovacích desek na koncích paketu stroje. Zcela obecně tak lze zapsat délku drážkové (lineární) části stroje jako

$$l_d = n_s l_s + (n_s - 1) l_v + 2 l_{vyb} , \quad (6.5)$$

kde l_{vyb} je délka lineárního výběhu stroje z drážky.

Délku čela vinutí je pak třeba určit zjednodušeně za pomoci známé geometrie čela cívky vinutí. U strojů s vsypávaným vinutím jde vesměs o obloukové na sebe navazující úseky, zatímco u vkládaného vinutí odpovídajícího tvarem cívice na obr. 6.1 lze využít známého úhlu, který svírá čelo vi-



Obr. 6.1: Profil cívky smyčkového vinutí

nutí s pakem stroje α_c . Střední délku čela vinutí lze pak určit (s uvažováním radiálního vyklonění čel α a půlkruhového profilu oka čela vinutí R_o) jako

$$l_c = \frac{\pi(D_1 \pm h_d)\beta}{2p \cos \alpha_c \cos \alpha} + \pi R_o, \quad (6.6)$$

kde je třeba aplikovat znaménko „+“ na drážky umístěné po vnější straně vzduchové mezery (většinou statoru) a znaménko „-“ na drážky umístěné na vnitřní straně vzduchové mezery (většinou rotoru).

Průřez fázového vodiče stroje pak ovlivňuje navržená topologie vinutí, tzn. použitý počet paralelních vodičů n_p , případně počet paralelních větví stroje ($a_{\sim}$ pro střídavá vinutí, $2a_{\sim}$ pro stejnosměrná vinutí). S uvažováním všech uvedených vlivů pak vztah (6.3) přechází do tvaru

$$R = \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{N_s l_c}{a_{\sim} n_p S_v}, \quad (6.7)$$

kde S_v je průřez elementárního vodiče vinutí.

Při průchodu střídavého proudu vinutí však dochází k dodatečnému vývinu vířivých proudů, které dále zatěžují vodiče přídatnými ztrátami. V porovnání s odporem měřeným dle (6.7) tak dochází k nárůstu odporu, který je vyjádřen koeficientem $k_{\sim}$ - tedy koeficientem nárůstu odporu vinutí při průchodu střídavého proudu. Tento koeficient lze zanedbat, je-li výška vodiče v drážce značně menší, nežli hloubka vniku při dané frekvenci, která je

$$a = \sqrt{\frac{2}{2\pi\mu_0\gamma f}}. \quad (6.8)$$

Výpočet koeficientu nárůstu odporu vinutí $k_{\sim}$ pak vychází z výpočtu vířivých proudů pro vodič umístěný v drážce [8] a využívá tzv. poměrné hloubky vniku

$$\zeta = \frac{h_v}{a}, \quad (6.9)$$

a jeho velikost je

$$k_{\sim} = \zeta \frac{\sinh 2\zeta - \sin 2\zeta}{\cosh 2\zeta - \cos 2\zeta}. \quad (6.10)$$

Odpor vinutí pro danou frekvenci (případně harmonickou složku proudu) je pak

$$R_{\sim} = k_{\sim} R. \quad (6.11)$$

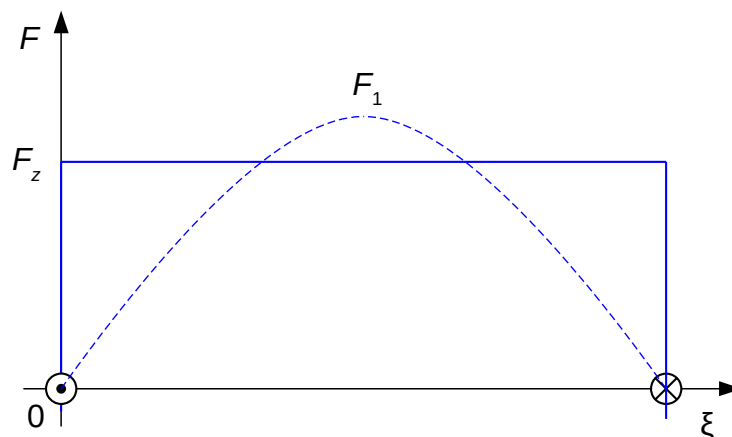
7 Pro měď je při 20 °C a frekvenci 50 Hz hloubka vniku 9,35 mm.

6.2 Indukčnosti stroje

Indukčnosti stroje významným způsobem ovlivňují jeho chování, proto je třeba jim při výpočtu stroje věnovat zvláštní pozornost. Propisují se například do dynamického chování synchronních strojů (například při kývání), ale zároveň určují i velikost zvlnění proudu při napájení z polovodičových měničů. Vhodně zvolená hodnota výsledné indukčnosti stroje pak určuje i jeho přetížitelnost a účinnost, neboť právě indukčnost je hlavním obvodovým parametrem stroje jakožto spotřebiče elektrické energie.

6.2.1 Magnetizační indukčnost

Magnetizační indukčnost stroje vyjadřuje vzájemnou vazbu mezi statorem a rotorem stroje, přičemž v nějaké formě je přítomná u všech typů elektrických strojů. Jak bude ukázáno dále, její velikost je velmi těsně spjata s velikostí vzduchové mezery, přičemž jí mohou značně ovlivňovat i případné permanentní magnety. Odvodit lze velikost magnetizační z magnetického pole jednoho závitu vinutí, které má obdélníkový průběh a velikost generovaného magnetického napětí je



Obr. 6.2: Magnetické pole jednoho závitu vinutí

$$F_z = I_m \quad (6.12)$$

Amplituda základní harmonické tohoto pole je

$$F_1 = \frac{4}{\pi} I_m \quad (6.13)$$

přičemž v reálu je vinutí tvořeno N_s závitů v sérii, které jako celek mají činitel vinutí základní harmonické k_{v1} a jsou rozprostřeny přes $2p$ pólů. Pro celou jednu fázi tak lze psát

$$F_{m1} = \frac{4}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{v1} I_m}{2p} \quad (6.14)$$

U obecně m -fázového stroje roste amplituda magnetického napětí $m/2$ -krát, vztah (6.14) tak přechází do tvaru

$$F_m = \frac{m}{\pi} \cdot \frac{N_s k_{v1} I_m}{p} \quad (6.15)$$

což je amplituda točivého pole kotvy. Známe-li elektromagnetickou velikost vzduchové mezery δ' , lze při zanedbání úbytku magnetického napětí na magnetickém obvodu psát

$$H_{\delta} = \frac{F_m}{\delta'} \quad (6.16)$$

a prostorové rozložení magnetického pole ve vzduchové mezeře je

$$H(\xi) = H_{\delta} \cos \xi \quad (6.17)$$

Známe-li rozložení intenzity magnetického pole ve vzduchové mezeře, je možné určit magnetizační indukčnost z magnetické energie ve vzduchové mezeře, jejíž hustota je

$$w_m = \int B dH = \mu_0 H^2 = \mu_0 H_{\delta}^2 \cos^2 \xi \quad (6.18)$$

Celková magnetická energie ve vzduchové mezeře je pak

$$W_m = \int_{V_{\delta}} w_m dV = \int_0^{l_i} \int_0^{\delta'} \int_0^{p2\pi} w_m(\xi) d\xi dr dz \quad (6.19)$$

Po dosazení, substituci a výpočtu je pak energie ve vzduchové mezeře

$$W_m = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{m}{\pi} N_s k_{v1} I_m \right)^2 \frac{t_p l_i}{p \delta'} \quad (6.20)$$

Magnetická energie jedné fáze je přitom

$$W_{m1} = \frac{1}{2} L_{\mu} I_m^2 \quad (6.21)$$

přičemž pro m fází je

$$W_m = \frac{m}{2} W_{m1} = \frac{m}{4} L_{\mu} I_m^2 \quad (6.22)$$

Porovnáním s (6.20) dostáváme

$$L_{\mu} = 2 \mu_0 \frac{m}{p} \left(\frac{N_s k_{v1}}{\pi} \right)^2 \frac{t_p l_i}{\delta'} \quad (6.23)$$

Hodnota uvedená v (6.23) pak odpovídá nesycené hodnotě magnetizační indukčnosti, pro obdržení její sycené hodnoty je třeba dosadit za hodnotu velikosti vzduchové mezery hodnotu δ'' .

6.2.2 Rozptylová indukčnost

Rozptylová indukčnost stroje vystihuje veškerou energii magnetického pole stroje, která není využita v tvorbě momentu. To odpovídá jednak rozptylovým polím v drážce a kolem čel vinutí, ale též harmonickým složkám magnetického pole, které se též aktivně nepodílejí na tvorbě momentu stroje. Výpočetně je tedy třeba samostatně určit:

- drážkový rozptyl
- rozptyl čel vinutí
- diferenční rozptyl harmonických složek magnetického pole

Drážkový rozptyl se přitom skládá z rozptylu daného magnetickým polem vodiče v drážce (jak je naznačeno na obr. 6.3) a rozptylového pole, které se uzavírá přes otevření drážky. Pro jeden vodič v drážce tak lze odvodit vztah

$$L_{\sigma v} = \mu_0 \frac{h_1}{3b_d} I_{Fe} + \mu_0 \frac{h_o}{b_o} I_{Fe} \quad (6.24)$$

Tento tvar je však platný pouze pro jediný tvar drážky a jeden vodič, proto se obecně používá tvar

$$L_{\sigma v} = \mu_0 I_{Fe} (\lambda_d + \lambda_o) \quad (6.25)$$

kde λ_d je činitel drážkového rozptylu
a λ_o je činitel rozptylu otevření drážky.

Indukčnost celé cívky je pak dána čtvercem indukčnosti vodičů v sérii

$$L_{\sigma c} = L_{\sigma v} N_v^2 \quad (6.26)$$

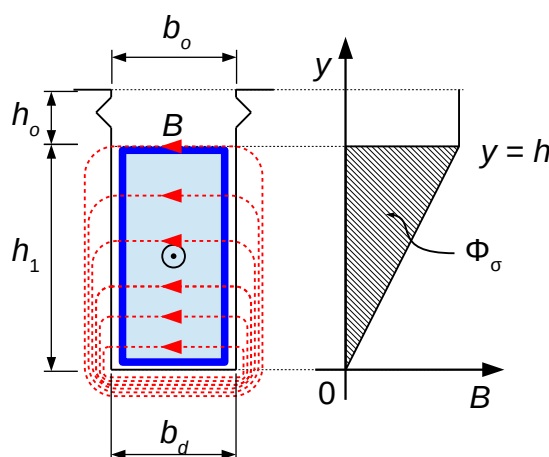
přičemž počet vodičů v sérii lze zapsat jako

$$N_v = 2 N_c = 2 \frac{N_s}{2pq} = \frac{N_s}{pq} \quad (6.27)$$

Pro jednu fázi pak připadá

$$K_f = \frac{Q}{m} = \frac{2pmq}{m} = 2pq \quad (6.28)$$

cívek, takže celková hodnota rozptylové indukčnosti drážkové části fáze bude



Obr. 6.3: Rozptylové magnetické pole v drážce

$$L_{\sigma d} = C L_{\sigma v} N_v^2 = 2 p q L_{\sigma v} \left(\frac{N_s}{p q} \right)^2 = 2 \mu_0 \frac{N_s^2}{p q} (\lambda_d + \lambda_o) l_{Fe} . \quad (6.29)$$

Tento vztah je obecně platný pro jednovrstvá vinutí a zubová vinutí s cívkovými stranami vedle sebe, přičemž činitelé λ_d a λ_o jsou tabelizováni v literatuře dle tvaru drážky. V případě dvouvrstvých trojfázových vinutí jsou tyto činitelé dále rozšířeni o činitele kroku

$$k_{\beta}' = \frac{1}{4}(1 + 3\beta) \quad (6.30)$$

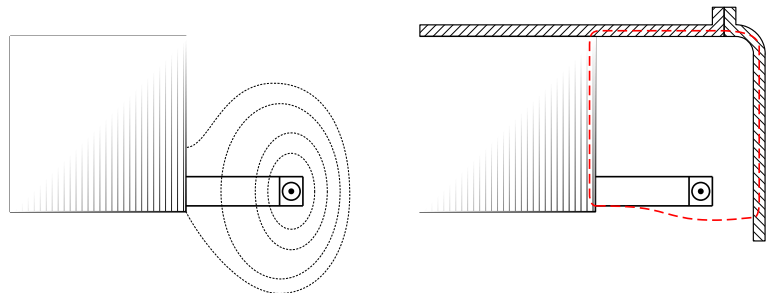
a

$$k_{\beta} = \frac{1}{4}(1 + 3k_{\beta}'), \quad (6.31)$$

pro dvouvrstvá třífázová vinutí je pak drážková rozptylová indukčnost

$$L_{\sigma d} = 2 \mu_0 \frac{N_s^2}{p q} (\lambda_d k_{\beta} + \lambda_o k_{\beta}') l_{Fe} . \quad (6.32)$$

Obdobně pak lze výpočet rozšířit o činitel rozptylu oblasti čel λ_{ε} , který popisuje rozptylové pole v čelech vinutí. Toto magnetické pole je značně komplikované a kromě oblasti v okolí čel může procházet též konstrukčními částmi stroje. Tomu odpovídá náročnost jeho výpočtu, proto se běžně používají zjednodušené vztahy, jako například



Obr. 6.4: Rozptylové pole v okolí čel vinutí

$$\lambda_{\varepsilon} = 0,34 \frac{q}{l} (l_{\varepsilon} - 0,64 \beta t_p) . \quad (6.33)$$

Poslední složkou rozptylové indukčnosti je pak diferenční rozptyl, který je svázaný s magnetizační indukčností stroje. Označíme-li pak sumu činitele drážkového rozptylu a rozptylu otevíření λ_{do} , je konečný tvar pro výpočet rozptylové indukčnosti vinutí

$$L_{\sigma} = 2 \mu_0 \frac{N_s^2}{p q} (\lambda_{do} + \lambda_{\varepsilon}) l_{Fe} + \tau_{dif} L_{\mu} , \quad (6.34)$$

kde pro jednovrstvá a zubová vinutí je

$$\lambda_{do} = \lambda_d + \lambda_o \quad (6.35)$$

a pro dvouvrstvá

$$\lambda_{do} = \lambda_d k_\beta + \lambda_o k_\beta' \quad (6.36)$$

s tím, že v případě použití magnetických klínů je třeba činitel otevření drážky násobit relativní permeabilitou magnetických klínů (bývá cca $\mu_r \rightarrow 3$ [9]).

6.3 „Odpor železa“

Jediný přímo neměřitelný prvek náhradního schématu je takzvaný „odpor železa“, který obvodově reprezentuje ztráty, vznikající v magnetickém obvodu. V náhradních schématech se zpravidla pokládá paralelně k indukovanému napětí a symbolizuje ztráty v železe odporem s ekvivalentními Jouleovými ztrátami. Má-li platit

$$\Delta P_{Fe} = m R_{Fe} I_{Fe}^2, \quad (6.37)$$

přičemž z Ohmova zákona lze dosadit

$$I_{Fe} = \frac{U_i}{R_{Fe}} \quad (6.38)$$

a vychází

$$\Delta P_{Fe} = m \frac{U_i^2}{R_{Fe}}. \quad (6.39)$$

Odtud vychází odpor železa

$$R_{Fe} = m \frac{U_i^2}{\Delta P_{Fe}}. \quad (6.40)$$