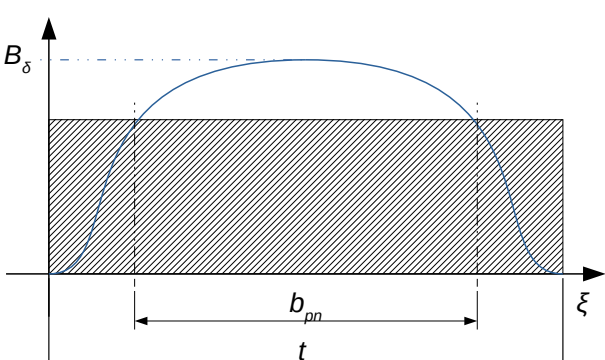
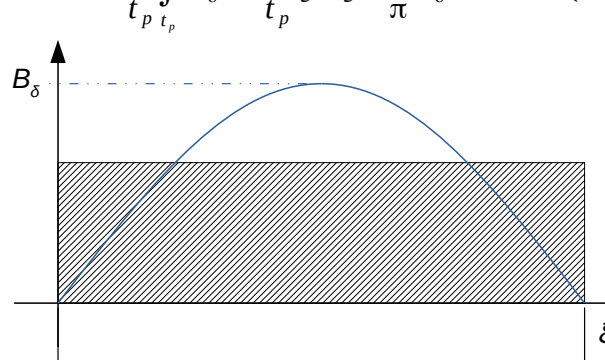


2 Výkonová rovnice pro točivé elektrické stroje

Jádrem návrhu elektrických strojů je tzv. výkonová rovnice. Tato rovnice popisuje vztah mezi rozměry elektrického stroje a jeho výkonem, respektive momentem. Jak bude níže ukázáno, ať již navrhujeme stejnosměrný nebo střídavý elektrický stroj, při návrhu lze vycházet ze shodné rovnice.

V rámci návrhu je uvažována řada veličin, přičemž zásadním rozdílem mezi návrhem střídavého a stejnosměrného stroje je uvažování efektivních hodnot napětí a proudů v návrhu střídavého stroje, zatímco v případě návrhu stejnosměrného stroje jsou uvažovány střední hodnoty. Pro magnetické veličiny (indukce B , magnetický tok Φ , magnetické napětí F , resp. U_m , intenzita magnetického pole H) jsou pak shodně uvažovány maximální hodnoty (amplitudy) těchto veličin.

Samotný návrh stroje se pak zpravidla provádí pro stanovený výkon/moment, přičemž obojí je dáno tzv. vnitřním výkonem stroje P_i , který je úměrný indukovanému napětí a proudu strojem. Porovnejme nyní stejnosměrné a střídavé stroje z hlediska indukovaného napětí.

Stejnospměrné stroje	Střídavé stroje
Indukované napětí do jednoho závitu je definováno jako	Indukované napětí do jednoho závitu vinutí je definováno jako
$U_{iv} = B_m l v \quad (2.1)$	$u_i = -\frac{d\Phi}{dt} \quad (2.3)$
Pro střední hodnotu indukovaného napětí musí být uvažována též střední hodnota indukce ve vzduchové mezeře, tzn.	Pro magnetický tok uvažujeme harmonický časový průběh
$B_m = \frac{1}{t_p} \int_{t_p} B(\xi) d\xi \quad (2.2)$	$\Phi(t) = \Phi \cos \omega_1 t \quad (2.4)$
V tomto případě jde o integrál zploštělého průběhu indukce ve vzduchové mezeře o amplitudě B_δ přes pólovou rozteč t_p . Tento integrál pak odpovídá vyšrafované ploše v Obr. 2.1 a je úměrný zejména šíři pólového nástavce b_{pn} .	Velikost amplitudy magnetického toku vzduchovou mezerou stroje je pak třeba určit ze střední hodnoty indukce ve vzduchové mezeře. Předpokládáme-li harmonický průběh B_δ , jde o integrál
	$B = \frac{1}{t_p} \int_{t_p} B_\delta \sin \frac{\pi}{t_p} \xi d\xi = \frac{2}{\pi} B_\delta \quad (2.5)$
	
Obr. 2.1: Indukce ve vzduchové mezeře stejnosměrného stroje	Obr. 2.2: Indukce ve vzduchové mezeře střídavého stroje

Pro potřeby určení střední hodnoty indukce ve vzduchové mezeře se zavádí tzv. činitel pólového krytí α_δ , definovaný jako

$$\alpha_\delta = \frac{b_{pn}}{t_p}, \quad (2.6)$$

za pomoci kterého lze určit střední hodnotu indukce ve vzduchové mezeře jako

$$B = \alpha_\delta B_\delta. \quad (2.7)$$

Rychlost pohybu vodiče stejnosměrného stroje pak lze určit jako

$$v = \omega r = \frac{\omega_1}{p} r, \quad (2.8)$$

kde r je poloměr daný průměrem kotvy D_1 ,
 ω je mechanická rychlost otáčení stroje,
 ω_1 je úhlová frekvence ve vodičích vinutí,
a p je počet pólpárů stroje.

Vztah (2.8) tak lze upravit na

$$v = \frac{2\pi f}{p} \cdot \frac{D_1}{2} = \frac{\pi D_1}{p} f, \quad (2.9)$$

kde poměr obvodu kotvy a počtu pólpárů má význam dvojnásobku pólové rozteče stroje, dostáváme tedy

$$v = 2 t_p f. \quad (2.10)$$

Po dosazení do (2.1) dostáváme

$$U_{iv} = \alpha_\delta B_\delta l 2 t_p f = 2 \Phi f. \quad (2.11)$$

Vinutí stroje je ovšem složeno z N_s závitů v sérii, které mají činitel kroku vinutí k_{y1} a každý ze závitů je tvořen dvěma cívkovými stranami. Pro stejnosměrný stroj tak dostáváme vztah pro indukované napětí

$$U_i = 4 N_s k_{y1} \Phi f. \quad (2.12)$$

Pokud porovnáme obě hodnoty indukovaných napětí, dostáváme za předpokladu shodného počtu závitů v sérii, činitelů kroku a vinutí, frekvence a magnetického toku

Porovnáme-li výsledek vztahu (2.5) se vztahem (2.7) pro stejnosměrné stroje, je zřejmé, že i pro střídané stroje lze zavést tzv. elektromagnetický činitel pólového krytí, který je pro harmonický průběh indukce ve vzduchové mezeře roven $\alpha_\delta = 2/\pi$.

Magnetický tok ve vzduchové mezeře střídavého stroje je pak roven

$$\Phi = \int_{S_\delta} B dS = \int_{t_p} \int_l \alpha_\delta B_\delta dl d\xi = \alpha_\delta B_\delta t_p l \quad (2.13)$$

Derivací (2.4) dostáváme

$$u_i = -\frac{d}{dt}(\Phi \cos \omega_1 t) = \omega_1 \Phi \sin \omega_1 t, \quad (2.14)$$

tedy harmonický průběh napětí o amplitudě

$$U_{im} = \omega_1 \Phi = 2\pi f \Phi. \quad (2.15)$$

Jeho efektivní hodnota je pak

$$U_i = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \Phi f. \quad (2.16)$$

Pro vinutí o N_s závitů v sérii a činiteli vinutí k_{v1} tak dostáváme výsledný vztah

$$U_i = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_s k_{v1} \Phi f, \quad (2.17)$$

který je známý též jako

$$U_i = 4,44 N_s k_{v1} \Phi f. \quad (2.18)$$

$$\frac{U_{iAC}}{U_{iDC}} = \frac{\frac{2\pi}{\sqrt{2}} N_s k_{v1} \Phi f}{4 N_s k_{y1} \Phi f} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} = k_B \quad (2.19)$$

Tedy tzv. činitel tvaru magnetického pole. S jeho pomocí lze zapsat indukované napětí obecně jako

$$U_i = 4 k_B N_s k_{v1} \Phi f \quad (2.20)$$

přičemž v závislosti na typu stroje je $k_B = 1$ pro stejnosměrné stroje a $k_B = 1,11$ pro střídavé stroje.

Činitel tvaru magnetického pole k_B je pak definován jako poměr mezi efektivní a střední hodnotou indukce ve vzduchové mezeře, tj.

$$k_B = \frac{B_{ef}}{B_m} \quad (2.21)$$

Činitel α_δ je nazýván elektromagnetickým činitelem pólového krytí elektrického stroje a udává poměr velikosti střední hodnoty indukce ve vzduchové mezeře vůči její amplitudě, tj. je definován jako

$$\alpha_\delta = \frac{B_m}{B_\delta} \quad (2.22)$$

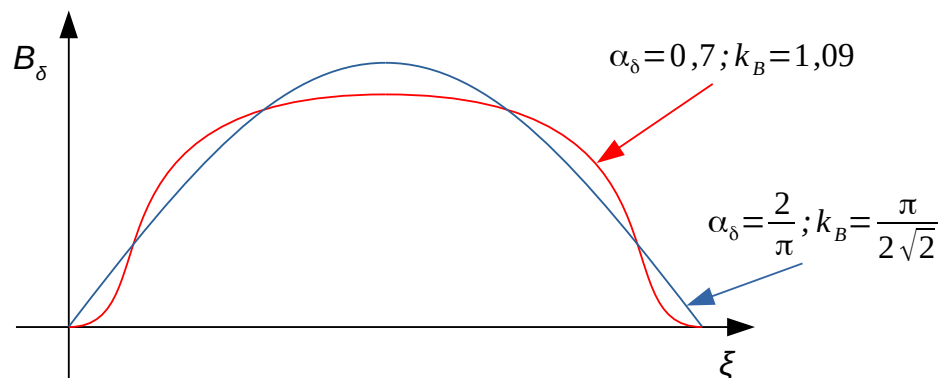
U stejnosměrných strojů, strojů s permanentními magnety a elektricky buzených synchronních strojů se pak vyskytuje činitel α_m – činitel mechanického pólového krytí. Mezi oběma činiteli existuje díky okrajovému jevu úzký vztah, přičemž hodnotou jsou si oba činitelé velmi blízcí a v některé literatuře ani nejsou rozlišováni. Mechanický činitel pólového krytí je přitom definován jako

$$\alpha_m = \frac{b_{pn}}{t_p} \quad (2.23)$$

a platí, že α_δ se blíží α_m , přičemž α_m je větší, nežli α_δ . Pro ideální sinusový průběh indukce ve vzduchové mezeře platí, že hodnoty výše uvedených činitelů jsou

$$\alpha_\delta = \frac{2}{\pi} \wedge k_B = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \quad (2.24)$$

přičemž pro základní iteraci návrhu střídavých strojů lze vycházet z těchto hodnot. V závislosti na tvaru pólových nástavců či magnetů (stejnosměrné stroje, synchronní stroje, stroje s permanentními magnety) a sycení (asynchronní stroje) se hodnoty obou činitelů mění, přičemž α_δ roste a k_B mírně klesá.



Obr. 2.3: Hodnoty činitelů α_δ a k_B pro odlišné tvary magnetického pole ve vzduchové mezeře

Samotný výkon elektrického stroje pak lze určit na základě vnitřního výkonu stroje P_i . Ten u stejnosměrných strojů odpovídá skutečně činnému vnitřnímu výkonu, zatímco u střídavých strojů jde o vnitřní zdánlivý výkon S_i .

Stejnoseměrné stroje	Střídavé stroje
Vnitřní výkon stroje je $P_i = U_i I \quad , \quad (2.25)$	Zdánlivý vnitřní výkon m -fázového stroje je v tomto případě $S_i = m U_i I \quad , \quad (2.31)$
tedy po dosazení za indukované napětí $P_i = 4 N_s k_{y1} \Phi f I \quad . \quad (2.26)$	což dává po dosazení za indukované napětí $S_i = m 4 k_B N_s k_{v1} \Phi f I \quad . \quad (2.32)$
Zavedme lineární proudovou hustotu definovanou jako $A = \frac{\sum I}{\pi D_1} \quad , \quad (2.27)$	Ekvivalentně ke stejnosměrným strojům lze zavést lineární proudovou hustotu m -fázovým strojem jako $A = \frac{2 m N_s a_{\sim} \frac{I}{a_{\sim}}}{\pi D_1} = \frac{2 m N_s I}{\pi D_1} \quad , \quad (2.33)$
přičemž suma proudů strojem je dána jako počet vodičů V násobený proudem těmito vodiči I_v . Z počtu závitů v sérii a počtu paralelních větví stejnosměrného vinutí $a_{\sim}$ dostáváme $A = \frac{V I_v}{\pi D_1} = \frac{2 N_s a_{\sim} \frac{I}{a_{\sim}}}{\pi D_1} = \frac{2 N_s I}{\pi D_1} \quad . \quad (2.28)$	a odtud odvodit velikost proudu strojem $I = \frac{\pi D_1 A}{2 m N_s} \quad . \quad (2.34)$
Odtud je proud strojem $I = \frac{\pi D_1 A}{2 N_s} \quad . \quad (2.29)$	Vnitřní zdánlivý výkon střídavého stroje je tak $S_i = m 4 k_B N_s k_{v1} \Phi f \frac{\pi D_1 A}{2 m N_s} \quad (2.35)$
Vnitřní výkon stejnosměrného stroje je po dosazení $P_i = 4 N_s k_{y1} \Phi f \frac{\pi D_1 A}{2 N_s} = 2 \pi A k_y D_1 \Phi f \quad (2.30)$	a po úpravě $S_i = 2 \pi A k_{v1} k_B D_1 \Phi f \quad . \quad (2.36)$

V obou případech lze dosadit za magnetický tok

$$\Phi = \alpha_{\delta} B_{\delta} t_p l \quad , \quad (2.37)$$

frekvenci

$$f = \frac{pn}{60} \quad (2.38)$$

a pólovou rozteč

$$t_p = \frac{\pi D_1}{2p} \quad (2.39)$$

Pak vychází pro stejnosměrný stroj

$$P_i = 2\pi \alpha_\delta B_\delta A k_{y1} D_1 \frac{\pi D_1}{2p} l \frac{pn}{60} \quad (2.40)$$

což je po úpravě

$$P_i = \frac{\pi^2}{60} \alpha_\delta B_\delta A k_{y1} D_1^2 l n \quad (2.41)$$

Označíme-li pro stejnosměrné stroje Essonův činitel

$$C = \frac{\pi^2}{60} \alpha_\delta B_\delta A k_{y1} \quad (2.42)$$

dostáváme výkonovou rovnici pro stejnosměrné stroje

$$P_i = C D_1^2 l n \quad (2.43)$$

Pro střídavý stroj tak je

$$S_i = 2\pi \alpha_\delta B_\delta A k_{v1} k_B \frac{\pi D_1}{2p} l D_1 \frac{pn}{60} \quad (2.44)$$

což dává

$$S_i = \frac{\pi^2}{60} \alpha_\delta B_\delta A k_{v1} k_B D_1^2 l n \quad (2.45)$$

Zde je Essonův činitel

$$C = \frac{\pi^2}{60} \alpha_\delta B_\delta A k_{v1} k_B \quad (2.46)$$

a vychází shodný tvar výkonové rovnice se stejnosměrnými stroji

$$S_i = C D_1^2 l n \quad (2.47)$$

Porovnáme-li Essonův činitel, jak byl odvozen pro stejnosměrné a střídavé stroje, pak pro shodné hodnoty indukce ve vzduchové mezeře a lineární proudové hustoty vycházejí jako odlišující koeficienty α_δ , k_{y1} resp. k_{v1} a k_B . Na základě odlišností jednotlivých typů strojů a dalších souvislostí však lze konstatovat, že:

- elektromagnetický činitel pólového krytí α_δ bývá obecně pro stejnosměrné stroje větší, nežli pro stroje střídavé
- činitel kroku vinutí k_{y1} je vždy (s výjimkou počtu drážek na pól a fázi rovným $q = 1$) větší nežli činitel vinutí k_{v1} , neboť činitel vinutí je definován jako

$$k_{v1} = k_{y1} k_{r1} \quad (2.48)$$

kde k_{r1} je činitel rozlohy vinutí, který pro stejnosměrná vinutí není definován, a pro střídavá vinutí s čitatelem počtu drážek na pól a fázi větším než jedna je vždy menší než jedna

- činitel tvaru pole k_B je pro stejnosměrné stroje přibližně roven jedné a pro střídavé stroje přibližně roven 1,11, tzn. pro stejnosměrné stroje je vždy menší, než pro stroje střídavé

Závěrem lze tedy prohlásit, že pro stejnosměrné a pro střídavé stroje přibližně platí relace

$$[\alpha_\delta k_{y1}] \simeq [\alpha_\delta k_{v1} k_B] \quad (2.49)$$

Oba typy strojů mají tedy při srovnatelných hodnotách polí a proudů srovnatelné elektromagnetické využití.

Vztah vnitřního výkonu z (2.43) resp. (2.47) k výkonu stroje na svorkách je pak dán činitelem elektromotorické síly k_E , který udává poměr indukovaného napětí ke svorkovému napětí, tzn.

$$k_E = \frac{U_i}{U} . \quad (2.50)$$

Zde pak pro generátory platí, že k_E je větší, nežli jedna, pro motory, že k_E je menší, nežli jedna.

Velikosti hodnot k_E se pak značně liší podle typu stroje a je třeba je určovat na základě napět'ových úbytků v náhradním schématu stroje. Obecně se hodnota činitele k_E blíží jedné, specifické typy strojů ale mohou mít k_E odlišné (BLDC stroje), nebo může být uvažován činitel k_E roven přímo jedné (elektricky buzené synchronní stroje; zde lze nepřesnost určení činitele k_E kompenzovat korekcí buzení stroje) nebo může být jedné položen jako nedefinovaná položka (synchronní reluktanční stroje).

Z výkonové rovnice lze dále odvodit momentovou rovnici jako

$$M_i = \frac{S_i}{\omega} = \frac{C D_i^2 \ln}{\frac{\pi n}{30}} = \frac{30}{\pi} C D_1^2 l , \quad (2.51)$$

kde lze určit Essonův činitel momentové rovnice

$$C_E = \frac{30}{\pi} C = \frac{30}{\pi} \cdot \frac{\pi^2}{60} \alpha_\delta B_\delta A k_{v1} k_B , \quad (2.52)$$

což vede na hodnotu

$$C_E = \frac{\pi}{2} \alpha_\delta B_\delta A k_{v1} k_B \quad (2.53)$$

a momentovou rovnici

$$M_i = C_E D_1^2 l . \quad (2.54)$$

Z momentové rovnice tedy plyne, že objem stroje je přímo svázán s jeho momentem, nikoliv výkonem. Zároveň je z momentové i výkonové rovnice zřejmé, že výkon ani moment stroje nejsou úměrné počtu fází stroje. Rostoucí počet fází stroje tedy z hlediska momentu ani výkonu nepřináší žádný benefit.

Je-li pak požadováno navyšování výkonu elektrického stroje, lze toho dosáhnout jednak objemem a jedna rychlostí otáčení stroje. Ta však omezuje vnější průměr rotoru¹, což ve spojení s průhybem dlouhých a tenkých rotorů tvoří jistou fyzikální mez, nad kterou již tradiční elektrické stroje nelze navrhnout a vyrobit. Za tuto mez je považován výkon cca 2 000 MW.

Z hlediska elektromagnetického využití stroje (Essonova činitele) jsou pak omezení následující:

- elektromagnetický činitel pólového krytí α_δ je dán konstrukcí stroje a sycením a je vždy menší, než 1
- činitel kroku vinutí k_{y1} /činitel vinutí k_{v1} je vždy menší, než 1

¹ Pro $2p = 2$ pólové synchronní generátory pro 50 a 60 Hz je limitujícím průměr rotoru cca 1,2 m.

- indukce ve vzduchové mezeři B_δ závisí na typu a velikosti stroje a pohybuje se v relaci od desetin Tesla (malé stejnosměrné motorky s feritovými magnety) až po hodnoty kolem $1,1 T^2$ (velké asynchronní motory, synchronní generátory, stroje s permanentními magnety ze vzácných zemin).
- lineární proudová hustota A je značně proměnlivá v závislosti na velikosti, typu a způsobu chlazení stroje. Například pro synchronní generátory se používá

$A = 15 - 70 \text{ kA/m}$ – pro vzduchem chlazené stroje

15 kA/m – malé stroje s mělkými drážkami

70 kA/m – velké stroje s hlubokými drážkami

$A \sim 100 \text{ kA/m}$ – vodíkem chlazené stroje

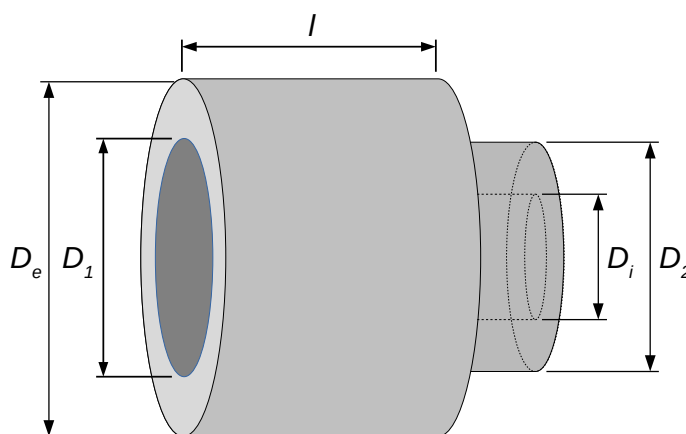
$A \sim 200 \text{ kA/m}$ – stroje chlazené kombinací voda + vodík

$A \sim 300 \text{ kA/m}$ – stroje se supravodivým vinutím

Hodnota lineární proudové hustoty se přitom často nastavuje v kombinaci s proudovou hustotou (tzv. AJ -kritérium, vyjadřující tepelné zatížení vinutí), přičemž proudová hustota se běžně volí v intervalu $J = 3 - 15 \text{ A/mm}^2$, kde nižší hodnoty odpovídají hůře chlazeným strojům nižší teplotní třídy izolace a vyšší hodnoty dobře chlazeným strojům s vyšší izolační třídou.

Samotné rozměry se pak často volí na základě kombinace (poměru) D_1/l (tzv. štíhlostní poměr) tak, aby vycházela optimální délka čel stroje. D_1 samotné je přitom třeba navrhnout ve spojitosti s D_e tak, aby vycházela normalizovaná osová výška stroje. Výkon stroje se pak ladí zejména délkou, což vede na tvorbu výkonových řad strojů se shodnou osovou výškou, kdy pro jeden řez strojem vychází pro více různých výkonů několik samostatných délek stroje.

V odvození výše pak bylo použito D_1 jako označení průměru kotvy, tzn. průměru části stroje, která je vybavená drážkami s vinutím, ze kterého se získává elektrický výkon, nebo do kterého je přiváděn výkon, který se přeměňuje z/na mechanický výkon. V případě synchronních strojů toto odpovídá vnitřnímu průměru statoru, v případě stejnosměrných strojů pak vnějšímu průměru rotoru, je tedy zřejmé, že konkrétní označení se může v závislosti na typu a topologii stroje měnit. Pro nejběžnější případ, tzn. stroj s vnějším statorem, na kterém je umístěna kotva, je orientační označení rozměrů uvedeno na obr. 2.4, přičemž D_e zde má význam vnějšího průměru, D_1 vnitřního průměru statoru (=průměru kotvy), D_2 vnějšího průměru rotoru a D_i vnitřního průměru rotorového svazku. Délka svazku statoru (tj. bez čel vinutí) je zde pro zjednodušení uvedena pouze jako l , ačkoliv obecně může obsahovat například ventilační kanály.



Obr. 2.4: Základní rozměry stroje

2 Použití velkých indukci vede k problémům s buzením strojů a sycením zubů, což by potenciálně bylo možné obejít použitím bezdrážkových vinutí v kombinaci se supravodivým budícím vinutím.