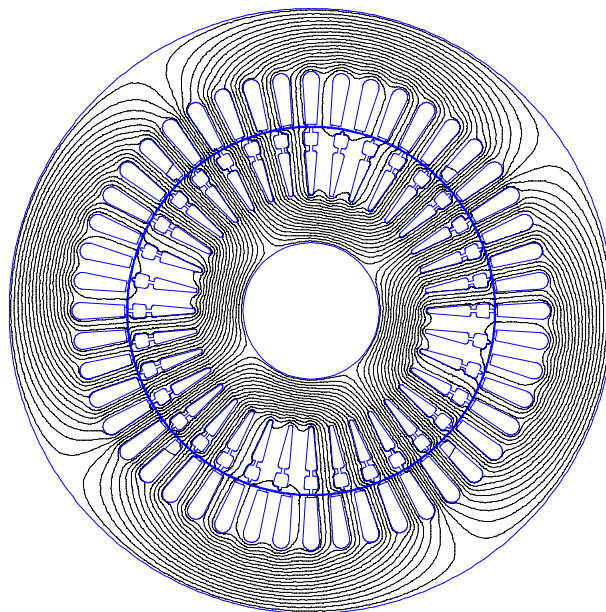


5 Magnetické obvody elektrických strojů točivých

Magnetickým obvodem elektrického stroje se rozumí ta jeho část, která je určena k vedení magnetického toku. V závislosti na typu stroje může být tento tok stejnosměrný či střídavý a podle toho se daná část stroje vyrábí jako jednodílná komponenta či jako výrobek složený z více elektrotechnických plechů, které jsou od sebe navzájem odděleny izolací, kterou může být například lak či vrstva oxidu. V některých případech se ale jako složený z plechů (tzv. listů) svazek vyrábí i části protékající stejnosměrným magnetickým tokem. Důvody pro toto opatření mohou být jednak ekonomické a jednak technologické – levnější výroba plechů stříhem, ale i snadnější manipulace, obrábění a skládání. V takovýchto případech tyto plechy často ani nejsou opatřeny izolační vrstvou.



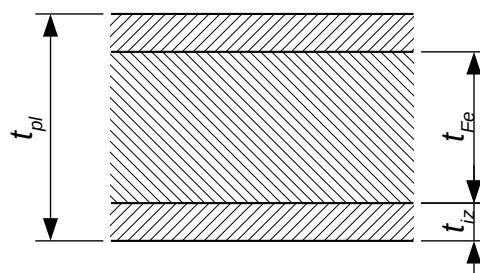
Obr. 5.1: Magnetické pole asynchronního stroje

V současné době je ovšem třeba věnovat obdobnou pozornost i částem stroje, které se – z pohledu elektromagnetického návrhu – jeví, jako by jimi protékal pouze stejnosměrný magnetický tok. V případě provozu stroje z polovodičového zdroje napětí (měniče) dochází, pokud není použit sinusový filtr, ke zvlnění proudu tekoucího strojem, což vede na obdobné zvlnění magnetického toku, které způsobuje dodatečné ztráty v magnetickém obvodu – a to jak hysterezní, tak vířivé proudy. Proto lze i v těchto případech použití elektricky izolovaných elektrotechnických plechů jen doporučit.

Mezi částmi stroje, kterými prochází magnetický tok pak patří jednak samotné „železné“ části stroje, ale i vzduchová mezera (jejíž přítomnost ve stroji je vždy nutná) a případné permanentní magnety. Všem těmto částem je tedy třeba při dimenzování magnetického obvodu stroje věnovat odpovídající pozornost.

5.1 Materiály pro magnetické obvody

Majoritní část objemu magnetického obvodu stroje tvoří magneticky vodivé komponenty složené z elektrotechnických plechů. Pojem „elektrotechnický plech“ se v tomto kontextu rozumí plech vyrobený ze slitiny železa s cca 3–5 % podílem křemíku, který zvyšuje elektrický odpor plechů a redukuje vzniklé ztráty vířivými proudy. Vzhledem k tomu, že křemík zásadním způsobem ovlivňuje i mechanické vlastnosti elektrotechnických plechů, neužívá se zpravidla jeho vyššího podílu, neboť výsledný plech by byl pro použití v elektrických strojích křehký a měl horší magnetické vlastnosti.



Obr. 5.2: Náčrt oboustranně izolovaného elektrotechnického plechu

Standardní elektrotechnické plechy (ať již neorientované dle ČSN EN 10106, či orientované) se vyrábějí v tloušťkách $0,35\text{ mm}$, $0,5\text{ mm}$ a $1,0\text{ mm}$ a jsou opatřeny buď jednostrannou nebo oboustrannou izolační vrstvou. Ta má ve všech případech téměř shodnou tloušťku, mění se tedy její podíl vůči tloušťce plechu, což je vyjadřováno za pomoci tzv. činitele plnění plechů k_{Fe} , který vyjadřuje procentuální podíl tloušťky (a tedy i objemu) v celkové tloušťce plechu i s izolací (viz obr. 5.2 – t_{pl} je celková tloušťka plechu včetně izolace, t_{iz} je tloušťka izolace a t_{Fe} je čistá tloušťka elektrotechnické oceli). Pro zmiňované tloušťky elektrotechnických plechů jsou tak normované činitele plnění $k_{Fe} = 0,95$, $0,97$ a $0,98$.

Standardní elektrotechnické plechy se ovšem s rozvojem elektrických strojů dostaly na mez své využitelnosti, proto jsou často nabízeny nestandardní typy elektrotechnických plechů či typy, pro které normy teprve vznikají. Mezi nejznámější příklady patří výrobky firmy Arnold Magnetics, která vyrábí neorientované elektrotechnické plechy s obchodním označením Arnon, které mají snížené ztrátové číslo díky vyššímu obsahu křemíku a menší tloušťce (například plechy Arnon 5 jsou silné $0,005$ palce, tedy $0,127\text{ mm}$). Obdobnou cestou se vydala například firma Voestalpine, která dodává elektrotechnické plechy označované jako Isovac NO30-15 o tloušťce $0,3\text{ mm}$, pro které byla nově zavedena norma EN 10303.

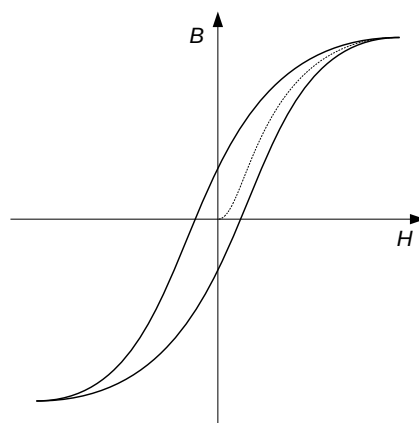
Alternativní cestu pak tvoří elektrotechnické plechy označované jako Hiperco. Tyto plechy vyrábí několik výrobců paralelně (např. Carpenter Electrification) a na rozdíl od tradičního přístupu, který využívá pro snížení ztrát kombinaci přidání příměsí křemíku a nižší tloušťky, Hiperco je slitinou železa, kobaltu a vanadu. To vede (v kombinaci s nižšími tloušťkami) na ztrátová čísla obdobná s plechy typu Arnon, ale díky použití kobaltu mají tyto plechy značně vyšší nasatitelnost – zatímco u standardních elektrotechnických plechů se jejich magnetizační charakteristika začíná výrazněji ohýbat nad hodnotami kolem $1,5\text{ T}$, Hiperco lze využívat až do hodnot kolem 2 T . Velmi výhodné je tedy pro stavbu vysoce sycených točivých strojů a transformátorů.

Samostatnou kapitolu pak tvoří použití slinutých materiálů. Ty mohou být založeny jednak na tradiční slitině železa s křemíkem, ale i na bázi Hiperco. Jejich použití je dodnes velmi omezené (limitováno možnostmi 3D tisku či lisování) a s ohledem na ztráty v takovémto materiálu se zatím omezuje spíše na prototypy elektrických strojů.

5.2 Mechanismus vzniku ztrát v magnetickém obvodu

Stěžejním typem ztrát, které vznikají v magnetických komponentech stroje jsou ztráty hysterezní, tj. ztráty, které vznikají při průchodu časově proměnného magnetického pole feromagnetickým materiálem. Na mikroskopické úrovni dochází ke změně orientace magnetických domén, ze kterých je tento materiál složen, což vyvolává „tření“ uvnitř tohoto materiálu, které se projevuje vznikem tepla. V závislosti na síle vnějšího magnetického pole pak může dojít i ke slučování či rozpadu těchto domén, což vývin tepla dále zvyšuje.

Tento jev je úměrný energii nutné k přemagnetování feromagnetika, tedy k magnetické energii, jejíž hustota je dle



Obr. 5.3: Hysterezní smyčka magneticky měkké oceli

$$w_m = \int B dH \quad (5.1)$$

rovná ploše opsané při jeho přemagnetování – tedy ploše hysterezní smyčky. Z tohoto pohledu je tedy zřejmé, že pro použití v časově proměnném magnetickém poli musí být plocha hysterezní smyčky co nejmenší, je tedy nutné použít magneticky měkkou ocel. Plocha hysterezní smyčky pak vychází úměrná druhé mocnině indukce B a během každé periody je oběhnuta jen jednou, proto bude pro výpočet měrných ztrát v železe platit relace

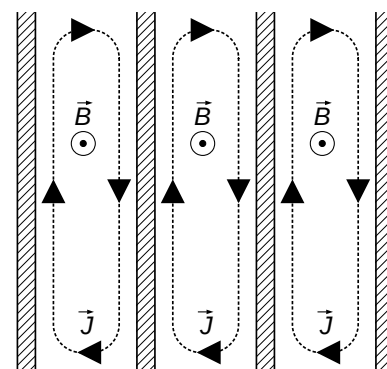
$$\Delta p_h = k_h f B^2, \quad (5.2)$$

kde k_h je činitel hysterezních ztrát.

Druhá komponenta ztrát v železe pak vzniká v důsledku vodivosti elektrotechnických plechů a je způsobena vířivými proudy, které se v pleších uzavírají. Obecně ji lze vypočítat z Poyntingova vektoru, přičemž výsledek lze zapsat jako

$$\Delta p_v = \frac{J^2}{\gamma_{Fe}}, \quad (5.3)$$

kde indukovaná proudová hustota J je úměrná velikosti napětí naindukovaného do každého plechu



Obr. 5.4: Vířivé proudy v elektrotechnických pleších

$$J \sim f B, \quad (5.4)$$

výsledkem je tedy relace

$$\Delta p_v = k_v f^2 B^2, \quad (5.5)$$

kde k_v je činitel vířivých proudů. Výsledné ztráty v železe jsou pak dány součtem obou složek, tedy

$$\Delta p_{Fe} = \Delta p_h + \Delta p_v = k_h f B^2 + k_v f^2 B^2, \quad (5.7)$$

což je známo jako Jordanova rovnice. Problémem je obtížná rozdělitelnost obou komponent ztrát, respektive koeficientů k_h a k_v , z měření. To se provádí na určité referenční frekvenci f_{ref} a při určité referenční indukci B_{ref} , jejímž výsledkem je referenční hodnota měrných ztrát v železe Δp_{ref} . Proto se používá forma

6 V některých MKP programech bývají ztráty modelovány za pomoci vztahu

$$\Delta p_{Fe} = k_h f B^2 + k_v f^2 B^2 + k_{exc} f^{1.5} B^2, \quad (5.6)$$

kde k_{exc} jsou „excess losses“ – přídatné ztráty. Vzhledem k tomu, že tato komponenta rovnice nejlépe odpovídá skutečnému průběhu ztrát, vychází toto číslo nejvyšší z koeficientů k_h , k_v a k_{exc} .

$$\Delta p_{Fe} = \Delta p_{ref} \left(\frac{f}{f_{ref}} \right)^{1,5} \left(\frac{B}{B_{ref}} \right)^2, \quad (5.8)$$

která průměruje exponent frekvence mezi oběma typy ztrát. Tato rovnice velmi dobře popisuje chování tradičních elektrotechnických plechů, nové materiály však mají oba typy ztrát značně rozvážené, proto je obecně výhodnější uvažovat tzv. Steinmetzovu rovnici pro ztráty v železe

$$\Delta p_{Fe} = \Delta p_{ref} \left(\frac{f}{f_{ref}} \right)^{\alpha} \left(\frac{B}{B_{ref}} \right)^{\beta}, \quad (5.9)$$

kde α a β jsou obecné exponenty, které je nutné určit na základě měření.

Pro dostupné materiály je pak exponent α v intervalu mezi 1,3 a 1,5, koeficient β je téměř vždy blízký dvěma. V praxi lze hodnotu Δp_{ref} obdržet z měření Epsteinovým přístrojem, či z datasheetu vybraných elektrotechnických plechů, kde jsou často uvedeny kompletní frekvenční charakteristiky ztrát.

Dalším faktorem, významně ovlivňujícím ztráty v železe je technologie opracování plechů, tj. technologie celého procesu jejich zpracování. Kromě nejčastějšího způsobu používaného pro sériovou výrobu (ražení) se v současnosti prosazuje též pálení plechů laserem či řezání strunou, což vede na různé otřepy, degradaci magnetických vlastností v okolí řezu či poškození izolace. Ačkoliv je v principu možné tyto jevy kompenzovat (například přezháním a dodatečnou izolací), jsou podobná opatření drahá a zpomalují výrobu.

Všechny tyto jevy lze uvažovat v rámci návrhu magnetického obvodu za pomoci technologických činitelů opracování zubů a jha k_{tz} a k_{tj} . Tyto činitele uvažují poměrný nárůst ztrát v dané části magnetického obvodu a jejich velikost závisí na stupni poškození dané oblasti, a tedy i na její šíři. Pro tenké části magnetického obvodu (zuby) nabývají hodnot 1,6 až 2,0, pro široké části magnetického obvodu (jha) nabývají hodnot 1,3 až 1,6. Přesnější určení těchto koeficientů však vychází až ze zkušeností výrobce s danou technologií výroby a konkrétním dodavatelem. Celkové ztráty ve jhu pak budou

$$\Delta P_j = k_{tj} m_j \Delta p_j, \quad (5.10)$$

kde k_{tj} je technologický činitel nárůstu ztrát ve jhu,

m_j je hmotnost jha

a Δp_j jsou vypočtené měrné ztráty ve jhu stroje.

Ekvivalentně pak lze vyjádřit též ztráty v zubech stroje jako

$$\Delta P_z = k_{tz} m_z \Delta p_z \quad (5.11)$$

se stejným významem jednotlivých proměnných.

5.3 Výpočet magnetického obvodu stroje

Výpočet magnetického obvodu je založen na známých rovnicích

$$\Phi = \oint B dS, \quad (5.12)$$

a

$$\Theta = \oint H dl, \quad (5.13)$$

přičemž vztah mezi magnetickým tokem strojem Φ a magnetickým napětím na jeho magnetickém obvodu Θ je sice apriori možné určit za pomoci Hopkinsonova zákona

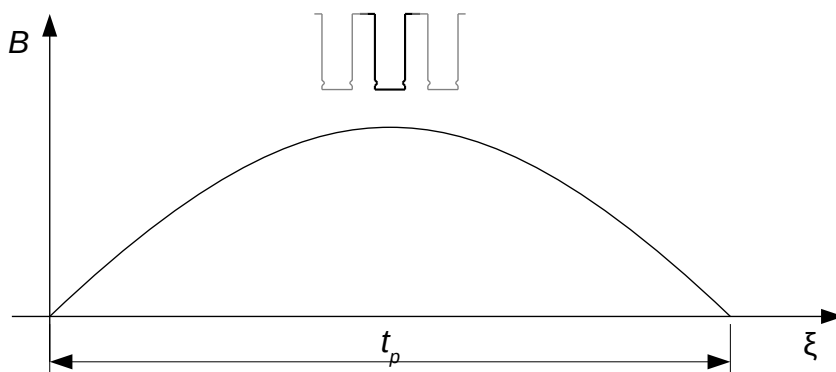
$$\Phi = \Lambda \Theta, \quad (5.14)$$

kde Λ je magnetická vodivost magnetického obvodu,

nicméně v důsledku silně nelineární charakteristiky železa se používá odečtu hodnot z magnetizační charakteristiky použitých plechů. Jednotlivé části strojů se pak dimenzují na určité hodnoty magnetické indukce tak, aby byla udržena relativně nízká hodnota ztrát a zároveň byl na dané části stroje relativně nízký úbytek magnetického napětí, které se například u asynchronních strojů propisuje do účinníku stroje, u synchronních strojů pak do potřebného buzení stroje.

5.3.1 Magnetické pole v zubech stroje

Z hlediska vyšetření magnetického pole v zubech stroje existují dva extrémní případy – zuby stroje vybaveného postupným vinutím a zuby stroje vybaveného zubovým vinutím. Zatímco v případě strojů s postupným vinutím je možné považovat zub za velmi tenký v porovnání s délkou vlny magnetického pole pod pólpárem, v případě strojů se zubovým vinutím je jejich šíře srovnatelná s pólovou roztečí stroje.



Obr. 5.5: Magnetické zatížení zubu postupného vinutí

V případě postupného vinutí tak vychází amplituda magnetického toku, který protéká zubem, z amplitudy magnetického toku ve vzduchové mezeře a drážkové rozteče, jak je naznačeno na obr. 5.5. Do zubu tak vstupuje magnetický tok o velikosti

$$\Phi_{td} = B_{\delta} t_d l_{Fe}, \quad (5.15)$$

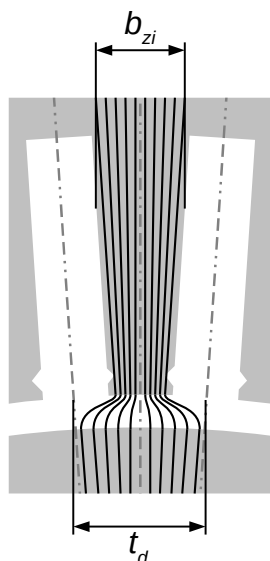
který odpovídá toku zubem

$$\Phi_z = \Phi_{td} = B_z b_z k_{Fe} l_{Fe} \quad (5.16)$$

Odtud lze určit magnetickou indukci v zubu

$$B_z = \frac{\Phi_z}{b_z k_{Fe} l_{Fe}} = \frac{t_d}{b_z k_{Fe}} B_\delta \quad (5.17)$$

Tento vztah ovšem odpovídá skutečnosti pouze v případě, že zuby nejsou nasycené, tzn. zhruba do indukce 1,7 T. Od této hodnoty se začíná projevovat pokles permeability železa, který způsobí, že se část magnetického toku přenesle do drážky a dochází k „odlehčení“ zubu od magnetického toku.



Obr. 5.6: Magnetický tok nenасыněným zubem

Tok přes drážkovou rozteč pak lze určit jako součet skutečné hodnoty magnetického toku zubem s magnetickým tokem drážkou

$$\Phi_{td} = \Phi_z + \Phi_d \quad (5.18)$$

což dává

$$\Phi_{td} = B_z b_z k_{Fe} l_{Fe} + B_d b_d l_{Fe} \quad (5.19)$$

Za magnetický tok Φ_{td} lze dosadit z (5.16), pro potřeby odlišení však dosazenou indukci v zubu označme B_z' – tedy jako zdánlivou magnetickou indukci v zubu:

$$B_z' b_z k_{Fe} l_{Fe} = B_z b_z k_{Fe} l_{Fe} + B_d b_d l_{Fe} \quad (5.20)$$

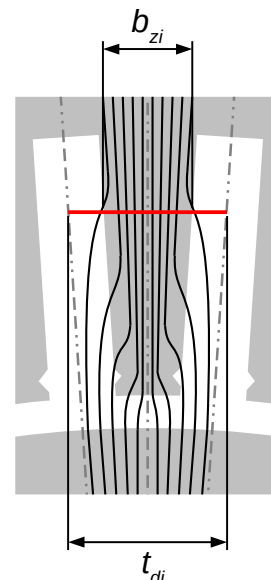
odkud můžeme vyjádřit skutečnou indukci v zubu

$$B_z = B_z' - \frac{b_d}{b_z k_{Fe}} B_d \quad (5.21)$$

Nahradíme-li indukci v drážce intenzitou magnetického pole dle

$$B_d = \mu_0 H \quad (5.22)$$

dostáváme funkční předpis pro určení skutečné indukce v zubu:



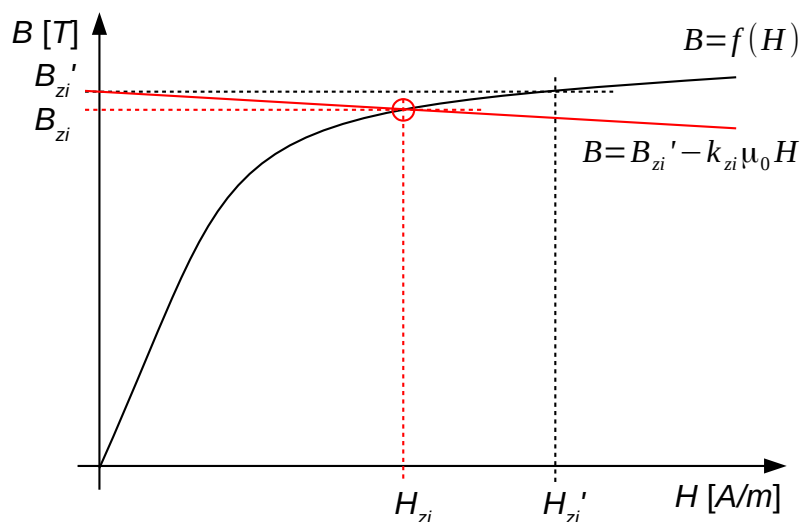
Obr. 5.7: Odlehčení zubu vedením toku drážkou

$$B_z(H) = B_z' - \mu_0 \frac{b_d}{b_z k_{Fe}} H \quad (5.23)$$

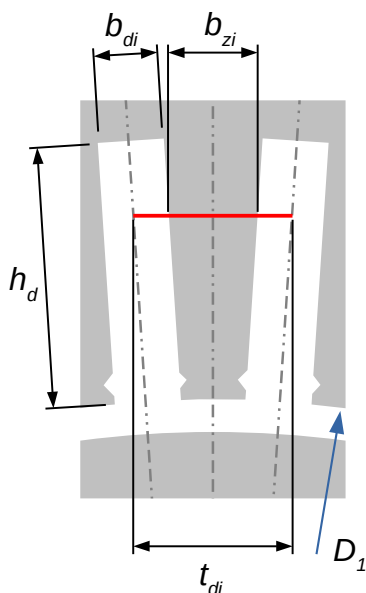
Podíl

$$k_z = \frac{b_d}{b_z k_{Fe}} \quad (5.24)$$

se pak nazývá činitelem odlehčení zubu. Indukci v zubu pak lze určit geometrickou konstrukcí, při které určíme průsečík funkce $B_z(H)$ s magnetizační charakteristikou použitých elektrotechnických plechů. Výsledkem je pak skutečná indukce v zubu a skutečná intenzita magnetického pole v zubu H_z . S ohledem na pokud možno co nejpřesnější popis magnetického pole v zubu se určení indukce provádí zpravidla na více úrovních zubu – v oblasti klínu, ve středu zubu a u dna drážky.



Obr. 5.8: Určení skutečné indukce v zubu



Obr. 5.9: Geometrické rozměry zubu

V návrhu se toto respektuje zavedením indexů $i = 1, 2, 3$ při výpočtu v jednotlivých částech zubu. To vede na trojí výpočet, v rámci kterého je třeba pro jednotlivé vrstvy též určit samostatně činitele odlehčení

$$k_{zi} = \frac{b_{di}}{b_{zi} k_{Fe}} = \left| b_{di} = t_{di} - k_{Fe} b_{zi} \right| = \frac{t_{di}}{b_{zi} k_{Fe}} - 1 \quad (5.25)$$

Pro potřeby výpočtu intenzity magnetického napětí na zubu se pak jednotlivé hodnoty zprůměrují na střední hodnotu dle vztahu

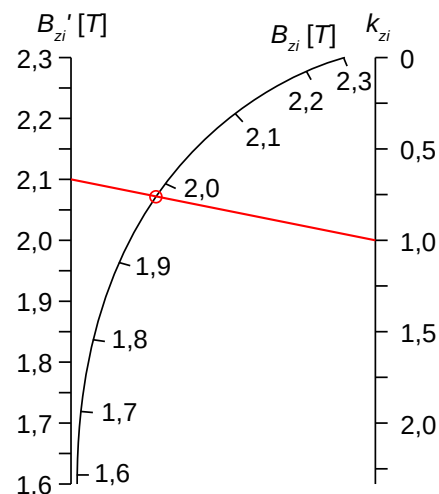
$$H_{zs} = \frac{H_{z1} + 4H_{z2} + H_{z3}}{6} \quad (5.26)$$

Odtud je magnetické napětí na zubové vrstvě

$$\Theta_z = \oint H dl = H_{zs} h_z, \quad (5.27)$$

kde h_z je výška zubu.

V literatuře je tento efekt respektován různými způsoby. Aby bylo upuštěno od výpočtu činitele odlehčení zubu, je v některé literatuře zavedena samostatná charakteristika pro zuby a jho (např. [4]), která využívá předpokladu podobnosti mezi elektrickými stroji – tj. předpokladu, že v rámci optimálního návrhu budou vycházet podobní činitelé odlehčení u navrhovaných strojů a tedy i výsledné změny indukce a intenzit magnetického pole budou velmi podobné. Jinou alternativou je takzvaný průsečíkový nomogram, kde lze na základě kombinace indukce v zubu a činitele odlehčení odvodit skutečnou indukci magnetického pole v zubu.

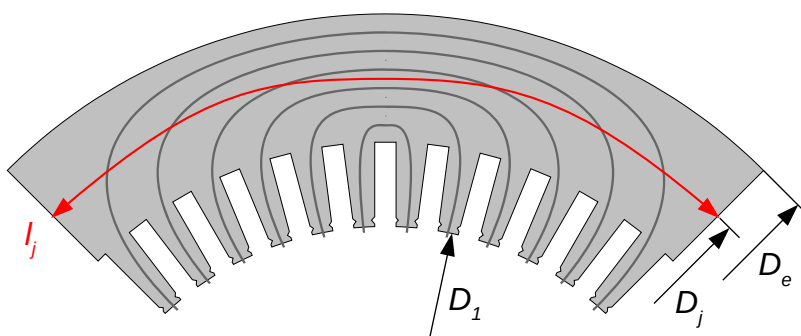


Obr. 5.10: Průsečíkový nomogram

V případě zubového vinutí je pak situace komplikovanější. Vzhledem k tomu, že různé typy zubového vinutí se vykazují různým stupněm krytí zubu vůči pólové rozteči, je vhodné při vyšetřování indukce magnetického pole v zubech stroje postupovat individuálně, v ideálním případě za pomoci metody konečných prvků. Obecně sice lze prohlásit, že magnetický tok procházející zubem u stroje vybaveného zubovým vinutím je přibližně stejně velký jako magnetický tok vzduchovou mezerou ($\Phi_z \approx \Phi_\delta$), ale mezi zuby existuje značný rozptyl magnetického pole doplněný o magnetické zkraty přes hlavy zubů, takže uvedený postup může vést na značně předdimenzovaný magnetický obvod. Po správném stanovení indukce v zubu B_z je pak postup ekvivalentní s postupným vinutím.

5.3.2 Magnetické pole ve jhu kotvy

Díky tomu, že magnetické pole vstupuje do jha přes zubovou vrstvu, je jeho vyšetření náročnější, nežli v případě ostatních částí stroje. Obecně lze poměrně snadno vyšetřit amplitudu indukce magnetického pole ve jhu ze znalosti magnetického toku vzduchovou mezerou, tj. jako



Obr. 5.11: Pólová rozteč jha se siločárami a rozměry

$$\Phi_j = \frac{\Phi_\delta}{2} = \oint B_j dS, \quad (5.28)$$

odkud lze odvodit

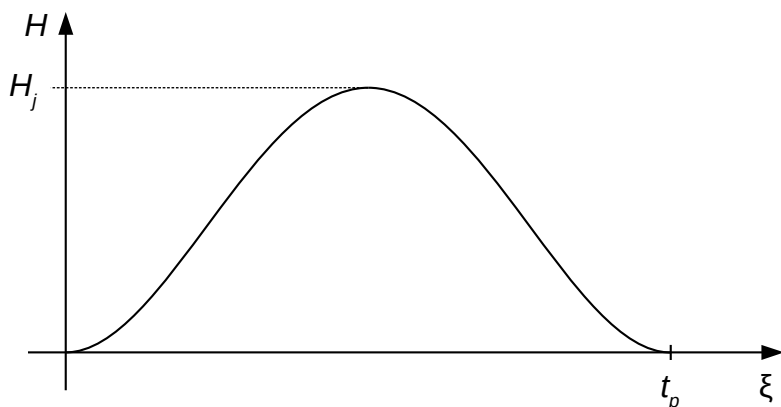
$$\Phi_j = B_j h_j k_{Fe} l_{Fe}, \quad (5.29)$$

kde výška jha (v případě statoru) je

$$h_j = \frac{D_e - (D_1 + 2h_d)}{2} \quad (5.30)$$

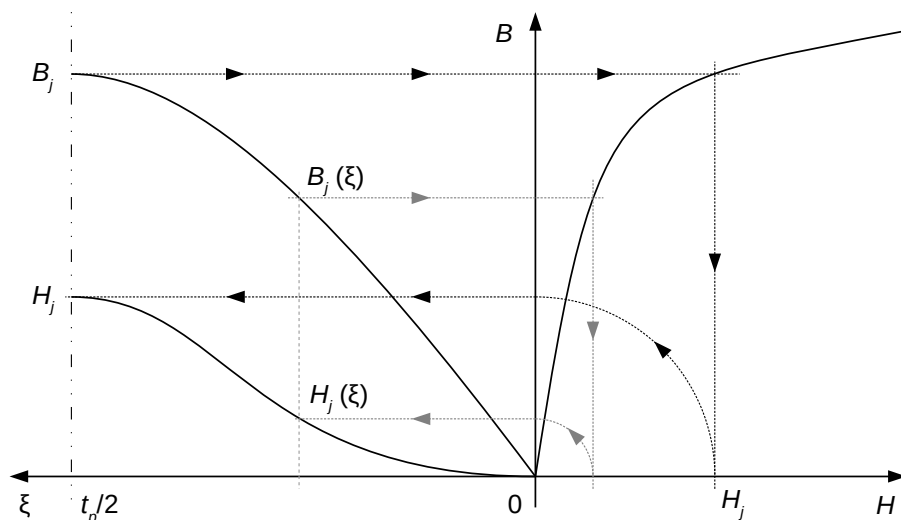
Amplituda indukce ve jhu pak vychází

$$B_j = \alpha_\delta B_\delta \frac{t_p}{2h_j k_{Fe}} \quad (5.31)$$



Obr. 5.12: Průběh intenzity magnetického pole ve středu jha

Skutečný průběh intenzity magnetického pole ve jhu kotvy pak lze vyšetřit za pomoci konstrukce naznačené na obr. 5.13. Zde je předpokladem sinusový průběh indukce magnetického pole ve jhu, který je vynesena jako čtvrtina sinusového průběhu na souřadnicích $t_p/2$ až 0. Ve stejném měřítku je v pravé části konstrukce vynesena magnetizační charakteristika použitých plechů, a pro každou souřadnici ξ po obvodu stroje je určena odpovídající hodnota intenzity magnetického pole ve jhu. Ta je následně přenesena na osu y a pro stejnou souřadnici zakreslena do poloroviny společně s průběhem indukce. Výsledkem tak je deformovaný průběh intenzity magnetického pole ve jhu. Pro korektní určení magnetického napětí na jhu ve formě



Obr. 5.13: Postup konstrukce závislosti intenzity magnetického pole ve jhu na poloze

$$\Theta_j = \int H_j dl = H_j l_j \quad (5.32)$$

je pak nutné znát střední hodnotu obdrženého průběhu intenzity magnetického pole H_j . Délka jha je pak uvažována jako

$$l_j = \frac{\pi(D_1 + 2h_d + h_j)}{2p} \quad (5.33)$$

Je zřejmé, že tento postup je časově poměrně náročný, proto se namísto výpočtu ve tvaru (5.32) zavádí tvar

$$\Theta_j = H_j l_{jred} \quad (5.34)$$

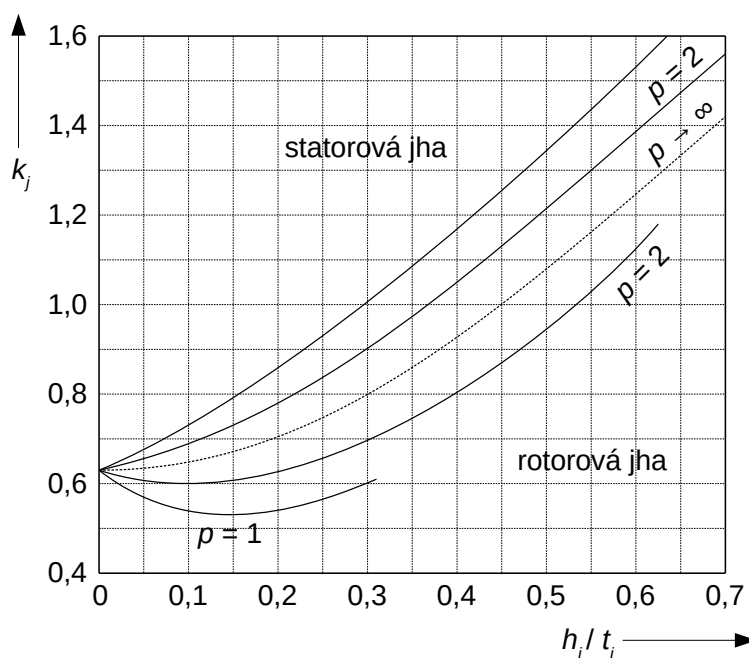
kde je uvažována amplituda intenzity magnetického pole H_j , která vychází z amplitudy indukce ve jhu B_j , ale je zavedena tzv. redukovaná délka jha, která v sobě zahrnuje činitel korekce magnetického napětí jha k_j . Tento činitel je možné určit na základě nomogramů uvedených v literatuře, přičemž pro jeho určení se využívá poměr h_j/t_j , kde pólová rozteč jha je

$$t_j = \frac{\pi(D_1 + 2h_d)}{2p} \quad (5.35)$$

jde tedy o pólovou rozteč měřenou u dna drážek. Redukovaná délka jha l_{jred} je pak po odečtu k_j z obr. 5.14

$$l_{jred} = k_j \frac{t_j}{2} \quad (5.36)$$

I tomto případě je ovšem vhodné upozornit na fakt, že přístup dostupné literatury k vyšetření magnetického napětí ve jhu strojů je značně nejednotný a je tedy nutné vždy důsledně dodržovat některý z naznačených postupů. Například v [4] je stejně jako v případě zubů zavedena separátní charakteristika elektrotechnické oceli pro jha elektrických strojů, která opět vychází z jisté podobnosti mezi známými řadami navržených strojů.



Obr. 5.14: Nomogram pro určení činitele korekce magnetického napětí jha (překlad z [3])

5.3.3 Magnetické pole budících pólů a jha

Vzhledem k tomu, že budící póly ať již stejnosměrných či synchronních strojů mají zpravidla řádově odlišné rozměry, je třeba k jejich návrhu přistupovat odlišně, nežli k návrhu zubů. Zatímco v případě zubů lze díky relativně malým rozměrům počítat magnetické pole pouze za pomoci činitele odlehčení, v případě budících pólů se situace komplikuje a rozptylové pole silně roste. To se

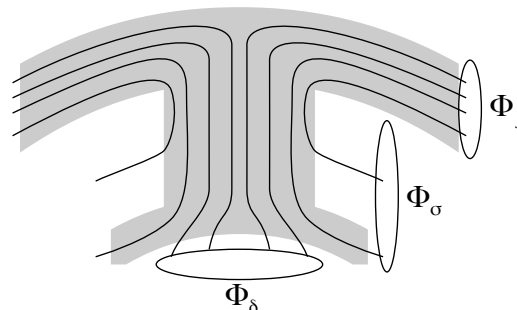
projevuje i v potřebě úpravy jejich dimenzování, kdy musí být kromě magnetického toku, který protéká vzduchovou mezerou, respektován též rozptylový magnetický tok, který se uzavírá mezi póly stroje. Tento magnetický tok je respektován činitelem rozptylu budícího vinutí k_σ , který udává poměrnou velikost rozptylového toku vůči magnetickému toku vzduchovou mezerou

$$k_\sigma = \frac{\Phi_\sigma}{\Phi_\delta} \quad (5.37)$$

Celkový magnetický tok u kořene pólu tedy bude roven

$$\Phi_p = \Phi_\delta + \Phi_\sigma = (1 + k_\sigma) \Phi_\delta \quad (5.38)$$

kde magnetický tok pólem je opět



Obr. 5.15: Magnetické pole budících pólů stejnosměrného stroje

$$\Phi_p = \oint B_p dS = B_p b_p k_{Fe} L_p \quad (5.39)$$

neboť délka tělesa pólu může být volena odlišně od délky statorového paketu. Pro požadovanou hodnotu magnetické indukce v pólu je tak nutné budící pól navrhnut na šíři

$$b_p = \frac{(1 + k_\sigma) \Phi_\delta}{B_p k_{Fe} L_p} \quad (5.40)$$

Magnetický tok z kořene pólu se následně ve jhu rozděluje na dvě paralelní cesty, pro požadovanou hodnotu indukce B_j ve jhu lze tedy psát

$$b_p = \frac{(1 + k_\sigma) \Phi_\delta}{2 B_j k_{Fe} L_p} \quad (5.41)$$

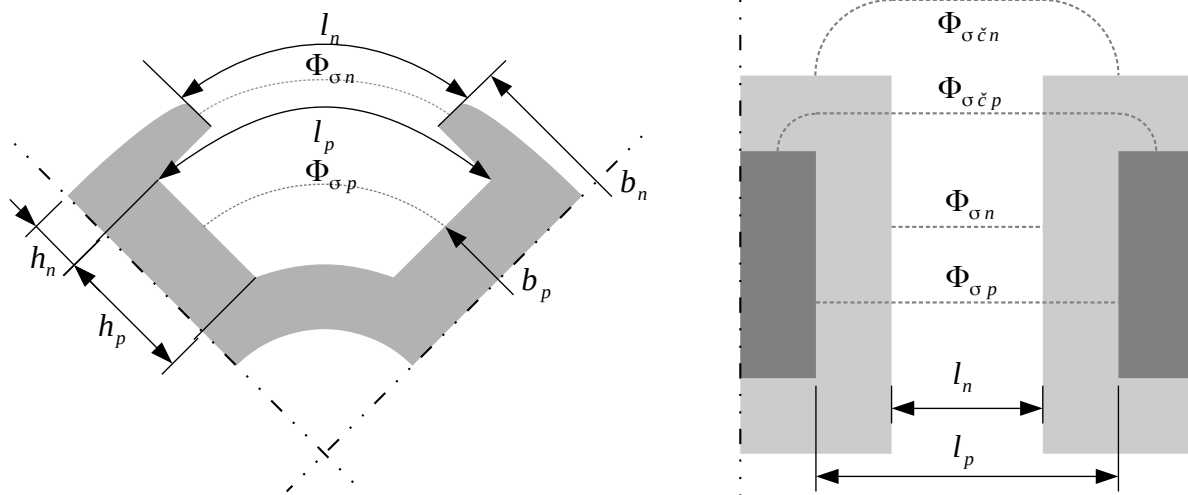
přičemž na rozdíl od jha kotvy zde magnetický tok pólem prochází jednolitým tělesem a jeho zdrojem je jediný pól, lze tedy odpovídající úbytky magnetického napětí určit z intenzity magnetického pole přímo odečtené z charakteristiky oceli pro danou indukci magnetického pole ve jhu B_j .

Samotný rozptylový tok mezi póly lze určit na základě známé geometrie a buzení stroje za pomoci Hopkinsonova zákona. Siločáry uvažované pro výpočet rozptylového magnetického toku jsou zobrazeny na obr. 5.16 a kromě siločar mezi póly a pólovými nástavci je zde dále uvažováno též siločar mezi čely pólů a čely pólových nástavců. Z pohledu Hopkinsonova zákona je zde známé magnetické napětí zdroje magnetického pole, které odpovídá magnetickému napětí budících pólů, tedy

$$F_b = N_b I_b \quad (5.42)$$

a s pomocí magnetické vodivosti rozptylových cest Λ_σ bude velikost rozptylového toku

$$\Phi_\sigma = \Lambda_\sigma F_b \quad (5.43)$$



Obr. 5.16: Siločáry rozptylového magnetického pole budících pólů

Vzhledem k tomu, že póly jsou z elektromagnetického hlediska velmi podobné drážkám strojů, lze přímo psát pro magnetickou vodivost mezipólového rozptylu mezi tělesy pólu (ekvivalentně k drážkám)

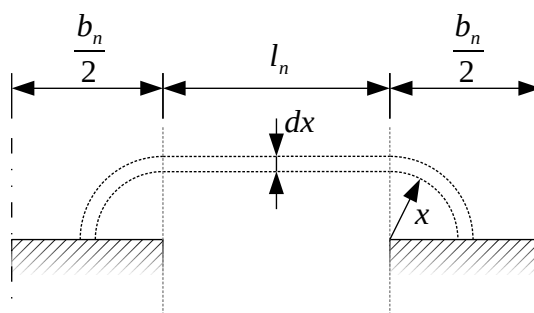
$$\Lambda_p = \mu_0 \frac{h_p}{3l_p} L_p \quad (5.44)$$

a pro magnetickou vodivost mezi pólovými nástavci (opět ekvivalentně k otevřením drážek)

$$\Lambda_{pn} = \mu_0 \frac{h_n}{l_n} L_n, \quad (5.45)$$

kde l jsou délky siločar mezi póly respektive nástavci
a L jsou axiální délky pólů respektive nástavců.

Magnetické pole mezi čely budících pólů respektive pólových nástavců je pak nutné řešit samostatně, neboť jde o komplikovanější problém. V tomto případě je vhodné siločáru rozptylového pole nahradit dvěma čtvrtkružnicemi vystupujícími axiálně vpřed z pólů/nástavců, které jsou tangenciálně spojeny segmenty siločar o délkách l_p respektive l_n . Pro element magnetického toku a jeho magnetickou vodivost lze psát



Obr. 5.17: Siločáry spojující pólové nástavce a element toku dx

$$d\Lambda_{\check{c}n} = \mu_0 \frac{dS}{l} = \mu_0 \frac{h_n}{\frac{\pi}{2}x + l_n} dx, \quad (5.46)$$

což vede na integrál

$$\Lambda_{\check{c}n} = \mu_0 h_n \int_0^{\frac{b_n}{2}} \frac{1}{\frac{\pi}{2}x + l_n} dx \quad (5.47)$$

Po výpočtu tak vychází

$$\Lambda_{\check{c}n} = \mu_0 h_n \frac{2}{\pi} \left[\ln \frac{\pi}{2} x + l_n \right]_0^{\frac{b_n}{2}}, \quad (5.48)$$

a po dosazení mezí je

$$\Lambda_{\check{c}n} = \mu_0 h_n \frac{2}{\pi} \left[\ln \left(\frac{\pi b_n}{4} + l_n \right) - \ln l_n \right] = 2 \frac{\mu_0 h_n}{\pi} \left[\ln \left(\frac{\pi b_n}{4 l_n} + 1 \right) \right]. \quad (5.49)$$

Ekvivalentním postupem, pouze s uvažováním činitele částečného záběru trojúhelníkového pole pak vychází pro póly

$$\Lambda_{\check{c}p} = \frac{2 \mu_0 h_p}{3 \pi} \left[\ln \left(\frac{\pi b_p}{4 l_p} + 1 \right) \right]. \quad (5.50)$$

Výsledná magnetická vodivost rozptylových cest tak vychází

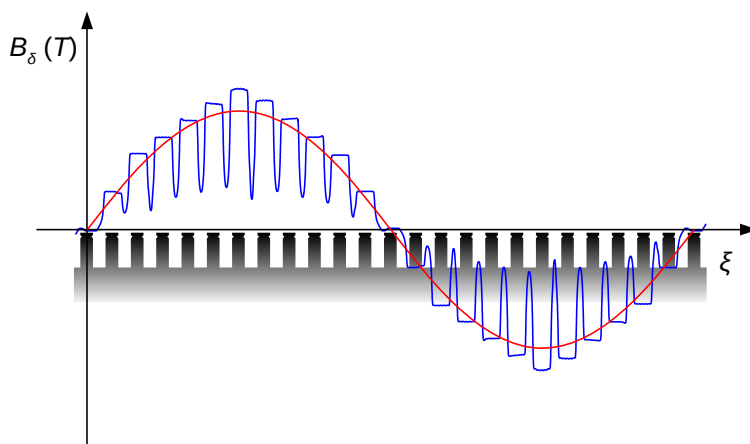
$$\Lambda_{\sigma} = \Lambda_p + \Lambda_n + 2(\Lambda_{\check{c}p} + \Lambda_{\check{c}n}). \quad (5.51)$$

Odtud lze následně určit velikost rozptylového magnetického toku dle (5.43) a následně činitel rozptylu budícího vinutí dle (5.37). Obdobným postupem pak lze určit též rozptylové magnetické toky a činitel rozptylu magnetického pole permanentních magnetů, který se objevu v návrhu šíře permanentních magnetů u strojů, které je využívají.

5.3.4 Magnetické pole ve vzduchové mezeře

Ačkoliv je vzduchová mezera lineárním prostředím, magnetické pole zde má z celého stroje nejobtížněji popsatelný tvar, do kterého zasahuje řada faktorů. Mezi nimi jsou nejvýznamnější:

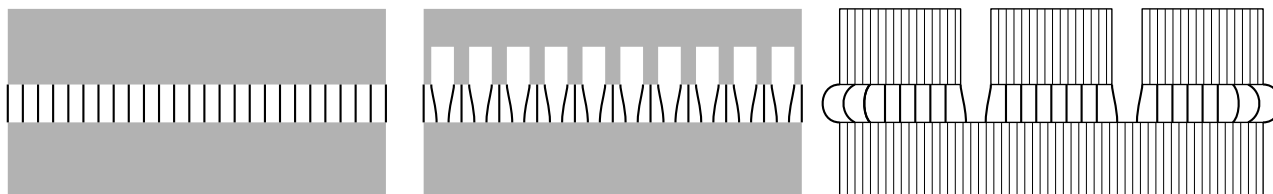
- rozdělení vinutí do drážek
- šíře otevření drážek
- sycení magnetického obvodu, zejména pak zubů



Obr. 5.18: Porovnání ideálního rozložení magnetické indukce ve vzduchové mezeře s výsledky z MKP

Rozdělení vinutí do drážek se přitom projevuje diskrétními změnami magnetického napětí po obvodu stroje, což je známo též jako „stupňovitá křivka“. Tuto křivku dále ovlivňuje otevření drážek, které do ní zanáší další zákmity, což se projevuje množstvím harmonických složek v magnetickém poli ve vzduchové mezeře. Tato nevyužitelná energie harmonických složek pak odpovídá rozptylovému poli a je pro ni zaveden činitel diferenčního rozptylu τ_{dif} . Jeho korektní výpočet by měl probíhat buď ze znalosti Görgesova obrazce či z harmonické analýzy magnetického napětí ve vzduchové mezeře. V literatuře se pro něj objevují jisté empirické vztahy, které dávají za jistých předpokladů více či méně přesné výsledky.

Kromě harmonických složek se otevření drážek projevují prodloužením siločar magnetického pole ve vzduchové mezeře a tedy i nárůstem magnetického napětí na ní, přičemž tento jev se uplatňuje jak po obvodu stroje, tak i po jeho délce (viz obr. 5.19). Tento fakt je respektován tzv. Carterovým činitelem drážkování, který vyjadřuje prodloužení siločar vlivem drážkování stroje, ale kromě drážek je lze aplikovat též na axiálně dělený stator stroje.



Obr. 5.19: Siločary magnetického pole ve vzduchové mezeře mezi hladkými povrchy, mezi hladkým a drážkovaným povrchem a mezi děleným statorem a masivním rotorem

Odvození Carterova činitele lze naznačit na analýze magnetických toků přes drážkovou rozteč a přes zub stroje, jak je naznačeno na obr. 5.20. Magnetický tok drážkovou roztečí je v ideálním případě dán velikostí indukce ve vzduchové mezeře B_δ a jeho velikost je

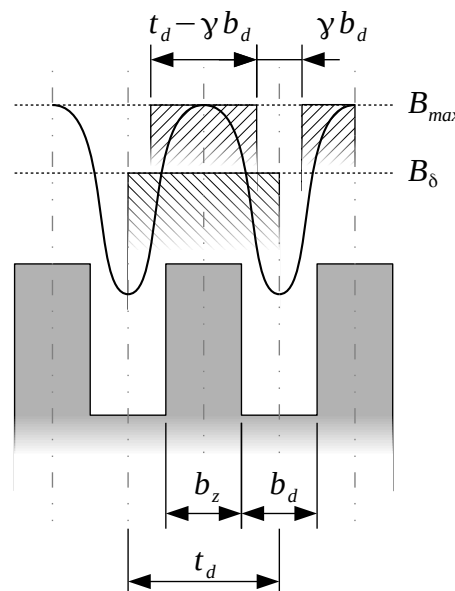
$$\Phi_{td} = B_\delta t_d l_{Fe} \quad (5.52)$$

Uvazujeme-li nárůst magnetického toku na špičkovou hodnotu zákmitu magnetického pole B_{max} , je třeba provést redukci šířky oblasti, kterou tento tok protéká na $(t_d - \gamma b_d)$ a lze jej zapsat jako

$$\Phi_{td} = B_{max} (t_d - \gamma b_d) l_{Fe} \quad (5.53)$$

Zavedeme-li Carterův činitel jako poměr maximální hodnoty magnetické indukce B_{max} a hodnoty B_δ , vychází

$$k_C = \frac{B_{max}}{B_\delta} = \frac{t_d}{t_d - \gamma b_d} \quad (5.54)$$



Obr. 5.20: Zákmity magnetického pole vlivem drážkování

V případě polouzavřených drážek se amplituda zákmitů snižuje a šířka drážky ve vztahu (5.54) je nahrazena šíří otevření drážky b_o .

$$k_C = \frac{t_d}{t_d - \gamma b_o} . \quad (5.55)$$

Činitel γ je pak v různé literatuře vyjadřován různými způsoby, přičemž běžně se používá například vztah

$$\gamma = \frac{b_o}{b_o + 5\delta} , \quad (5.56)$$

který ovšem může v případě malých vzduchových mezer selhávat. Proto je někdy výhodnější použít

$$\gamma = \frac{4}{\pi} \left[\frac{b_o}{2\delta} \operatorname{atan} \left(\frac{b_o}{2\delta} \right) - \ln \sqrt{1 + \left(\frac{b_o}{2\delta} \right)^2} \right] . \quad (5.57)$$

Jak je zřejmé, Carterův činitel je odvozen jako činitel drážkovaného povrchu vůči hladkému. V případě oboustranně drážkované vzduchové mezery (asynchronní stroje), určují se samostatně Carterův činitel pro stator a pro rotor, přičemž výsledkem je součin obou hodnot.

Jak již bylo naznačeno, obdobný efekt mají i radiální ventilační kanály, přičemž v jejich případě se ale virtuálně prodlužuje délka vzduchové mezery. V tomto případě lze použít předchozí vztah s následujícími úpravami:

- drážková rozteč zde přechází do délky jednoho plechového segmentu l_s a sousedního ventilačního kanálu l_v

$$t_d \rightarrow l_s + l_v \quad (5.58)$$

- šíře otevření drážky přechází v šíři ventilačního kanálu

$$b_o \rightarrow l_v \quad (5.59)$$

Pak lze psát Carterův činitel ventilačních kanálů

$$k_{Cv} = \frac{l_s + l_v}{l_s + l_v - \gamma l_v} = \frac{l_s + l_v}{l_s + (1 - \gamma)l_v} \quad (5.60)$$

s činitelem

$$\gamma = \frac{l_v}{l_v + 5\delta} . \quad (5.61)$$

Efektivní délka statoru stroje je pak

$$l_{ef} = \frac{l}{k_{Cv}} , \quad (5.62)$$

kde celková délka stroje l je

$$l = n_s l_s + (n_s - 1) l_v , \quad (5.63)$$

kde n_s je počet segmentů plechového svazku stroje,

l_s je délka jednotlivých segmentů

a l_v je šíře radiálních ventilačních kanálů.

Dalším jevem, který ovlivňuje velikost vzduchové mezery je pak okrajový jev. Na rozdíl od Carterova činitele, který se projevuje v jejím radiálním směru, okrajový jev vzduchovou mezeru axiálně prodlužuje (viz obr. 5.21). Ve výsledku se tak elektromagneticky stroj jeví mírně delší nežli je, přičemž běžně se uvažuje

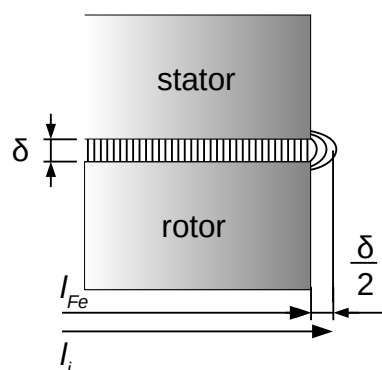
$$l_i = l_{Fe} + \delta . \quad (5.64)$$

Velikost vzduchové mezery zvětšená Carterovým činitelem se pak označuje často jako δ' , tzn.

$$\delta' = k_C \delta \quad (5.65)$$

a s jejím využitím je magnetické napětí na vzduchové mezeře

$$\Theta_\delta = H_\delta \delta' = \frac{1}{\mu_0} B_\delta k_C \delta . \quad (5.66)$$



Obr. 5.21: Okrajový jev na koncích vzduchové mezery

5.4 Nasycení magnetického obvodu stroje a vliv na charakteristiky

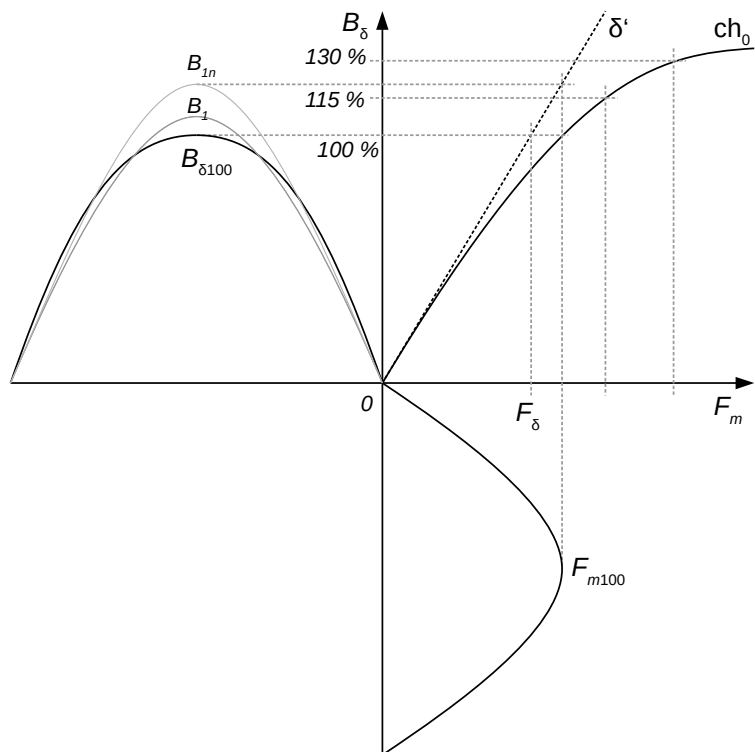
Posledním vlivem, který výpočetně ovlivňuje velikost vzduchové mezery, je nasycení magnetického obvodu stroje. Toto nasycení se běžně vynáší jako takzvaná charakteristika naprázdno, a to zejména u strojů s regulovatelným buzením a asynchronních strojů. Historicky se vynášela pro hodnoty indukce magnetického pole ve vzduchové mezeře 100 %, 115 % a 130 % B_δ a následně se proložila pro zbývající hodnoty. V současné době ji lze snadno v celém intervalu použitelných hodnot určit numericky. Ze známé charakteristiky naprázdno (v obr. 5.22 označena jako ch_0) a charakteristiky vzduchové mezery (tečna k charakteristice naprázdno v počátku souřadného systému) lze pak určit takzvaný činitel nasycení magnetického obvodu k_{sat} .

Postup určení činitele nasycení magnetického obvodu je pak takový, že v prvním kroku se určí charakteristika naprázdno stroje – tzn. pro 100 %, 115 % a 130 % indukce ve vzduchové mezeře se určí celkový úbytek magnetického napětí na magnetickém obvodu a proložením se sestrojí charakteris-

tika naprázdno ch_0 . Magnetické napětí v tomto případě odpovídá u synchronních strojů (kde se tyto charakteristiky běžně využívají) budícímu magnetickému napětí, proto je osa x označena jako F_m .

Následně lze z tečny v počátku souřadné soustavy vynést charakteristiku vzduchové mezery δ' . Předpokládáme-li sinusový průběh magnetického napětí ve vzduchové mezeře, lze jej vynést na osu y do dolní poloviny jako sinusový průběh o vypočtené amplitudě F_{m100} a následně za pomoci charakteristiky naprázdno ch_0 určit odpovídající hodnotu $B_{\delta 100}$ a za pomoci charakteristiky vzduchové mezery určit B_{1n} , tedy hodnotu indukce ve vzduchové mezeře za předpokladu odsycení magnetického obvodu.

Zároveň lze na průsečíku spojnice hodnoty $B_{\delta 100}$ s charakteristikou vzduchové mezery určit magnetické napětí na vzduchové mezeře F_δ . Odtud vychází činitel nasycení magnetického obvodu



Obr. 5.22: Určení činitele nasycení magnetického obvodu z charakteristiky naprázdno

$$k_{sat} = \frac{F_{m100}}{F_\delta} \quad (5.67)$$

Pro doplnění lze postupným „zrcadlením“ průběhu magnetického napětí na vzduchové mezeře získat průběh indukce ve vzduchové mezeře. Ten je mírně zploštěn vlivem sycení, což lze dále využít pro určení či zpřesnění koeficientů tvaru pole k_B a pólového krytí α_δ . Pro názornost je pak v obr. 5.22 vynesena základní harmonická magnetického pole ve vzduchové mezeře, B_1 .

Činitel nasycení je pak využíván pro další modifikaci velikosti vzduchové mezery, které se označuje jako dvoučárkovaná a její velikost je

$$\delta'' = k_{sat} \delta' = k_{sat} k_C \delta \quad (5.68)$$