



Termomechanika – cvičení 13

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Obsah

Sdílení tepla - příklady

Tepelné výměníky - příklady



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



SDÍLENÍ TEPLA PŘÍKLADY



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

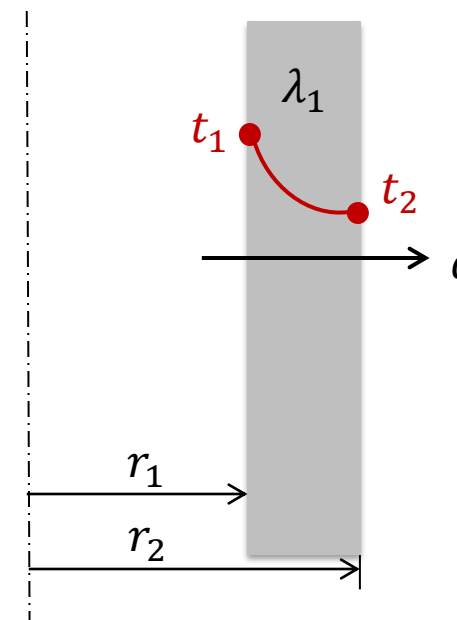


Příklad 1

Skrze neizolované potrubí protéká teplá voda. Potrubí má vnitřní poloměr 5 cm a vnější poloměr 6 cm. Určete tepelný tok a závislost teploty na poloměru 1 m potrubí. Teplotu na vnitřní straně potrubí uvažujte 80°C a na vnější straně potrubí 20°C. Součinitel tepelné vodivosti dané oceli je přibližně 25 Wm⁻¹K⁻¹.

Dáno: $t_1 = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_2 = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$; $r_1 = 0.05\text{ m}$; $r_2 = 0.06\text{ m}$; $\lambda = 25\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$, $L = 1\text{ m}$

Určit: $t = f(r)$; $\dot{Q} = ? [W]$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Pro výpočet využijeme Biot-Fourierův zákon, přičemž je třeba uvažovat závislost plochy na poloměru:

$$\dot{Q} = -\lambda S(r) \text{ grad } T$$

V případě 1D úlohy lze rovnici zjednodušit do tvaru:

$$\dot{Q} = -\lambda \underbrace{2\pi r L}_{\text{plocha v obecném řezu na poloměru } r} \underbrace{\frac{dT}{dr}}_{\text{první složka vektoru parciálních derivací (gradientu)}}$$

Provedeme separaci proměnných a rovnici integrujeme:

$$\frac{\dot{Q}}{2\pi L r} dr = -\lambda dT \rightarrow \frac{\dot{Q}}{2\pi L} \int \frac{1}{r} dr = -\lambda \int dT \rightarrow T = -\frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln r + C$$

První okrajová podmínka je, že pro $r = r_1$ je $T = T_1$

$$T_1 = -\frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln r_1 = C \rightarrow C = T_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln r_1$$

Druhá okrajová podmínka je, že pro $r = r_2$ je $T = T_2$

$$T_2 = -\frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln r_2 + T_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln r_1 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda} \ln \frac{r_1}{r_2} \rightarrow Q = 2\pi L \lambda \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}}$$



Dosazením lze dopočítat přenášený tepelný výkon:

$$\dot{Q} = 2\pi L\lambda \frac{T_2 - T_1}{\ln \frac{r_1}{r_2}} = 2 * \pi * 1 * 25 * \frac{20 - 80}{\ln \frac{0.05}{0.06}}$$
$$\dot{Q} \cong 51\,693.2\,W$$

Po dosazení za konstantu a tepelný tok do vztahu pro teplotu dostaneme závislost teploty na poloměru:

$$T = -\frac{\dot{Q}}{2\pi L\lambda} \ln r + C = -\frac{\dot{Q}}{2\pi L\lambda} \ln r + T_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L\lambda} \ln r_1 = T_1 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L\lambda} \ln \frac{r_1}{r}$$
$$T = 80 + 329.09 \ln \frac{0.05}{r}$$



Příklad 2

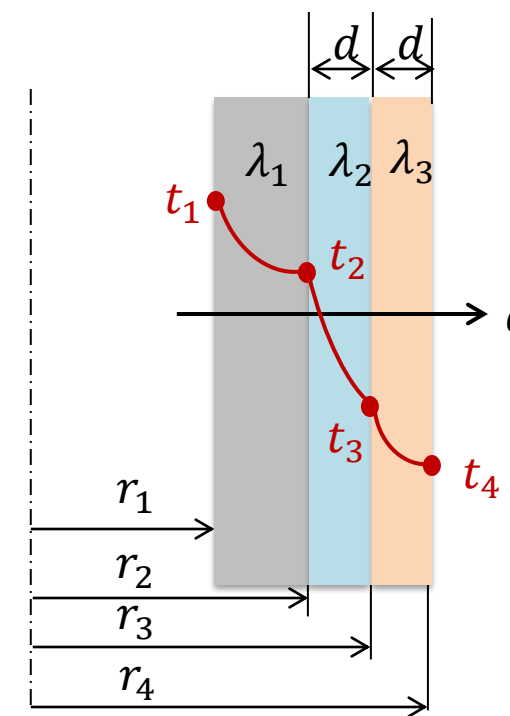
Ocelové potrubí $\frac{d_2}{d_1} = \frac{110 \text{ [mm]}}{100 \text{ [mm]}}$ je pokryto dvěma vrstvami izolace stejné tloušťky 50 mm. Teplota vnitřního povrchu stěny je 250 [°C], vnější povrch izolace má teplotu 50 [°C]. Určete ztráty tepla na 1 [m] délky potrubí a teplotu na hranici styku obou izolačních vrstev. Vnitřní vrstva izolace má součinitel tepelné vodivosti 0.06 [W m⁻¹K⁻¹], vnější pak 0.12 [W m⁻¹K⁻¹]. Materiál potrubí má součinitel tepelné vodivosti 50 [W m⁻¹K⁻¹].

Dáno: $\lambda_1 = 50 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$; $\lambda_2 = 0.06 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$; $\lambda_3 = 0.12 \text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$;

$d = 50 \text{ mm}$; $d_1 = 100 \text{ mm}$

$d_2 = 110 \text{ mm}$; $t_1 = 250 \text{ °C}$; $t_4 = 50 \text{ °C}$, $L = 1 \text{ m}$

Určit: $\dot{q} = ? \text{ [W m}^{-1}\text{]}$; $t_3 = ? \text{ [°C]}$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MSMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Pro jednoduchou válcovou stěnu platí:

$$\dot{Q} = \frac{2 \pi \lambda L}{\ln \frac{r_2}{r_1}} (t_1 - t_2) \rightarrow t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \pi L \lambda} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Pro složenou válcovou stěnu platí:

$$t_1 - t_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \pi L \lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1}$$

$$t_2 - t_3 = \frac{\dot{Q}}{2 \pi L \lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2}$$

$$t_3 - t_4 = \frac{\dot{Q}}{2 \pi L \lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}$$

rovnice sečteme

$$t_1 - t_4 = \frac{\dot{Q}}{2 \pi L} \left[\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3} \right]$$

Uvažovaná délka potrubí byla 1 m, proto je hodnota tepelného toku vztažená na 1 m číselně shodná s vypočtenou hodnotou

Nyní můžeme dopočítat hodnotu tepelného toku (tj. tepelných ztrát) složenou stěnou:

$$\dot{Q} = \frac{2 \pi L (t_1 - t_4)}{\left[\frac{1}{\lambda_1} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\lambda_2} \ln \frac{r_3}{r_2} + \frac{1}{\lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3} \right]} = \frac{2 \pi * 1 * (250 - 50)}{\left[\frac{1}{50} \ln \frac{110}{100} + \frac{1}{0.06} \ln \frac{210}{110} + \frac{1}{0.12} \ln \frac{310}{210} \right]} = 89.6 [W] \equiv 89.6 [W m^{-1}]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Zbývá dopočítat teplotu t_3 , tj. teplotu na hranici styku obou izolačních vrstev. Pro výpočet využijeme rovnici pro teplotní rozdíl $t_3 - t_4$ z předchozího slidu:

$$t_3 - t_4 = \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3} \rightarrow t_3 = t_4 + \frac{\dot{Q}}{2\pi L \lambda_3} \ln \frac{r_4}{r_3}$$

$$t_3 = 50 + \frac{89.6}{2\pi * 10.12} \ln \frac{310}{210} = 96.3 \text{ [}^\circ\text{C]}$$



TEPELNÉ VÝMĚNÍKY PŘÍKLADY



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 1

Určete počet trubek trubkového výměníku voda-voda potřebných k ohřátí 2.5 kg/s vody z teploty 20°C na 60°C. Trubky mají délku 2.5 m, vnitřní poloměr 1.2 cm a vnější poloměr 1.4 cm. Trubky jsou vyrobeny z oceli se součinitelem tepelné vodivosti 25 W m⁻¹K⁻¹. Ohřev je prováděn vodou o teplotě 80°C a průtoku 10 kg/s. Součinitel přestupu tepla na vnitřní stěně trubek je 500 Wm⁻¹K⁻¹ a na vnější stěně 300 Wm⁻¹K⁻¹. Výpočet proveďte pro případ souproutého výměníku a protiproutého výměníku.

Dáno: $t_{s1} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_{s2} = 60\text{ }^{\circ}\text{C}$; $\dot{m}_s = 2.5\text{ kg s}^{-1}$; $t_{T1} = 80\text{ }^{\circ}\text{C}$; $\dot{m}_T = 10\text{ kg s}^{-1}$; $\alpha_i = 500\text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$
 $\alpha_o = 300\text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$; $R_i = 0.012\text{ m}$; $R_o = 0.014\text{ m}$; $\lambda = 25\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$; $l_{trubky} = 2.5\text{ m}$
 $c_v = 4200\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

Určit: počet trubek pro souproutý a protiproutý výměník



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Bez ohledu na typ výměníku – souproudý, protiproudý – můžeme vypočítat předávaný tepelný výkon a výstupní teplotu teplé vody. Předávaný tepelný výkon stanovíme následovně:

$$\dot{Q} = \dot{m}_s c_v (t_{s2} - t_{s1})$$

$$\dot{Q} = 2.5 * 4200 * (60 - 20) \cong 420\,000 [W]$$

Výstupní teplotu teplé vody určíme ze skutečnosti, že množství tepla, které přijme studená voda, musí odevzdat voda teplá:

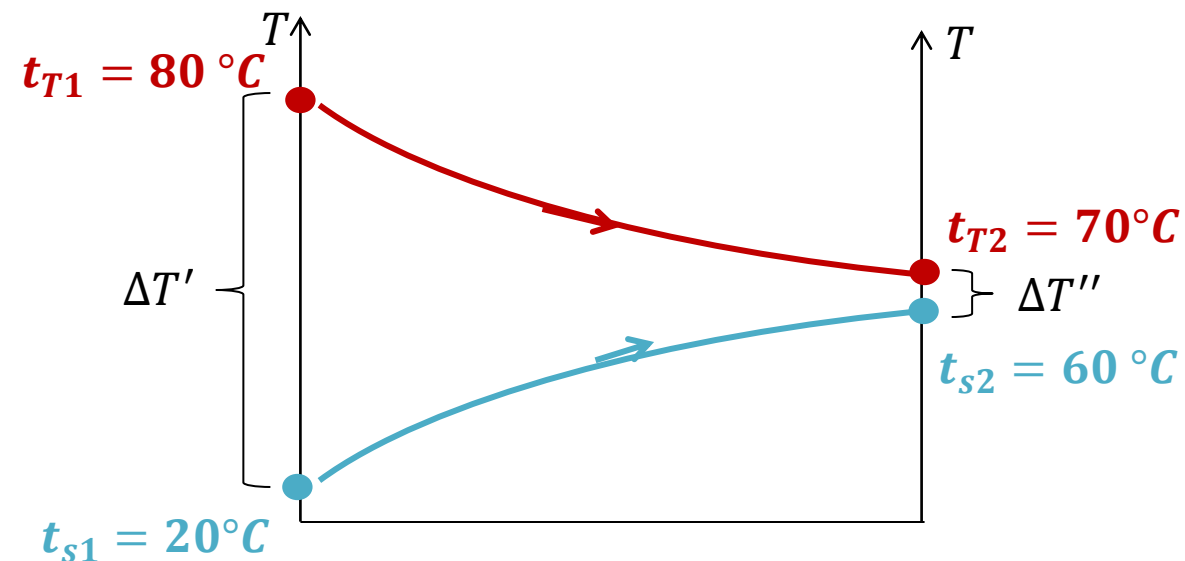
$$\dot{Q} = \dot{m}_T c_v (t_{T1} - t_{T2}) \rightarrow t_{T2} = t_{T1} - \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_T c_v}$$

$$t_{T2} = 80 - \frac{420\,000}{10 * 4200} = 70\,^{\circ}\text{C}$$

Výše provedené výpočty vycházejí pouze z použití kalorimetrické rovnice, a tudíž jsou platné pro oba typy výměníku. Znamená to tedy, že v souproudém i protiproudém výměníku bude výstupní teplota teplé vody 70°C.



Průběh teplot v souproudém výměníku bude vypadat následovně:



Pomocí výše uvedeného digramu můžeme vyjádřit střední teplotní logaritmický spád jako:

$$\Delta T_s = \frac{\Delta T'' - \Delta T'}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}} = \frac{(t_{T1} - t_{s1}) - (t_{T2} - t_{s2})}{\ln \frac{(t_{T1} - t_{s1})}{(t_{T2} - t_{s2})}}$$

$$\Delta T_s = \frac{(80 - 20) - (70 - 60)}{\ln \frac{80 - 20}{70 - 60}} \cong 27.91 \text{ °C}$$



Tepelný výkon trubkového výměníku vyjádříme analogicky k prostupu tepla válcovou trubicí s tím rozdílem, že za rozdíl teploty vně a uvnitř trubky dosadíme střední teplotní logaritmický spád. To je dáno tím, že u úloh prostupu tepla válcovou trubicí jsme uvažovali konstantní teploty podél trubky, ale v případě výměníku se nám po délce teploty mění – viz diagram na předchozím slidu.

$$\dot{Q} = 2 \Delta T_s \pi L \frac{1}{\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o}}$$

Tepelný výkon výměníku již známe, takže z této rovnice můžeme vyjádřit celkovou délku trubek (jde o souhrnnou délku všech trubek):

$$L = \frac{\dot{Q}}{2 \Delta T_s \pi} \left(\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o} \right)$$

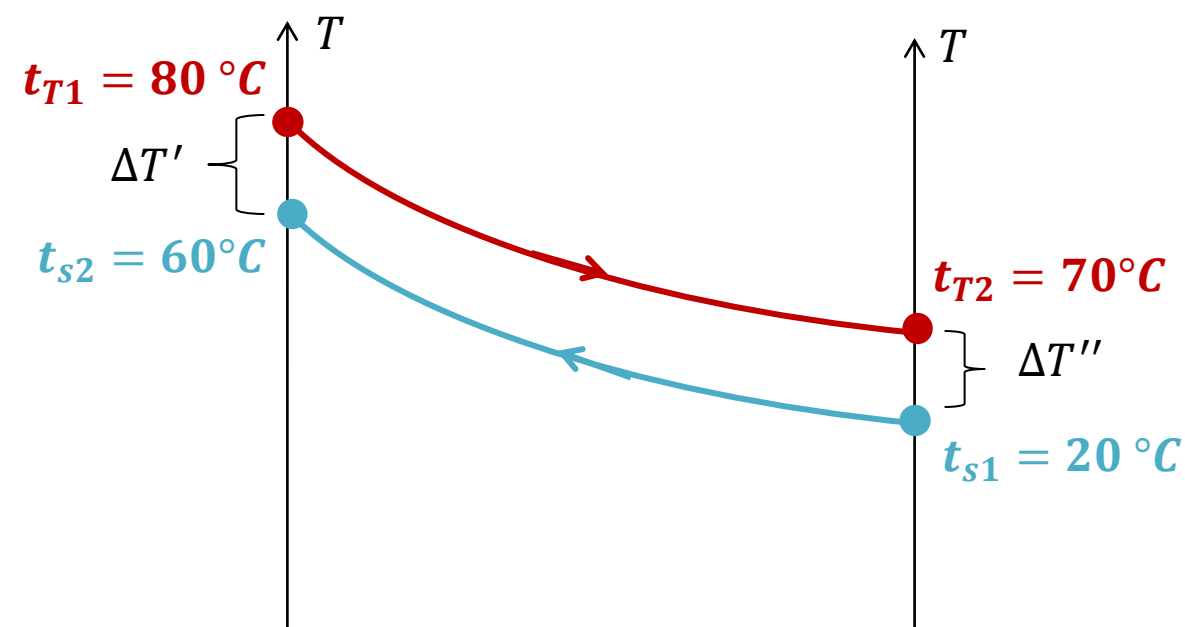
$$L = \frac{420\,000}{27.91 * 2 * \pi} \left(\frac{1}{0.012 * 500} + \frac{1}{25} \ln \frac{0.014}{0.012} + \frac{1}{0.014 * 300} \right) \cong 984.18 \text{ m}$$

Celkový počet trubek tedy je:

$$n_{trubek} = \frac{L}{l_{trubky}} = \frac{984.18}{2.5} \cong 393.67 \rightarrow 394 \text{ trubek}$$



Průběh teplot v souproudém výměníku bude vypadat následovně:



Pomocí výše uvedeného digramu můžeme vyjádřit střední teplotní logaritmický spád jako:

$$\Delta T_s = \frac{\Delta T'' - \Delta T'}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}} = \frac{(t_{T1} - t_{s2}) - (t_{T2} - t_{s1})}{\ln \frac{(t_{T1} - t_{s2})}{(t_{T2} - t_{s1})}}$$

$$\Delta T_s = \frac{(80 - 60) - (70 - 20)}{\ln \frac{80 - 60}{70 - 20}} \cong 32.74^\circ\text{C}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Tepelný výkon trubkového výměníku vyjádříme analogicky k prostupu tepla válcovou trubicí s tím rozdílem, že za rozdíl teplot vně a uvnitř trubky dosadíme střední teplotní logaritmický spád. To je dáno tím, že u úloh prostupu tepla válcovou trubicí jsme uvažovali konstantní teploty podél trubky, ale v případě výměníku se nám po délce teploty mění – viz diagram na předchozím slidu.

$$\dot{Q} = 2 \Delta T_s \pi L \frac{1}{\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o}}$$

Tepelný výkon výměníku již známe, takže z této rovnice můžeme vyjádřit celkovou délku trubek (jde o souhrnnou délku všech trubek):

$$L = \frac{\dot{Q}}{2 \Delta T_s \pi} \left(\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o} \right)$$
$$L = \frac{420\,000}{32.74 * 2 * \pi} \left(\frac{1}{0.012 * 500} + \frac{1}{25} \ln \frac{0.014}{0.012} + \frac{1}{0.014 * 300} \right) \cong 838.99 \text{ m}$$

Celkový počet trubek tedy je:

$$n_{trubek} = \frac{L}{l_{trubky}} = \frac{838.99}{2.5} \cong 335.6 \rightarrow 336 \text{ trubek}$$



Příklad 2

Určete celkovou délku trubek trubkového kondenzačního výměníku typu pára-voda o výkonu 1MW. Ve výměníku je ohříváno 4kg/s vody z teploty 20°C. Ohřev je prováděn sytou párou o teplotě 100°C, která v průběhu zcela zkondenzuje (za konstantního tlaku). Trubky mají vnitřní poloměr 0.8 cm, vnější poloměr 1 cm. Trubky jsou vyrobeny z oceli se součinitelem tepelné vodivosti 25 Wm-1K-1. Součinitel přestupu tepla na vnitřní straně trubek je 400 Wm-1K-1 a na vnější straně, kde kondenzuje pára 1500 Wm-1K-1.

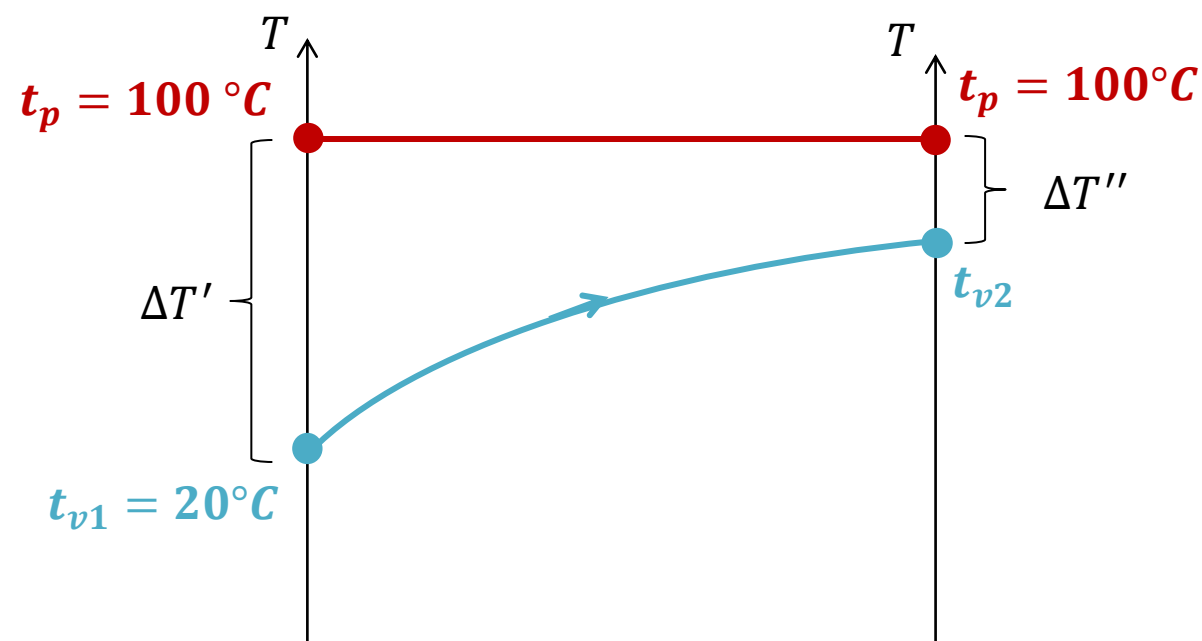
Dáno: $t_{v1} = 20\text{ }^{\circ}\text{C}$; $t_p = 100\text{ }^{\circ}\text{C}$; $\dot{m}_v = 4\text{ kg s}^{-1}$; $\alpha_i = 400\text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$; $\alpha_o = 1500\text{ W m}^{-2}\text{K}^{-1}$;
 $R_i = 0.008\text{ m}$; $R_o = 0.01\text{ m}$; $\lambda = 25\text{ W m}^{-1}\text{K}^{-1}$; $c_v = 4200\text{ J kg}^{-1}\text{K}^{-1}$

Určit: $L = ? [m]$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Nejprve je třeba si ujasnit skutečnost, že pára kondenzuje při konstantním tlaku a tedy i teplotě. Průběh teplot ve výměníku lze zakreslit následovně:



Z výše zakresleného průběhu je zřejmé, že v tomto konkrétním případě není třeba rozlišovat, zda se jedná o výměník protiproudý či souproudý, jelikož průběh teplot ve výměníku by byl pro oba typy zcela totožný, a tudíž i hodnota středního teplotního logaritmického spádu bude stejná.



Množství tepla, které odevzdá pára ve výměníku je dáno skupenským teplem kondenzace páry. V zadání příkladu je řečeno, že počáteční stav páry je na pravé mezní křivce (syťá pára), a že ve výměníku dojde k úplné kondenzaci páry (tj. koncový stav je syťá kapalina).

Ze zadání příkladu známe přímo tepelný výkon výměníku a můžeme tedy z kalorimetrické rovnice dopočítat teplotu vody na výstupu:

$$\dot{Q} = \dot{m}_v c_v (t_{v2} - t_{v1}) \rightarrow t_{v2} = \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_v c_v} + t_{v1}$$
$$t_{v2} = \frac{10^6}{4 * 4200} + 20 \cong 79.52 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Střední teplotní logaritmický spád vyjádříme jako:

$$\Delta T_s = \frac{\Delta T'' - \Delta T'}{\ln \frac{\Delta T''}{\Delta T'}} = \frac{(t_p - t_{v1}) - (t_p - t_{v2})}{\ln \frac{(t_p - t_{v1})}{(t_p - t_{v2})}}$$
$$\Delta T_s = \frac{(100 - 20) - (100 - 79.52)}{\ln \frac{100 - 20}{100 - 79.52}} \cong 43.68 \text{ } ^\circ\text{C}$$



Tepelný výkon trubkového výměníku vyjádříme analogicky k prostupu tepla válcovou trubicí s tím rozdílem, že za rozdíl teplot vně a uvnitř trubky dosadíme střední teplotní logaritmický spád. To je dáno tím, že u úloh prostupu tepla válcovou trubicí jsme uvažovali konstantní teploty podél trubky, ale v případě výměníku se nám po délce teploty mění.

$$\dot{Q} = 2 \Delta T_s \pi L \frac{1}{\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o}}$$

Z rovnice výše vyjádříme celkovou délku trubek:

$$L = \frac{\dot{Q}}{2 \Delta T_s \pi} \left(\frac{1}{R_i \alpha_i} + \frac{1}{\lambda} \ln \frac{R_o}{R_i} + \frac{1}{R_o \alpha_o} \right)$$

$$L = \frac{10^6}{2 * 43.68 * \pi} \left(\frac{1}{0.008 * 400} + \frac{1}{25} \ln \frac{0.01}{0.008} + \frac{1}{0.01 * 1500} \right) \cong 1414.1 \text{ m}$$



DĚKUJI ZA POZORNOST



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

