



Termomechanika – cvičení 4

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Obsah

Adiabatická změna

Polytropická změna

Entropie

Přehled vratných změn stavu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



ADIABATICKÁ ZMĚNA STAVU

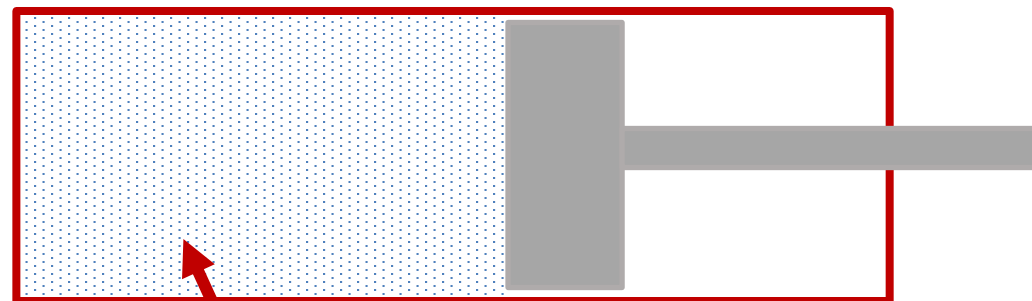


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Během adiabatické změny nedochází k výměně tepla s okolím – stěna TS je tedy tepelně izolována.

tepelně izolovaná stěna TS systému



$$dQ = 0; dq = 0$$

Př.:



uzavřený a adiabatický TS



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Tvar 1. věty termodynamické s vnitřní energií a absolutní prací:

$$dq = du + da$$

$$dq = 0 \rightarrow da = -du = -c_v dT$$

$$a_{12} = -\frac{r}{\kappa - 1} (T_2 - T_1)$$

Tvar 1. věty termodynamické s entalpií a technickou prací:

$$dq = dh + da_t$$

$$dq = 0 \rightarrow da_t = -dh = -c_p dT$$

$$a_{t12} = -\frac{\kappa r}{\kappa - 1} (T_2 - T_1)$$

$$a_{t12} = \kappa a_{12}$$

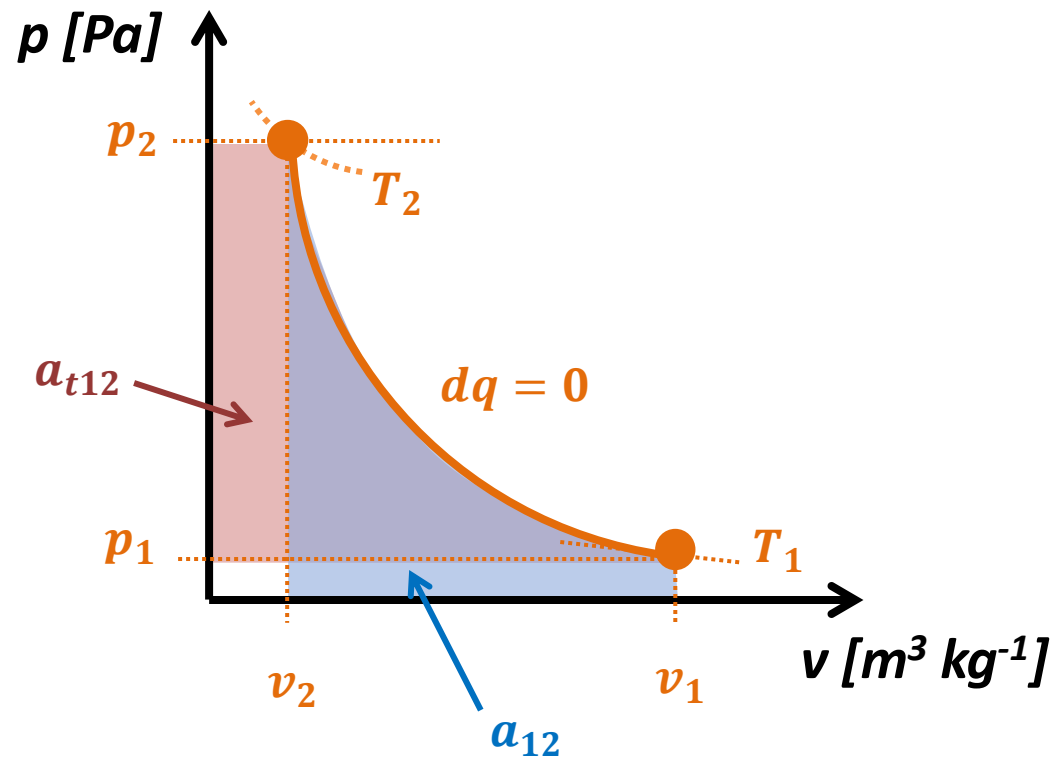
U adiabatického děje není absolutní práce rovna práci technické!



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Rovnice adiabaty

Úpravami rovnic na předchozím slidu lze odvodit následující vztah:



$$pv^{\kappa} = \text{konst.}$$

tlak [Pa] $\rightarrow$ p $\leftarrow$ měrný objem [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$] $\rightarrow$ v $\leftarrow$ κ $\leftarrow$ Poissonova konstanta [-]

Adiabata v p - v diagramu je hyperbolou vyššího řádu!



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

výchozí rovnice

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \dots \text{rovnice adiabaty}$$

$$p_1 v_1 = r T_1 \dots \text{stavová rovnice pro stav 1}$$

$$p_2 v_2 = r T_2 \dots \text{stavová rovnice pro stav 2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}; \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2 T_1}{v_1 T_2}$$

a)

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^\kappa \leftrightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}}$$

b)

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1}{\kappa}-1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

c)

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{v_2 T_1}{v_1 T_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}+1} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1-\kappa}$$

Shrnutí:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{1-\kappa} = \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\kappa-1} = \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

vnitřní energie:

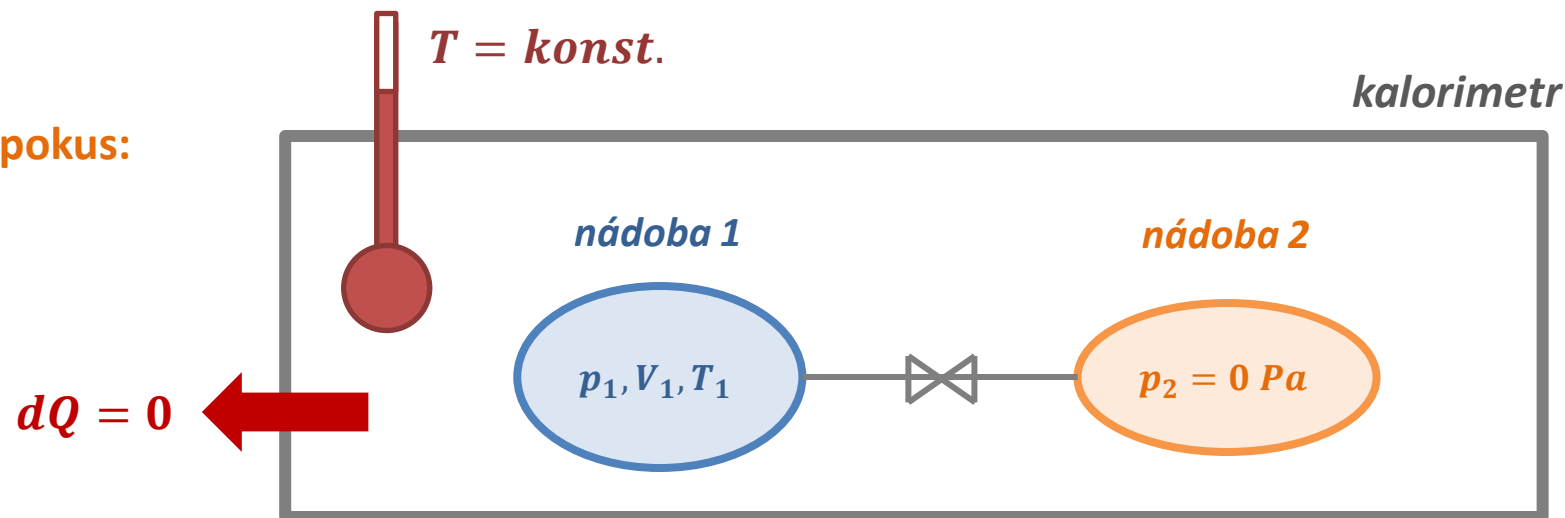
$U [J]$

měrná vnitřní energie:

$u [J \text{ kg}^{-1}]$

stavová veličina $\rightarrow U = U(p, V, T)$

Jouleův pokus:



Do vodní lázně uvnitř tepelně izolovaného termostatu vložil 2 nádoby, jednu s plynem, druhou vakuovanou. Po přepuštění plynu do vakuované nádoby se teplota lázně nezměnila, tedy se nezměnila ani uvnitř nádob. Protože do lázně nepřešlo žádné teplo, nemohla se změnit ani vnitřní energie plynu uvnitř nádob. Při tom se změnil tlak a objem. Tedy p a V nemají vliv na U , vliv může mít jen teplota T .

Ačkoliv je U stavovou veličinou, závisí pouze na teplotě $\rightarrow U = U(T)$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Adiabatická změna a abs. & technická práce

Na slidu 5 jsou uvedeny vztahy pro absolutní a technickou práci, které jsme odvodili na základě 1. věty termodynamiky
Ke stejným vztahům se lze dopracovat i přes definici práce (viz níže)

Absolutní práce (odvození z definice):

$p_1 v_1^\kappa = p v^\kappa \rightarrow p = p_1 v_1^\kappa \frac{1}{v^\kappa} \dots$ vztah pro adiabatou mezi počátečním a obecným stavem

$$da = p dv \rightarrow a_{12} = \int_1^2 p dv = p_1 v_1^\kappa \int_1^2 \frac{dv}{v^\kappa} = p_1 v_1^\kappa \left[\frac{v^{-\kappa+1}}{-\kappa+1} \right]_1^2 = \frac{p_1 v_1^\kappa}{1-\kappa} (v_2^{1-\kappa} - v_1^{1-\kappa}) = \frac{p_1 v_1}{1-\kappa} \left(\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-\kappa} - 1 \right)$$

Poslední vztah předchozí rovnice se dá dle libosti upravit, např. na tvar:

$$a_{12} = \frac{rT_1}{1-\kappa} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{r}{1-\kappa} (T_2 - T_1) = -\frac{r}{\kappa-1} (T_2 - T_1)$$

Pozn.: v tomto tvaru jsme odvodili absolutní práci z 1. zákona termodynamiky

...zcela analogicky by se postupovalo při odvození technické práce z definice (samostudium)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



POLYTROPICKÁ ZMĚNA STAVU



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



„Adiabatické a izotermické změny stavu jsou v určitém smyslu mezní případy. Skutečné procesy probíhají mezi těmito mezními případy. U skutečných změn se tedy mění veličiny stavu (p , v , T) a nastává i sdílení tepla s okolím. Tyto procesy můžeme pro termické výpočty nahradit jednou změnou, která je vyjádřena rovnicí:“

$$pv^n = \text{konst.}$$

tlak [Pa] → p *polytropický exponent [-]* → n *měrný objem [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]* → v

$n \dots \text{polytropický exponent}$
 $1 < n < \kappa$

Určí se např. logaritmováním rovnice polytropy
 $\ln(p_1 v_1^n) = \ln(p_2 v_2^n) \rightarrow n = \frac{\ln p_1 - \ln p_2}{\ln v_2 - \ln v_1}$

polytropa v p - V diagramu je obecnou hyperbolou

Obdobně jako v případě adiabatické změny se můžeme dopracovat k vyjádření závislosti stavových veličin s využitím stavové rovnice a rovnice polytropy. I odvození technické a absolutní práce se řídí stejným algoritmem jako v případě adiabatické změny.

=> „Formálním rozdílem“ spočívá v tom, že exponent κ se nahradí polytropickým exponentem n .



výchozí rovnice

$$p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \dots \text{rovnice adiabaty}$$

$$p_1 v_1 = r T_1 \dots \text{stavová rovnice pro stav 1}$$

$$p_2 v_2 = r T_2 \dots \text{stavová rovnice pro stav 2}$$

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2}; \frac{p_1}{p_2} = \frac{v_2 T_1}{v_1 T_2}$$

a) $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n \rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^n \leftrightarrow \frac{v_1}{v_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}}$

b) $\frac{v_1}{v_2} = \frac{p_2 T_1}{p_1 T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1}{n}-1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}}$

c) $\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{v_2 T_1}{v_1 T_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1-n}{n}+1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \rightarrow \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^{\frac{1}{n}} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} \rightarrow \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-n}$

Shrnutí:

$$\frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{1-n} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{n-1} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{n-1}{n}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{1-n}{n}}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Polytropická změna a absolutní práce

Absolutní práce (odvození z definice):

$p_1 v_1^n = p v^n \rightarrow p = p_1 v_1^n \frac{1}{v^n} \dots$ vztah pro adiabatou mezi počátečním a obecným stavem

$$da = p dv \rightarrow a_{12} = \int_1^2 p dv = p_1 v_1^n \int_1^2 \frac{dv}{v^n} = p_1 v_1^n \left[\frac{v^{-n+1}}{-n+1} \right]_1^2 = \frac{p_1 v_1^n}{1-n} (v_2^{1-n} - v_1^{1-n}) = \frac{p_1 v_1}{1-n} \left(\left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{1-n} - 1 \right)$$

Poslední vztah předchozí rovnice se dá dle libosti upravit, např. na tvar:

$$a_{12} = \frac{rT_1}{1-n} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = \frac{r}{1-n} (T_2 - T_1)$$

K zamyšlení.: Lze u polytropické změny odvodit vztah pro absolutní práci z 1. zákona termodynamiky, když u polytropické změny je $dq \neq 0$?



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Polytropická změna a technická práce

Technická práce (odvození z definice):

$p_1 v_1^n = p v^n \rightarrow v = p_1^{\frac{1}{n}} v_1 p^{-\frac{1}{n}}$... vztah pro polytropu mezi počátečním a obecným stavem

$$da_t = -v dp \rightarrow a_{t12} = - \int_1^2 v dp = -p_1^{\frac{1}{n}} v_1 \int_1^2 \frac{dp}{p^{\frac{1}{n}}} = -p_1^{\frac{1}{n}} v_1 \left[\frac{p^{-\frac{1}{n}+1}}{-\frac{1}{n}+1} \right]_1^2 = -\frac{p_1^{\frac{1}{n}} v_1}{\frac{n-1}{n}} \left(p_2^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{n-1}{n}} \right) = -\frac{n p_1 v_1}{n-1} \left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

Poslední vztah předchozí rovnice se dá dle libosti upravit, např. na tvar:

$$a_{t12} = -\frac{nrT_1}{n-1} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = n \frac{rT_1}{1-n} \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right)$$

Porovnáním vztahů pro absolutní a technickou dostáváme, že:

$$a_{t12} = n a_{12}$$

Pozn.: z tohoto vztahu lze také určit polytropický exponent

$$n = \frac{a_{t12}}{a_{12}}$$

K zamyšlení.: Lze u polytropické změny odvodit vztah pro technickou práci z 1. zákona termodynamiky, když u polytropické změny je $dq \neq 0$?



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Polytropická změna a 1. zákon termodynamiky

Při polytropické změně dochází k výměně tepla s okolím, tzn. že v 1. větě termodynamické budou všechny členy nenulové. Platí tedy v plném rozsahu:

$$dq = du + da$$

$$dq = dh + da_t$$

Z toho plyne, že v případě polytropického děje musí existovat člen tepelné kapacity (u adiabatického děje neexistuje), který bude obdobně jako c_v (isochorický děj) nebo c_p (isobarický děj) reprezentovat u polytropického děje výměnu tepla s okolím. Značí se c_n :

$$dq = du + da = c_v dT + p dv$$

dostaneme diferencováním
stavové rovnice

$$\begin{aligned} p v^n &= \text{konst.} \\ d(p v^n) &= d(\text{konst.}) \\ p n v^{n-1} dv + v^n dp &= 0 \\ dp &= -p n v^{-1} dv \end{aligned}$$

$$d(pv) = d(rT)$$

$$v dp + p dv = r dT$$

$$-p n v^{-1} v dv + p dv = r dT$$

$$-n p dv + p dv = r dT \rightarrow p dv = \frac{1}{1-n} r dT$$

$$dq = c_v dT + \frac{r}{1-n} dT = \left(c_v + \frac{r}{1-n} \right) dT$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

$$dq = c_v dT + \frac{r}{1-n} dT = \underbrace{\left(c_v + \frac{r}{1-n} \right)}_{c_n} dT$$

c_n ... polytropická měrná tepelná kapacita [J kg⁻¹ K⁻¹]

Množství přivedeného tepla při polytropickém ději:

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1} \rightarrow r = c_v(\kappa - 1)$$

$$c_n = \left(c_v + \frac{r}{1-n} \right) = c_v + c_v \frac{\kappa - 1}{1-n} = c_v \left(1 + \frac{\kappa - 1}{1-n} \right) = c_v \frac{\kappa - n}{1-n} = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}$$

$$dq = c_n dT$$

$$dQ = m c_n dT$$

Polytropická měrná tepelná kapacita [J kg⁻¹ K⁻¹]:

$$c_n = c_v \frac{\kappa - n}{1-n} = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

ENTROPIE



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Druhá věta termodynamiky upřesňuje 1. větu. Podle ní se práce může přeměnit na teplo a teplo na práci. Druhá věta říká, že první proces probíhá snadno (např. třením), kdežto přeměna tepla na práci obtížně, potřebujeme k tomu složité zařízení jakým je např. parní turbína s příslušenstvím. Ono to má obecnější výklad. Máme různé druhy energií, které se kvalitativně liší uspořádaností svého pohybu. Vysoce uspořádaná je elektrická energie s vysoce organizovanými toky kladných a záporných částic, chemická energie zvláště organická s pravidelnými řetězci benzenových jader, mechanická energie, atomová energie a další. Na nejspodnější příčce kaskády energií je tepelná energie s chaotickým pohybem molekul. Platí, že uspořádanost se snadno mění v chaos, kdežto chaos uspořádat je těžké. Takže **všechny energie se snadno mění na tepelnou** (např. elektrická energie ohmickým odporem) a **tepelná naopak obtížně**: pro přeměnu tepla na elektřinu je třeba sofistikované zařízení jakým je elektrárna.

Co se kvality týče, existuje rozdíl i mezi různými druhy tepelné energie. Je-li tepelná energie držena při vysoké teplotě, je uspořádanější než při nízké teplotě. Vysoké teploty se dosahují ohřevem velkými tepelnými toky orientujícími pohyb molekul ve směru kolmém k výhřevné ploše. Přeměna tepla na mechanickou práci probíhá s mnohem vyšší účinností při vysoké teplotě než při nízké, dokonce se při nízké teplotě může schopnost této přeměny snížit na nulu. Např. z 1 tuny přehřáté páry můžeme vyrobit n-kilowatů elektřiny. Jestliže onu tunu páry vypustíme do rybníka, počáteční tepelná energie tam je, neztratila se, ale prakticky jsme ji z hlediska přeměny na elektřinu plně znehodnotili. **Při každém sdílení tepla**, kdy tato energie přechází z tělesa o vyšší teplotě na těleso o teplotě nižší, **dochází k degradaci tepla** a v drastickém “rybničním případě” je degradace totální (stále z pohledu možné přeměny tepla na mechanickou práci či elektrickou energii). Z páry zkondenzovaná voda může samozřejmě pohánět vodní turbínu, běžně však dostaneme zlomek původně získatelné mechanické práce (pokud rybník není v nadmořské výšce několika kilometrů).

Zdroj: skripta prof. Linharta



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

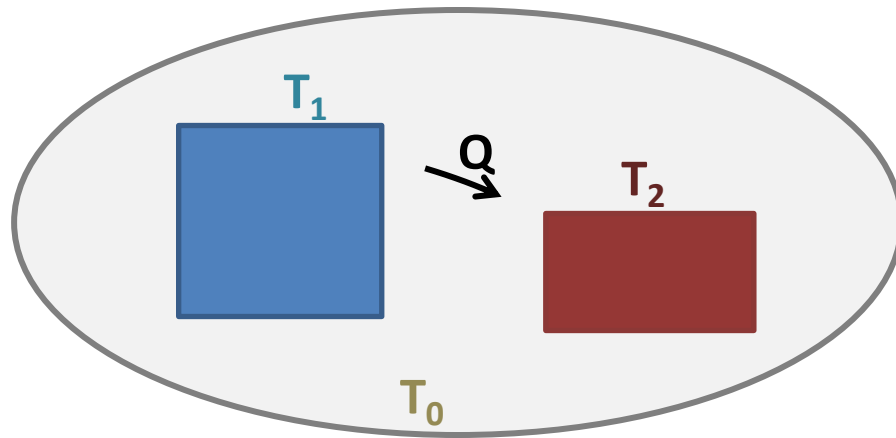


2. termodynamický zákon: Teplo samo o sobě nemůže samovolně přecházet z teploty nižší na teplotu vyšší (*Clausius*)

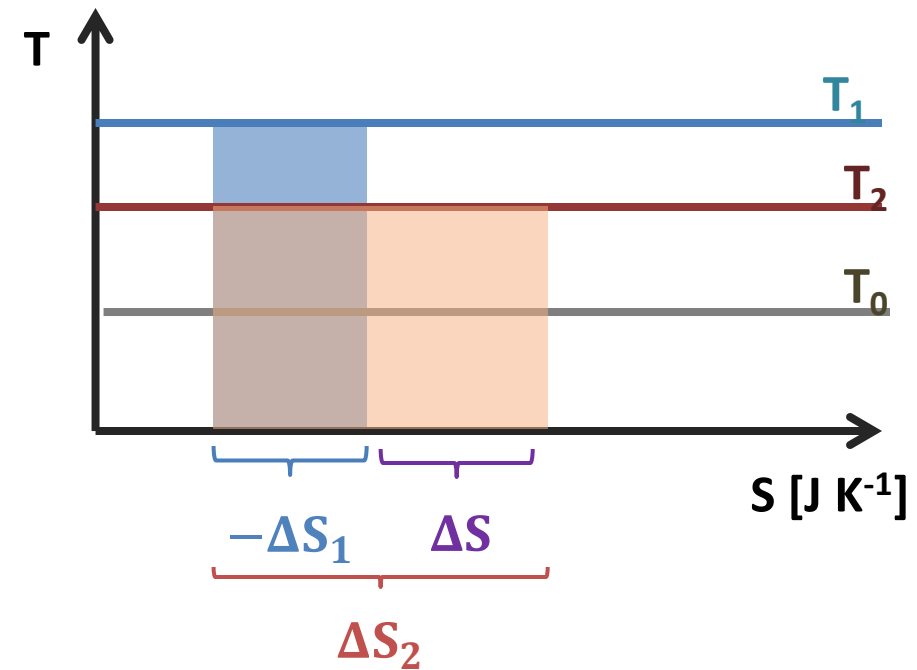
Matematické vyjádření entropie vychází z druhého zákona termodynamiky:

$$dq = T ds$$

měrné teplo [J kg^{-1}] → dq → termodynamická teplota [K] → T → měrná entropie [$\text{J K}^{-1} \text{kg}^{-1}$] → ds



uzavřený a izolovaný TS



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Vysvětlení předchozího obrázku a grafu

Mějme uzavřený, izolovaný termodynamický systém (TS) a v něm dvě tělesa o teplotách T_1 , T_2 . (viz levý obrázek na předchozím slidu), která si vymění množství tepla Q . Když budou tepelné kapacity těles vysoké, při výměně malého množství tepla prakticky nedojde ke změnám jejich teplot (tj. uvažujme, že výměnou tepla se T_1 ani T_2 nemění).

První těleso (o teplotě T_1) samovolně odevzdá teplo, neboť jeho teplota je vyšší než teplota druhého tělesa ($T_1 > T_2$). U prvního tělesa tedy klesne entropie o určitou hodnotu $-\Delta S_1$. Druhé těleso (o teplotě T_2) teplo přijme, a tudíž u druhého tělesa entropie vzroste o hodnotu $+\Delta S_2$, přičemž ale platí, že $|\Delta S_1| < |\Delta S_2|$, neboť:

$$|\Delta S_1| = \frac{|Q|}{T_1} \wedge |\Delta S_2| = \frac{|Q|}{T_2} \wedge T_1 > T_2 \Rightarrow |\Delta S_1| < |\Delta S_2|$$

Celkovou změnu entropie izolovaného a uzavřeného TS vyjádříme tedy takto:

$$\Delta S = |\Delta S_2| - |\Delta S_1| = \frac{Q}{T_2} - \frac{Q}{T_1} > 0$$

V uzavřeném a izolovaném TS tedy výměnou tepla mezi dvěma tělesy vzrostla celková entropie tohoto systému. A právě nárůst entropie je mírou termodynamické degradace systému!



Proč je entropie mírou termodynamické degradace systému?

Systém má základní teplotu T_0 (v prostředí na Zeměkouli to je teplota pozemského prostředí). U prvního tělesa teplo převeďte na mechanickou práci z celkové velikosti přeneseného tepla Q , tzv. exergie E_1 , je dané plochou mezi izotermami T_1 a T_0 . U druhého tělesa je exergie menší E_2 . Teplo nevyužitelné na práci, tj. anergie, je v prvním případě A_1 , u druhého tělesa je větší A_2 .

$$E_1 = (T_1 - T_0)\Delta S_1$$

$$E_2 = (T_2 - T_0)\Delta S_2$$

$$A_1 = T_0\Delta S_1$$

$$A_2 = T_0\Delta S_2$$

$$\Delta A = A_2 - A_1 = T_0\Delta S$$

Tedy pouhou výměnou tepla u dvou těles izolovaného systému došlo ke zhoršení schopnosti systému vygenerovat mechanickou práci, a to o $\Delta A = T_0\Delta S$ – tedy došlo k termodynamické degradaci systému.

U izolovaných systémů entropie stále roste, tj. $\Delta S > 0$; u neizolovaných systémů jsou možné všechny varianty nerovnosti!



- **K hlubšímu pochopení podstaty entropie je nutno si prostudovat literaturu, popřípadě přednášky. Pro účely cvičení si vystačíme s těmito základními úvahami:**
- **Systém NENÍ tepelně izolovaný** – dochází k výměně tepla s okolím (výjimkou je adiabatický děj)
- **Uvažujeme, že pracovní látkou je ideální plyn. Nejdůležitější vlastnosti z pohledu pochopení entropie jsou:**
 - a) V celém rozsahu tlaků a teplot zůstává v plynném skupenství
 - b) Jeho změny stavu přesně popisují Charlesův, Gay-Lussacův a Boyle-Mariottův zákon
 - c) Uvažujeme, že ideální plyn je bez vnitřního tření.
- **Entropie tedy...**
 - narůstá, když je systému dodávána tepelná energie
 - klesá, když je ze systému odváděna tepelná energie
 - je konstantní, když se tepelná energie nepřivádí ani neodvádí a systém je tedy dokonale tepelně izolován (adiabatický děj)



PŘEHLED VRATNÝCH ZMĚN STAVU



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Mějte na paměti, že u vratných změn stavu uvažujeme:

1) Uvažujeme vratný děj

- idealizovaný děj, při kterém soustava prochází jenom přes rovnovážné stavy
- aby děj byl vratný, musí probíhat pomalu, tj. sled jeho stavů musí být nekonečně blízký rovnovážnému stavu
- vratný děj tedy není reálný děj, probíhá kvazistaticky – tak pomalu, že po každé nekonečně malé změně systém dosáhne rovnovážného stavu

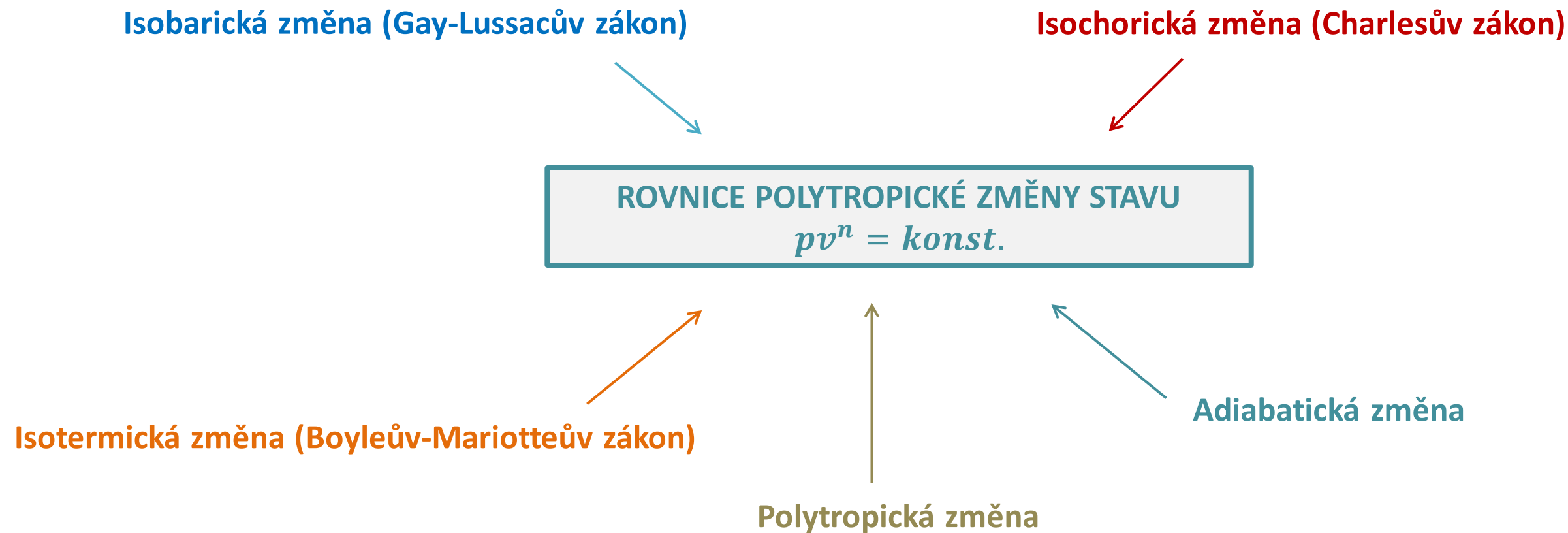
2) Uvažujeme, že pracovní látkou je ideální plyn

- v celém rozsahu tlaků a teplot zůstává v plynném skupenství
- nevazký (bez vnitřního tření)
- měrné tepelné kapacity (c_p, c_v, c_n) nejsou funkcí teploty
- platí pro něj stavová rovnice ideálního plynu: $pv = rT$ či $pV = mrT$, dále platí Mayerova rovnice



Isobarická změna (Gay-Lussacův zákon)

Isochorická změna (Charlesův zákon)



ROVNICE POLYTROPICKÉ ZMĚNY STAVU
 $pv^n = konst.$

Isotermická změna (Boyleův-Mariotteův zákon)

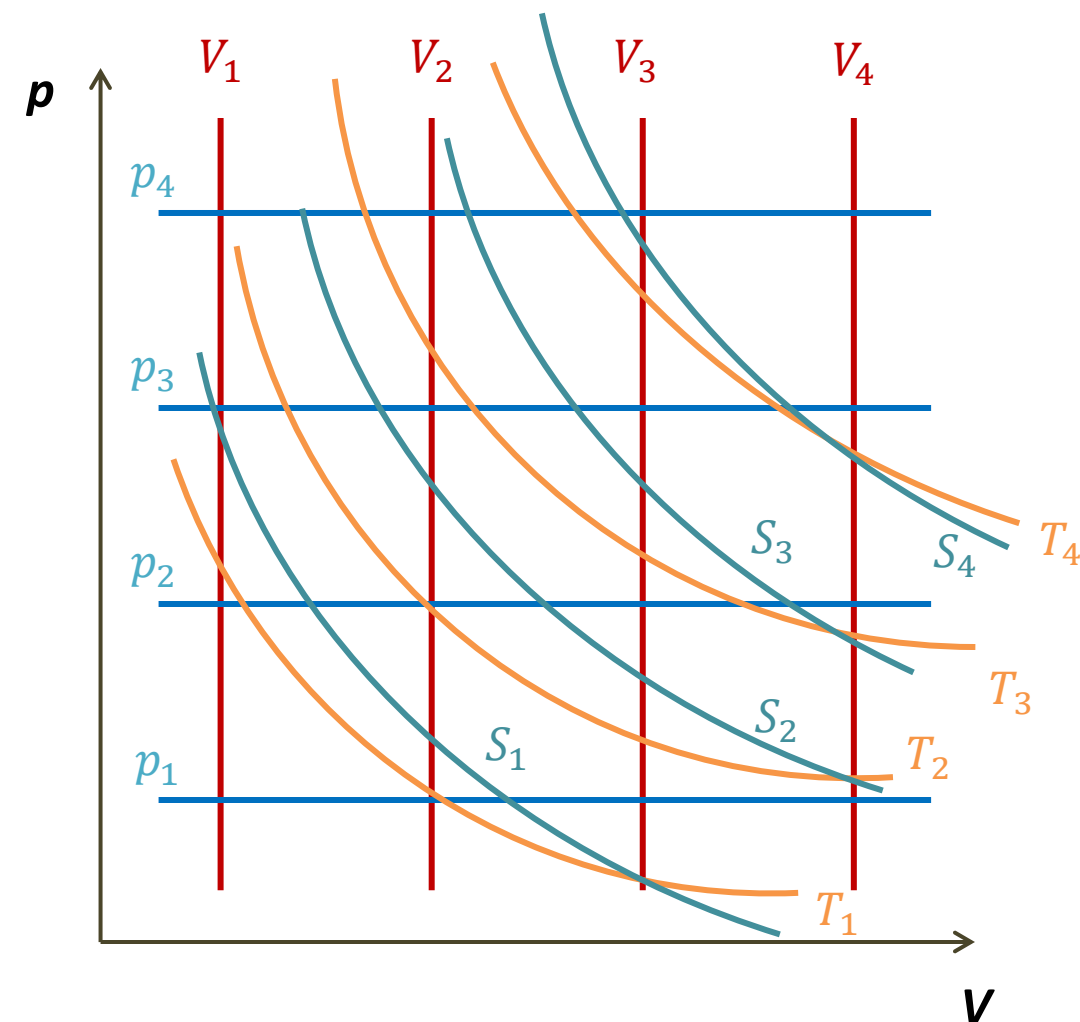
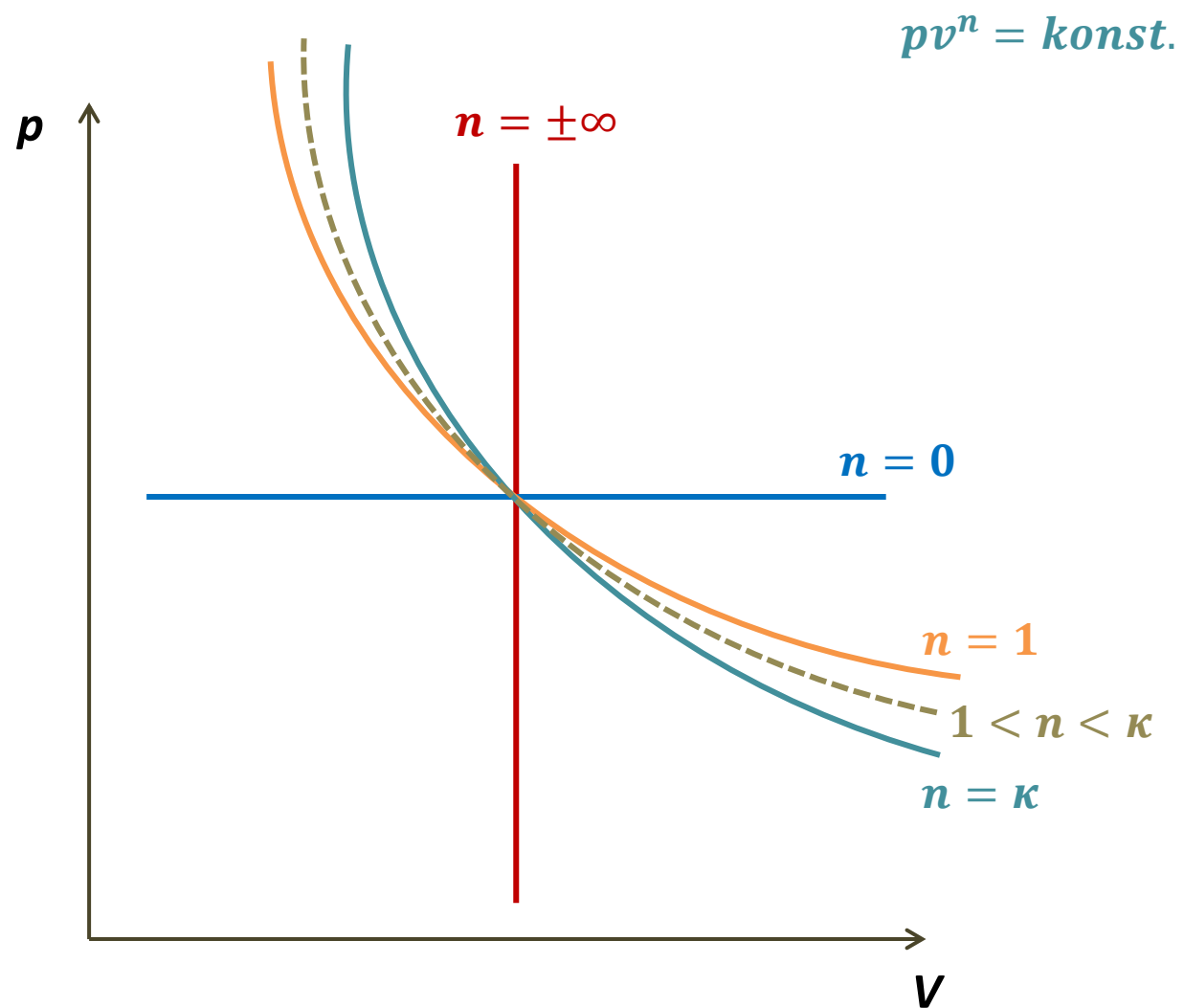
Adiabatická změna

Polytropická změna

... správnou hodnotou polytropického exponentu se lze dopracovat k jednotlivým křivkám změny stavu, které byly doposud uvedené



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



pro indexy platí: $1 < 2 < 3 < 4$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Isochorická změna stavu

- Soustava při isochorickém ději není tepelně izolována od okolí. Aby došlo ke zvýšení/snížení tlaku, je zapotřebí přívod/odvod tepla do/z okolí.
- Isochorická komprese = zvyšování tlaku
- Pro isochorickou změnu lze ze stavové rovnice odvodit, že:

$$\frac{p}{T} = \textit{konst.}$$

- Isochora v p-V diagramu je přímka rovnoběžná s osou tlaku
- Isochoru z rovnice polytropy dostaneme, pokud budeme uvažovat, že $n \rightarrow \pm\infty$

$$pv^n = \textit{konst} \leftrightarrow p^{\frac{1}{n}}v = \widetilde{\textit{konst.}}$$

$$p^{\frac{1}{n}} \Big|_{n \rightarrow \pm\infty} v = v = \widetilde{\textit{konst.}}$$

- Absolutní (objemová) práce je u isochorické změny stavu nulová
- Technická práce je u isochorické změny stavu nenulová



Isobarická změna stavu

- Soustava při isobarickém ději není tepelně izolována od okolí. Aby došlo ke zvýšení/snížení objemu, je zapotřebí přívod/odvod tepla do/z okolí.
- Isobarická komprese = souvisí jen se změnou objemu, přesněji se zmenšováním objemu
- Pro isochorickou změnu lze ze stavové rovnice odvodit, že:

$$\frac{V}{T} = \text{konst.}; \frac{v}{T} = \text{konst.}$$

- Isobara v p-V diagramu je přímka rovnoběžná s osou objemu (příp. měrného objemu u p-v diagramu)
- Isobaru z rovnice polytropy dostaneme, pokud budeme uvažovat, že $n \rightarrow 0$

$$pv^n = \text{konst.}$$

$$pv^0 = p = \text{konst.}$$

- Absolutní (objemová) práce je u isobarické změny stavu nenulová
- Technická práce je u isobarické změny stavu nulová



Isotermická změna stavu

- Soustava při isotermickém ději není tepelně izolována od okolí. Pro udržení isotermické změny (teploty TS) v celém rozsahu děje je potřebný přívod/odvod tepla z/do okolí.
- Isotermická komprese = dochází při ní ke zvyšování tlaku a zmenšování objemu
 - Lze také očekávat, že při zvyšování tlaku poroste i teplota. Aby se ale vyhovělo podmínce, že teplota musí zůstat konstantní, musí se ze systému odebírat teplo. Typickým příkladem využití jsou tepelná čerpadla.
- Pro isotermickou změnu lze ze stavové rovnice odvodit, že:

$$pV = \text{konst.}; pv = \text{konst.}$$

- Isoterma v p-V diagramu je rovnoosá hyperbola
- Isotermu z rovnice polytropy dostaneme, pokud budeme uvažovat, že $n \rightarrow 1$

$$pv^n = \text{konst.}$$

$$pv^1 = pv = \text{konst.}$$

- Absolutní (objemová) práce je u isotermické změny stavu nenulová a je rovna technické práci



Adiabatická změna stavu

- Soustava při adiabatickém ději je tepelně izolována od okolí. Může se do ní dodávat nebo z ní odvádět práce, ale nedochází k tepelné interakci s okolím!
- Adiabatická komprese = dochází při ní ke zvyšování tlaku, zmenšování objemu a zároveň zvyšování teploty
 - Tento děj je ale stále nereálný, protože není možné žádný systém ideálně tepelně izolovat. Využívá se hlavně při prvních výpočtech, kdy se zanedbávají ztráty.

- Pro adiabatickou změnu platí, že:

$$pV^{\kappa} = konst.; pv^{\kappa} = konst.$$

- Adiabata v p-V diagramu je hyperbola vyššího řádu
- Adiabatu z rovnice polytropy dostaneme, pokud budeme uvažovat, že $n \rightarrow \kappa$

$$pv^n = konst.$$

$$pv^{\kappa} = konst.$$

- Absolutní (objemová) práce je u adiabatické změny stavu nenulová
- Technická práce je u adiabatické změny stavu nenulová



Polytropická změna stavu

- Soustava při polytropickém ději není tepelně izolována od okolí.
- Polytropická komprese = dochází při ní ke zvyšování tlaku, zmenšování objemu a zároveň zvyšování teploty
 - Zároveň se počítá i s interakcí s okolím. Tato křivka je nejbližší k realitě, ale je nutno podotknout, že stále nereprezentuje přesnou kompresní křivku. Přesná kompresní křivka má ve všech bodech různý exponent. U polytropického děje pracujeme s exponentem, který se zpravidla stanoví z hodnot na začátku a na konci komprese.
- Pro polytropickou změnu platí, že:

$$pV^n = konst.; pv^n = konst.$$

- Polytropa v p-V diagramu je obecná hyperbola
- Pro polytropický exponent zpravidla uvažujeme, že:
$$1 < n < \kappa$$
- Absolutní (objemová) práce je u polytropické změny stavu nenulová
- Technická práce je u polytropické změny stavu nenulová



Entropický diagram (T-s diagram)

V případě vykreslení jednotlivých změn do entropického T-s diagramu budeme vycházet z 2. věty termodynamiky a z ní vycházející matematické definice změny entropie:

$$ds = \frac{dq}{T}$$

Teplo je látce přiváděno, probíhá-li změna v T-s diagramu ve směru rostoucí entropie a je odváděno, probíhá-li změna ve směru klesající entropie. Plocha mezi křivkou jednorázové neuzavřené změny (z bodu 1-2) a osou entropie zobrazuje velikost přivedeného nebo odvedeného tepla.

Abychom mohli vykreslovat jednotlivé křivky, vyjádříme si dq pro případ obecného polytropického děje:

$$dq = c_n dT = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1} dT$$

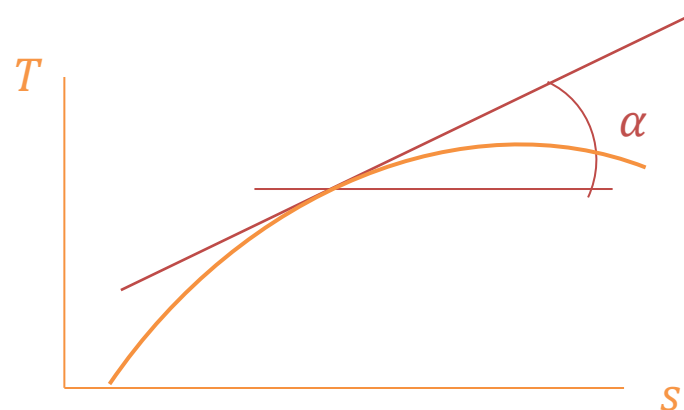
dosadíme do rovnice

$$ds = \frac{dq}{T} = c_n \frac{dT}{T} \rightarrow \frac{dT}{ds} = \frac{T}{c_n} = \frac{T}{c_v} \frac{n - 1}{n - \kappa}$$

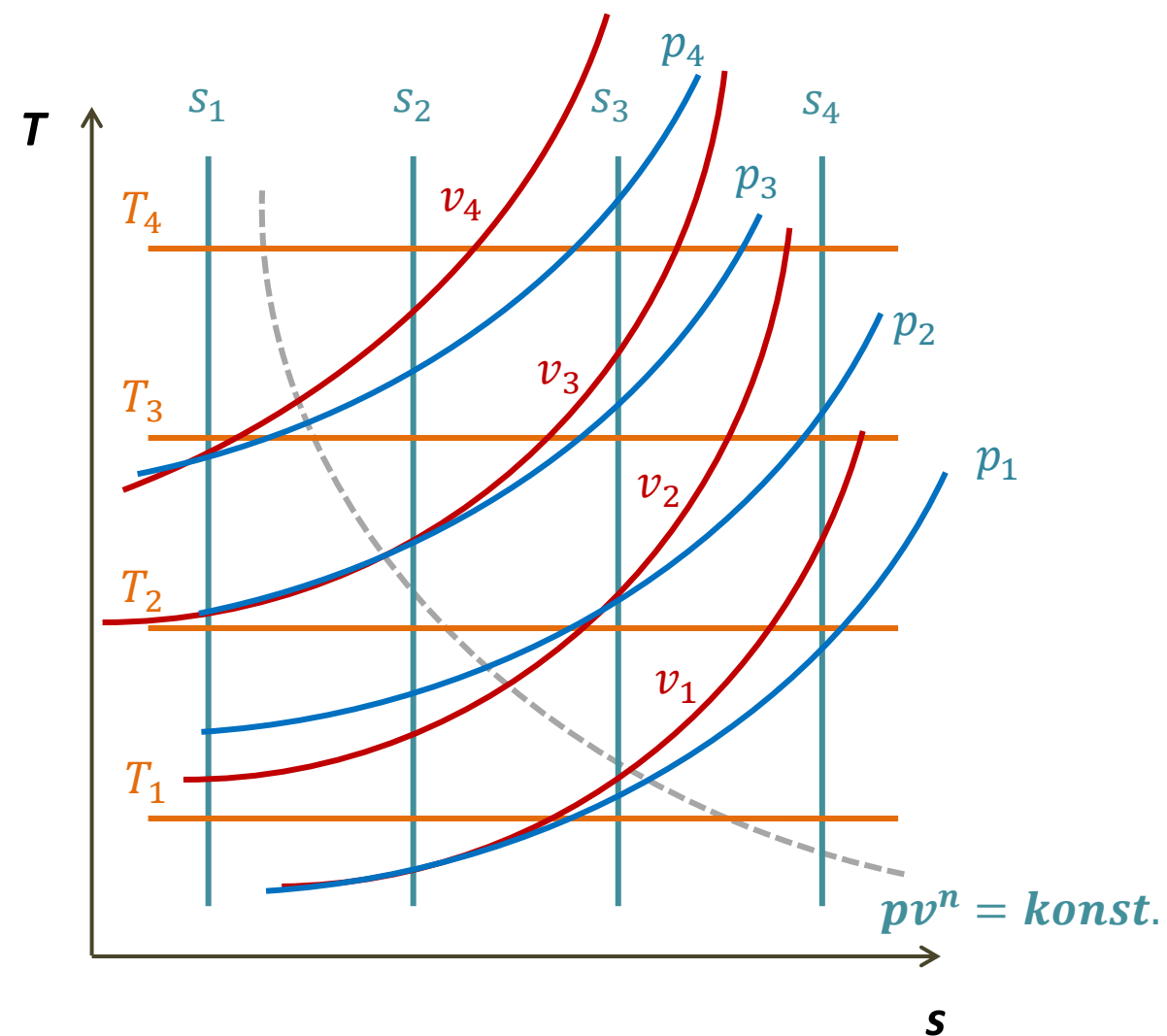
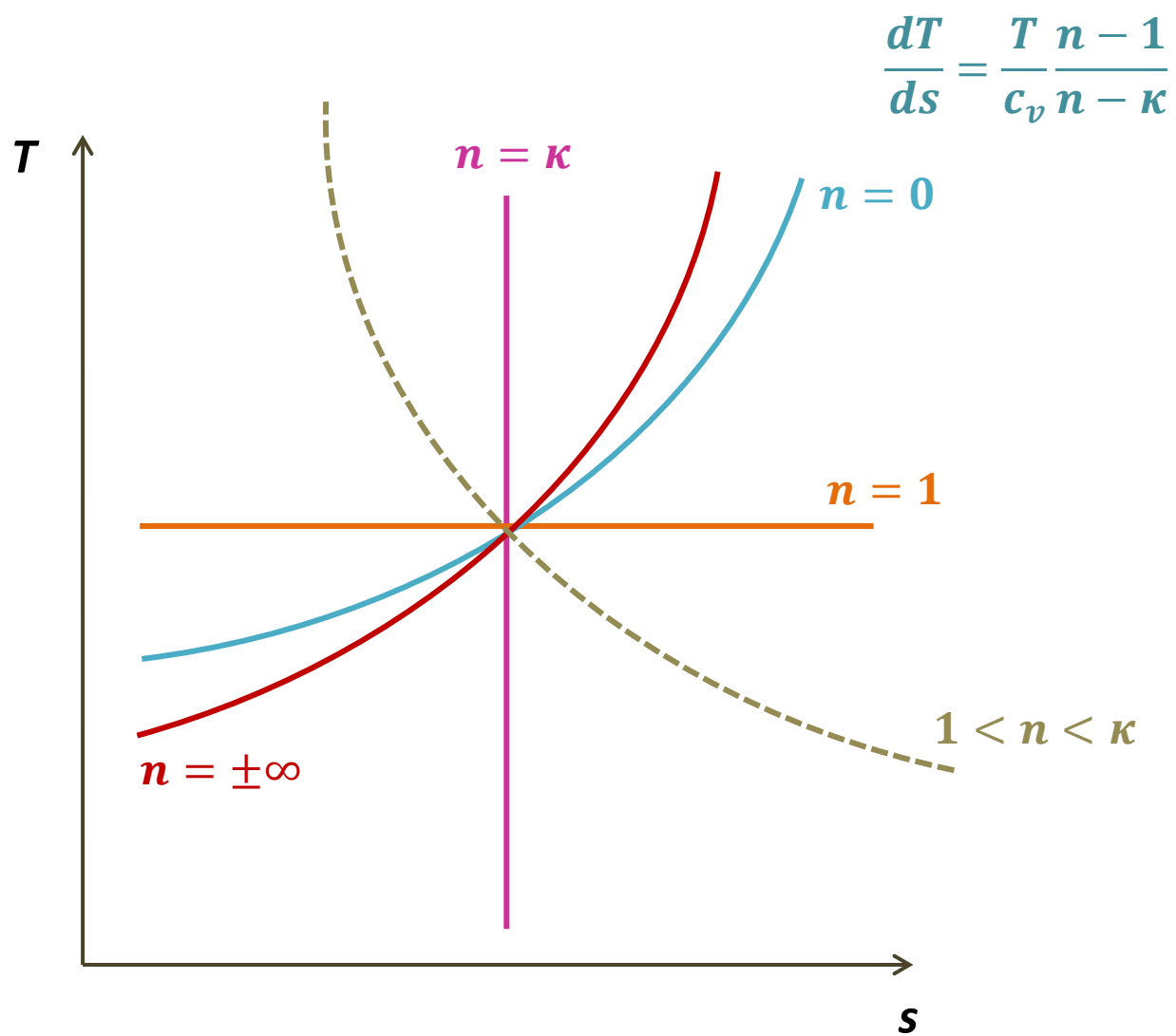


Proč vyjadřujeme zrovna derivaci teploty podle entropie?

protože geometrický význam derivace je takový, že udává směrnici tečny k dané funkci (tj. $\tan \alpha$)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



pro indexy platí: $1 < 2 < 3 < 4$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

DĚKUJI ZA POZORNOST



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY