



Termomechanika – cvičení 2

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Obsah

Stavová rovnice ideálního plynu

Mayerova rovnice a její úpravy

Poissonova konstanta

Základní vratné změny stavu ideálního plynu

p-V diagramy



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



STAVOVÁ ROVNICE A JEJÍ ÚPRAVY



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

TERMODYNAMICKÝ SYSTÉM (TS)
ohraničený prostor vyplněný ideálním plynem

stav systému je dán stavovými veličinami:

- *tlak (p)*
- *teplota (T)*
- *objem (V)*

IDEÁLNÍ PLYN = zjednodušený model reálného plynu

Pro ideální plyn platí:

- jeho měrné tepelné kapacity ($c_p, c_v = \text{konst.}$), tj. nejsou funkcí teploty
- při škrcení je $T = \text{konst.}$
- je nevazký, tj. $\nu = 0$

Kdy lze reálný plyn aproximovat ideálním plynem?

...daleko od hranic fázové přeměny, tedy při dostatečně vysokých absolutních teplotách a nízkých tlacích (např. při podmínkách, které se příliš neliší od tzv. normálních podmínek – vzduch při pokojové teplotě apod.)

Co udává vazbu mezi stavovými veličinami?

...stavová rovnice udává vazbu mezi stavovými veličinami



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Stavová rovnice a její úpravy

Stavová rovnice pro 1 [kg] ideálního plynu

specifická plynová konstanta [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]

termodynamická teplota [K]

$$p v = r T$$

tlak [Pa]

měrný objem [$\text{m}^3 \text{kg}^{-1}$]

$$\frac{p}{\rho} = r T$$

hustota [kg m^{-3}]

Stavová rovnice pro m [kg] ideálního plynu

$$p V = m r T$$

objem [m^3]

(Všeobecná) stavová rovnice ideálního plynu

$$p V = n R_m T$$

univerzální plynová konstanta [$\text{J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$]

látkové množství [mol]



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Specifická plynová konstanta r

Pozn.: pro vzduch je $r = 287.04 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$

ze stavové rovnice:

$$r = \frac{p v}{T} \quad [r] = \left[\frac{\text{Pa m}^3}{\text{K kg}} \right] = \left[\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \frac{\text{m}^3}{\text{K kg}} \right] = \left[\frac{\text{N m}}{\text{K kg}} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$$

pomocí molární hmotnosti:

$$r = \frac{R_m}{M} \quad [r] = \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \frac{\text{mol}}{\text{kg}} \right] = \left[\frac{\text{J}}{\text{kg K}} \right]$$

Univerzální (molární) plynová konstanta R_m

- pro všechny plyny stejná hodnota R_m (proto se nazývá univerzální...)
- $R_m = 8.314 \left[\frac{\text{J}}{\text{mol K}} \right]$
- $R_m = N_A * k_B = 6.022 * 10^{23} * 1.3807 * 10^{-23} = 8.314 \text{ [J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}]$

Boltzmannova konstanta: $1.3807 \cdot 10^{-23} \text{ [J K}^{-1}]$

Avogadrova konstanta: $6.022 \cdot 10^{23} \text{ [mol}^{-1}]$

Látkové množství n

$$n = \frac{m}{M} \quad [n] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{kg mol}^{-1}} \right] = [\text{mol}]$$

Molární hmotnost M

$$M = \frac{m}{n} \quad [M] = \left[\frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MAYEROVA ROVNICE A JEJÍ ÚPRAVY

POISSONOVA KONSTANTA



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



měrná tepelná kapacita při stálém tlaku

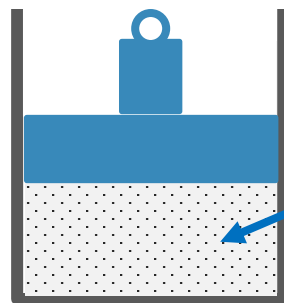
$$c_p \quad [J \, kg^{-1} K^{-1}]$$

- množství tepla potřebného k ohřátí 1 kg plynu o 1 K při konstantním tlaku

měrná tepelná kapacita při stálém objemu

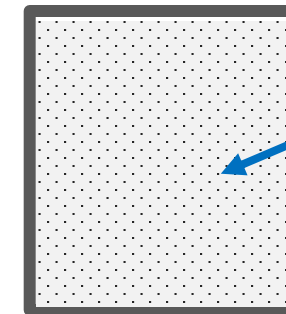
$$c_v \quad [J \, kg^{-1} K^{-1}]$$

- množství tepla potřebného k ohřátí 1 kg plynu o 1 K při konstantním objemu



$p = \text{konst.}$
 $\uparrow V$

$$c_p > c_v$$



$V = \text{konst.}$
 $\uparrow p$

přívodem tepla při konstantním tlaku
se koná práce (např. pohybem pístu)

přívodem tepla při konstantním objemu
se nekoná práce



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

měrné tepelné kapacity c_p a c_V jsou vázány Mayerovým vztahem:

$$r = c_p - c_V$$

specifická plynová konstanta [$\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$]

Poissonova konstanta κ [-] je dána poměrem c_p a c_V :

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V}$$

výhodou Poissonovy konstanty je, že je stejná u plynů o stejném počtu atomů v molekule

1 atomové plyny (He, Ne apod.)

$$\kappa = 1.66 [-]$$

2 atomové plyny (H_2 , O_2 , N_2 apod.)

$$\kappa = 1.4 [-]$$

3 atomové plyny (H_2O , CO_2 apod.)

$$\kappa = 1.33 [-]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

$$r = c_p - c_V = c_V \kappa - c_V = c_V (\kappa - 1) \rightarrow c_V = \frac{r}{\kappa - 1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \rightarrow c_p = c_V \kappa$$

$$c_V = \frac{r}{\kappa - 1}$$

$$r = c_p - c_V = c_p - \frac{c_p}{\kappa} = c_p \left(1 - \frac{1}{\kappa} \right) = c_p \frac{\kappa - 1}{\kappa} \rightarrow c_p = \frac{r \kappa}{\kappa - 1}$$

$$\kappa = \frac{c_p}{c_V} \rightarrow c_V = \frac{c_p}{\kappa}$$

$$c_p = \frac{r \kappa}{\kappa - 1}$$



ZÁKLADNÍ VRATNÉ ZMĚNY STAVU IDEÁLNÍHO PLYNU



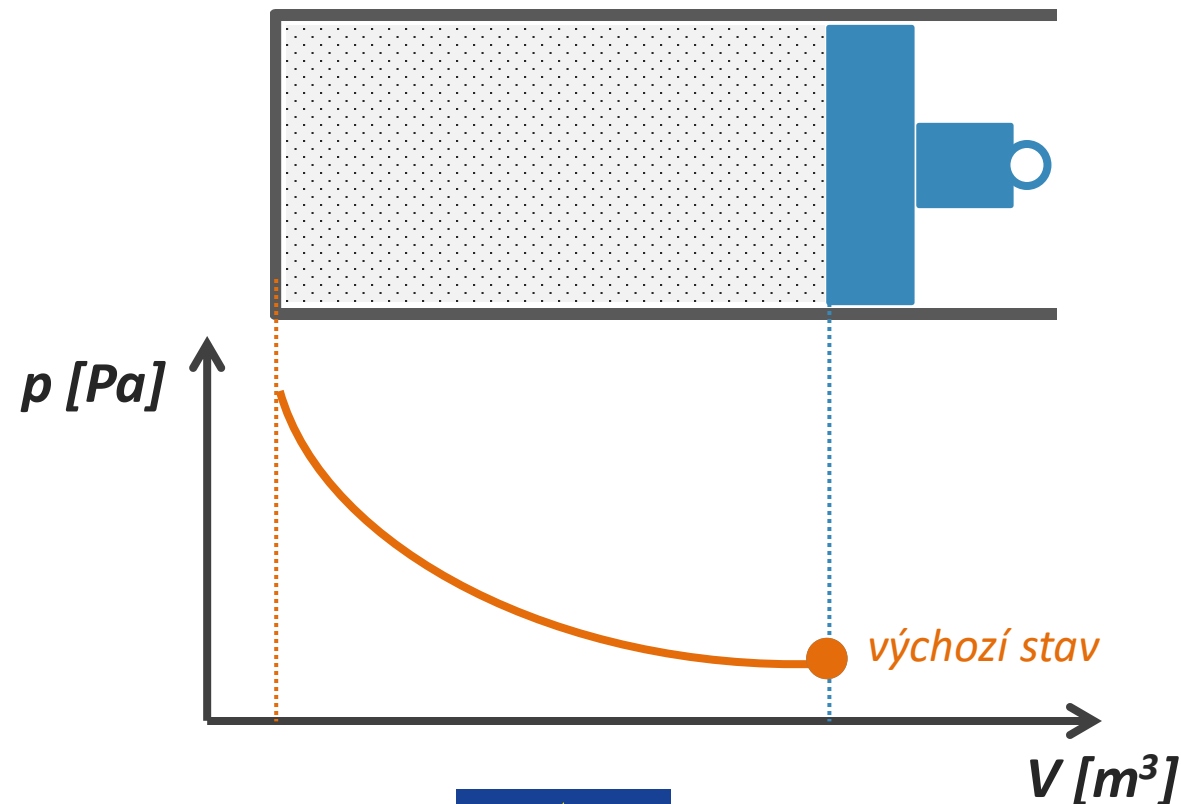
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



při **vrátné** změně stavu plynu je neustále **rovnovážný** stav

obrátíme-li např. stlačování plynu pístem ve válci (tj. kompresi) na expanzi, dostaneme zrcadlový průběh stavových veličin až na výchozí stav

- stavové veličiny jsou vyrovnané v celém objemu plynu
- neexistuje tření molekulární, turbulentní ani mechanické



U všech změn stavu uvedených na dalších slidech budeme předpokládat, že se odehrávají se stejným plynem a se stejným množstvím!



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Isobarická změna (Guy-Lussacův zákon)

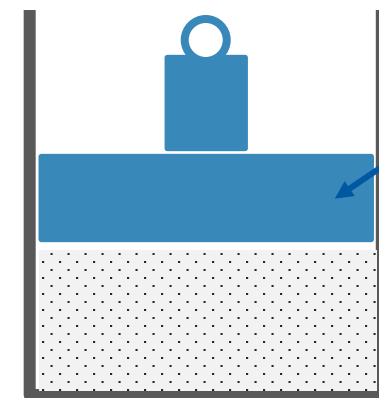
Joseph Louis Gay-Lussac (1778 – 1850)

- **Sledoval:** chování plynu za konstantního tlaku
- **Zjistil:** za stálého tlaku roste objem plynu lineárně s teplotou

$$V = \textit{konst.} * T$$

*konstanta pro daný plyn,
jeho hmotnost a tlak*

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$



*konst. tlak může být
zajištěn např. pomocí
pístu se závažím*



*změna stavu může
být způsobena např.
přívodem tepla
(zvýšením teploty)*

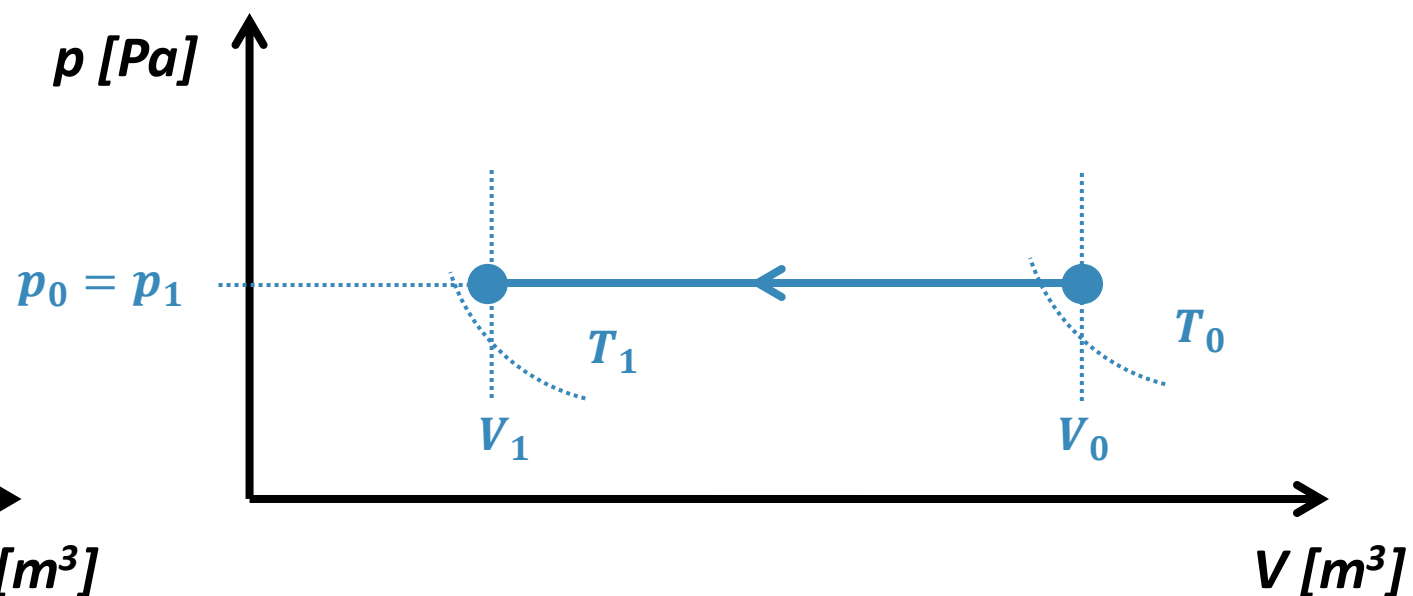
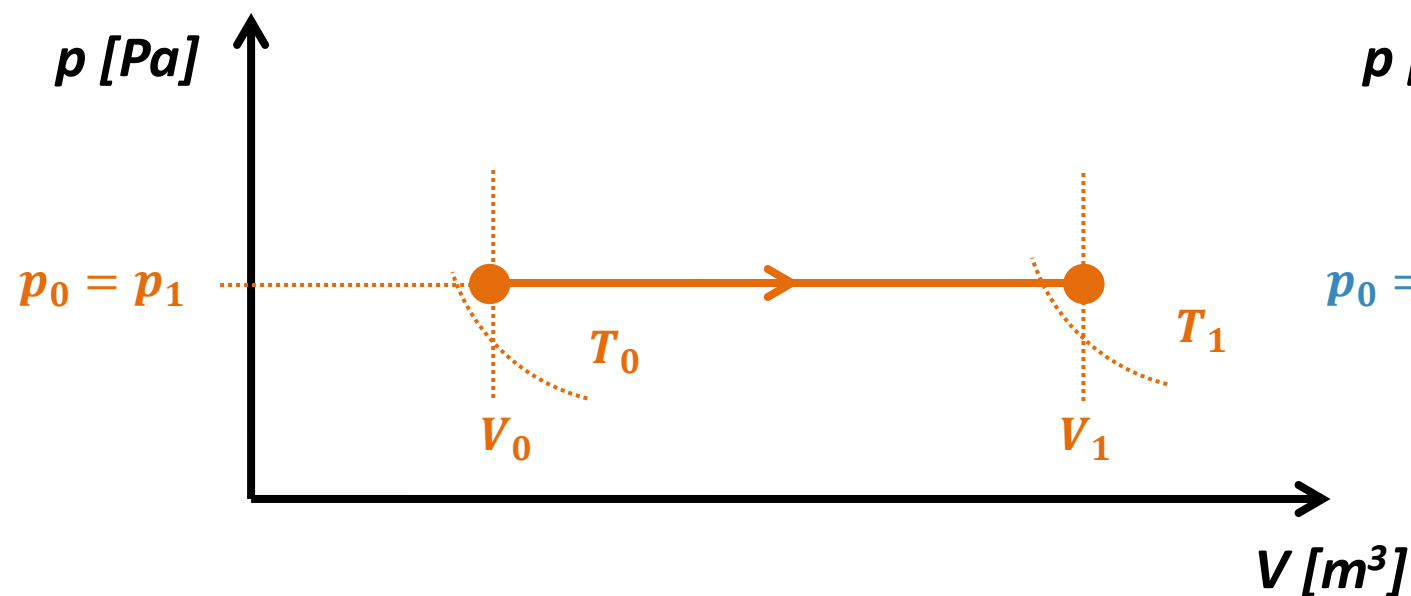


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

...isobara v p - V diagramu je rovnoběžka s osou V

VÝCHOZÍ STAV: T_0, V_0 → změna stavu během níž dochází ke zvýšení teploty i objemu → **KONEČNÝ STAV:** $T_1 > T_0; V_1 > V_0$

VÝCHOZÍ STAV: T_0, V_0 → změna stavu během níž dochází ke snížení teploty i objemu → **KONEČNÝ STAV:** $T_1 < T_0; V_1 < V_0$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Isochorická změna (Charlesův zákon)

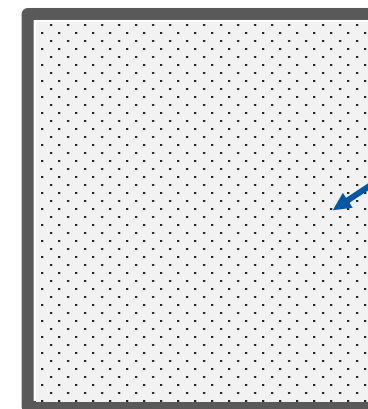
Jacques Charles (1746 – 1823)

- **Sledoval:** chování plynu za konstantního objemu
- **Zjistil:** za stálého objemu roste tlak plynu lineárně s teplotou

$$p = \text{konst.} * T$$

*konstanta pro daný plyn,
jeho hmotnost a objem*

$$\frac{p_1}{T_1} = \frac{p_2}{T_2}$$



*konst. objem
zajišťuje např.
uzavřená nádoba
s pevnými stěnami*



*změna stavu může
být způsobena např.
přívodem tepla
(zvýšením teploty)*



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

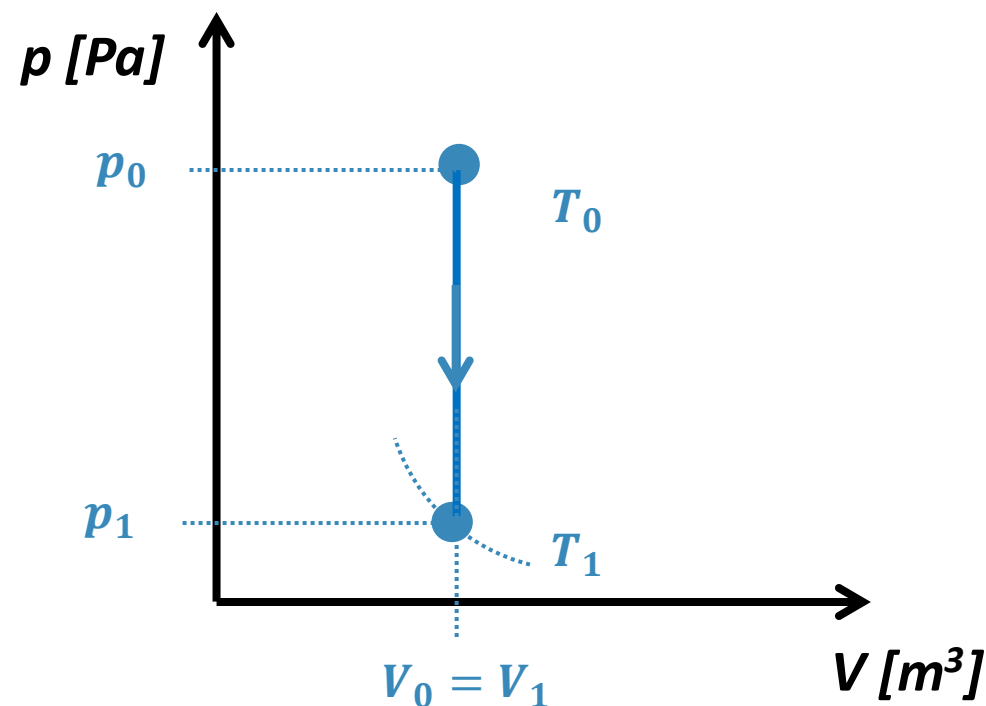
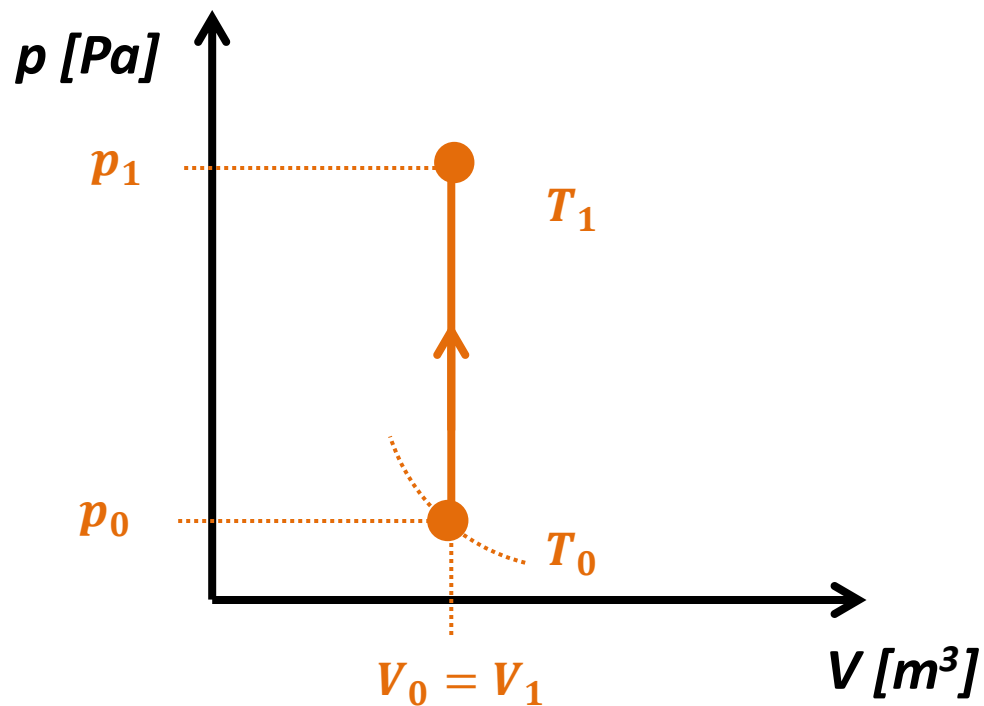
...isochora v p - V diagramu je rovnoběžka s osou p

VÝCHOZÍ STAV: T_0, p_0 → změna stavu během níž dochází ke zvýšení teploty i tlaku

→ **KONEČNÝ STAV:** $T_1 > T_0; p_1 > p_0$

VÝCHOZÍ STAV: T_0, p_0 → změna stavu během níž dochází ke snížení teploty i tlaku

→ **KONEČNÝ STAV:** $T_1 < T_0; p_1 < p_0$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Isotermická změna (Boyleův-Mariottův zákon)

Robert William Boyle (1662)

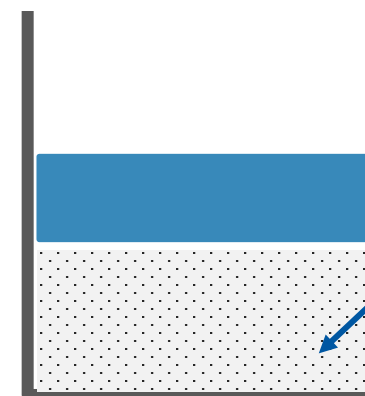
Edme Mariotte (1672)

- **Sledovali:** chování plynu za konstantní teploty
- **Zjistili:** za stálé teploty je součin tlaku a objemu plynu konstantní

$$p V = \text{konst.}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

*konstanta pro daný plyn,
jeho hmotnost a teplotu*



*změna stavu může
být způsobena např.
pohybem pístu
(změnou objemu)*

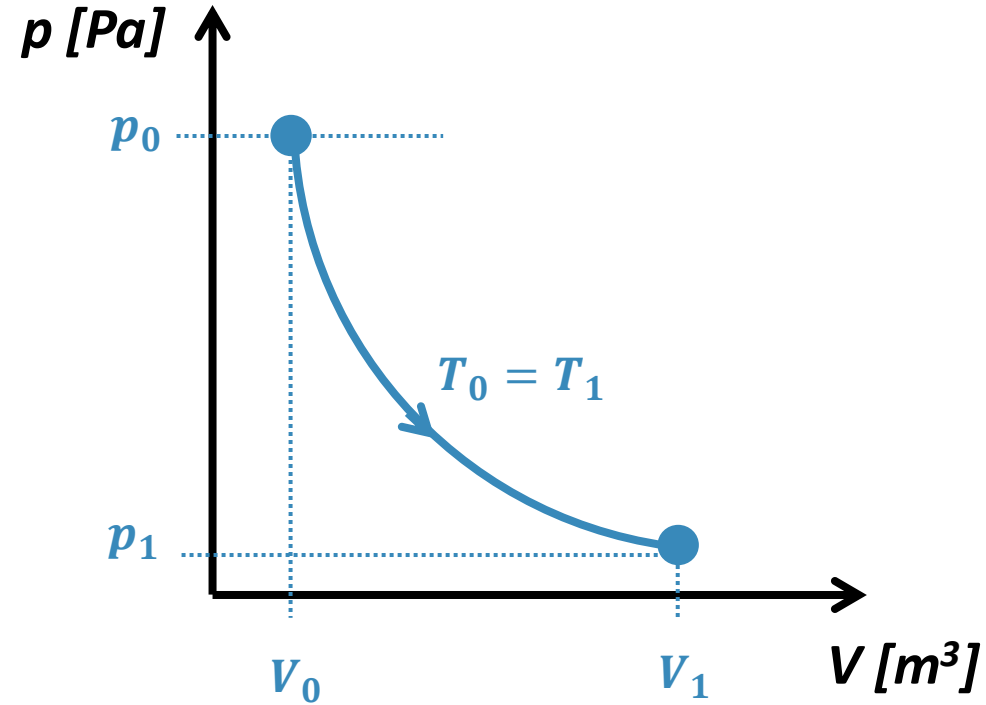
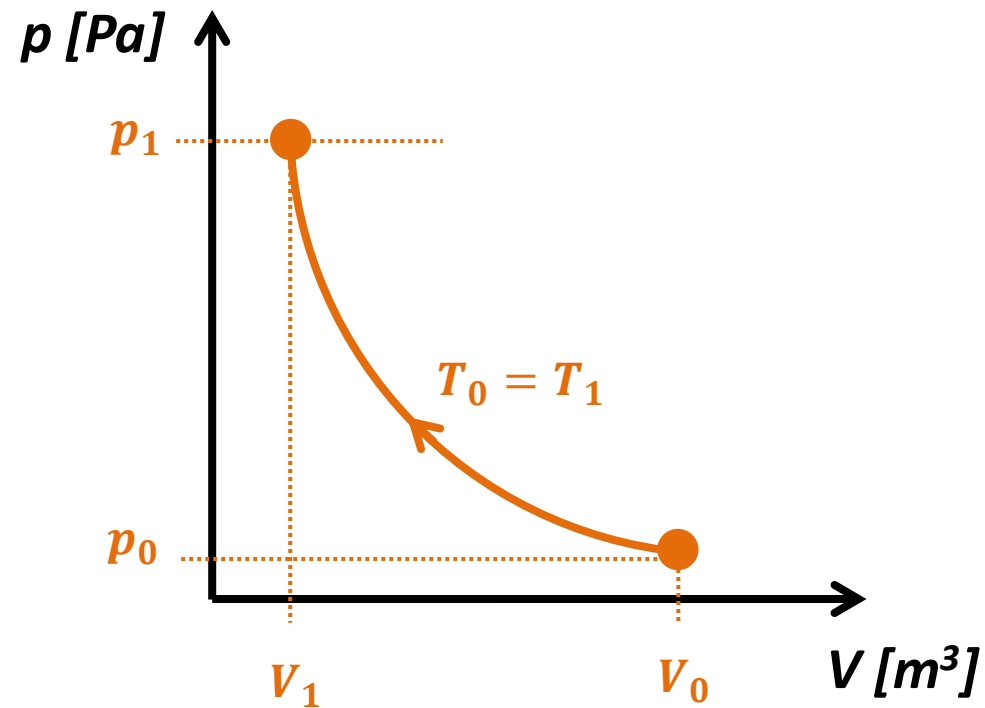


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

...isoterma v p - V diagramu je rovnoosá hyperbola

VÝCHOZÍ STAV: V_0, p_0 → změna stavu během níž dochází ke zvýšení tlaku a snížení objemu → **KONEČNÝ STAV:** $p_1 > p_0; V_1 < V_0$

VÝCHOZÍ STAV: V_0, p_0 → změna stavu během níž dochází ke snížení tlaku a zvýšení objemu → **KONEČNÝ STAV:** $p_1 < p_0; V_1 > V_0$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Příklad 1

Stanovte objem nádoby, ve které je uzavřený dusík o hmotnosti 20 [kg], teplotě 15 [°C] a tlaku 10 [MPa].

Dáno: $m = 20 \text{ [kg]}, t = 15 \text{ [°C]}, p = 10 \text{ [MPa]}$

$$M_{N_2} = 28 \text{ [g mol}^{-1}\text{]}, R_m = 8314 \text{ [J kmol}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{]}$$

Je třeba si uvědomit, že v rámci příkladu řešíme stav látky – objem; nikoliv stavovou změnu (k té zde nedochází), a proto si vystačíme se stavovou rovnicí ideálního plynu:

$$\begin{aligned} pV &= mrT \\ V &= \frac{mrT}{p} = \frac{m \frac{R_m}{M} T}{p} = \frac{m R_m T}{p M} \\ V &= \frac{20 * 8314 * 10^{-3} * (15 + 273.15)}{10 * 10^6 * 28 * 10^{-3}} \\ V &= 0.171 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

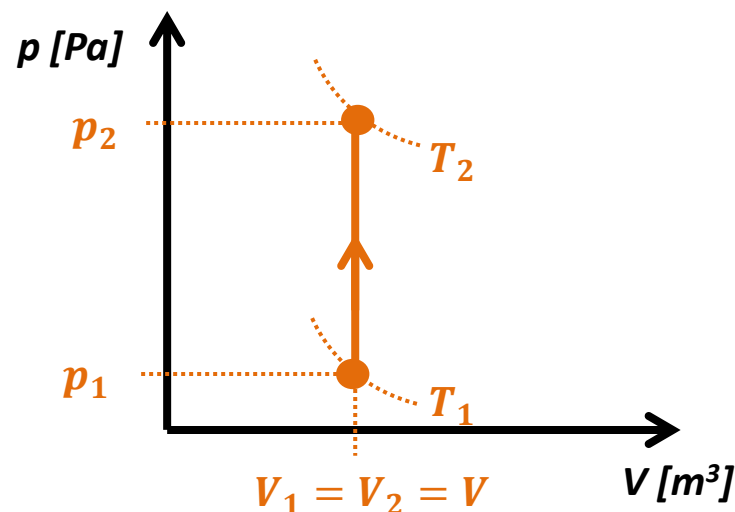


Příklad 2

Tlaková nádoba obsahuje dusík při tlaku 2 [MPa] a teplotě 25 [°C]. Na jakou teplotu je třeba ohřát plyn, aby jeho tlak dosáhl 6 [MPa]?

Dáno: $p_1 = 2 \text{ [MPa]}, t_1 = 25 \text{ [°C]}, p_2 = 6 \text{ [MPa]}$

jedná se o tlakovou nádobu a její objem se nemění → isochorický děj



Pozn.: dle zadání $p_2 > p_1$, tudíž lze na základě grafu očekávat, že ve výsledku dojde ke zvýšení teploty, tj. $t_2 > t_1$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

můžeme využít přímo vztah ze slidu 15, ale můžeme využít i stavovou rovnici, kterou si napíšeme pro stav 1 (před ohřevem) a stav 2 (po ohřevu):

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V = m r T_1 \\ p_2 V = m r T_2 \end{array} \right\} V_1 = V_2 = V \dots \text{isochorická změna}$$

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

$$T_2 = T_1 \frac{p_2}{p_1}$$

$$T_2 = (25 + 273.15) * \frac{6 * 10^6}{2 * 10^6} = 894.45 \text{ [K]}$$

$$t_2 = T_2 - 273.15 = 894.15 - 273.15 = \mathbf{621.3 \text{ [}^\circ\text{C]}}$$

Pozn.: $t_2 > t_1$... předpoklad na předchozím slidu byl správný

Plyn je potřeba ohřát na teplotu 621.3 °C.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

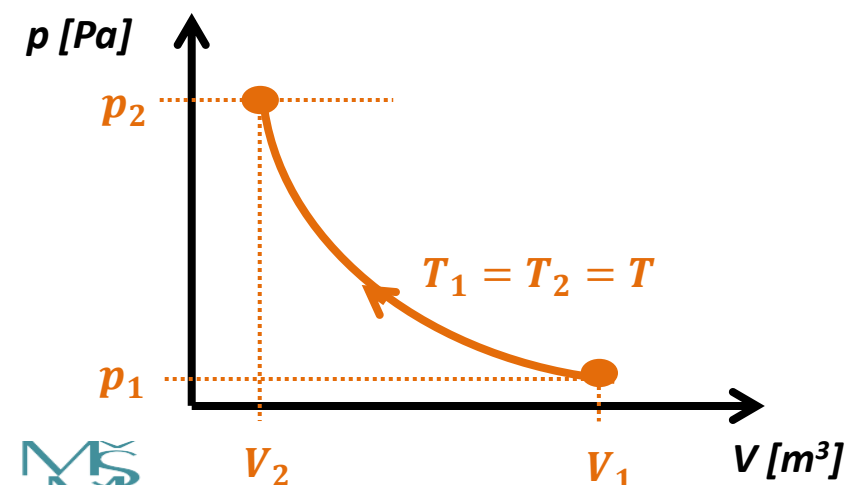
Příklad 3

V nádobě je uzavřen plyn za pomoci pohyblivého pístu při tlaku 0,6 [MPa] a objemu 0,8 [m³].
O kolik se změní objem, který zabírá plyn, jestliže se zvýší tlak o 0,4 [MPa] ale teplota zůstane konstantní.

Dáno: $p_1 = 0.6 \text{ [MPa]}, V_1 = 0.8 \text{ [m}^3\text{]}, \Delta p = 0.4 \text{ [MPa]}$

Předpoklad pohyblivého pístu v zadání úlohy naznačuje, že objem, který zabírá plyn, se může měnit. Nejedná se tedy o isochorickou změnu stavu. V zadání je také řečeno, že teplota se během změny stavu plynu nemění – z toho vyplývá, že změna stavu plynu probíhá isotermicky.

Pozn.: dle zadání $p_2 > p_1$, tudíž lze na základě grafu očekávat, že ve výsledku dojde ke snížení objemu, tj. $V_2 < V_1$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

můžeme využít přímo vztah ze slidu 17, ale můžeme využít i stavovou rovnici, kterou si napíšeme pro stav 1 (před stlačením) a stav 2 (po stlačení):

$$\left. \begin{array}{l} p_1 V_1 = m r T_1 \\ p_2 V_2 = m r T_2 \end{array} \right\} T_1 = T_2 = T \dots \text{isotermická změna}$$

$$p_1 V_1 = p_2 V_2$$

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2}$$

vyjádřili jsme konečný objem po stlačení plynu V_2 , ale dle zadání máme spočítat změnu objemu (tj. rozdíl před a po stlačení, resp. zvýšení tlaku)

$$\Delta V = V_1 - V_2 = V_1 - V_1 \frac{p_1}{p_2} = V_1 \left(1 - \frac{p_1}{p_2} \right) = V_1 \left(1 - \frac{p_1}{p_1 + \Delta p} \right)$$

$$\Delta V = 0.8 * \left(1 - \frac{0.6 * 10^6}{0.6 * 10^6 + 0.4 * 10^6} \right) = 0.32 \text{ [m}^3\text{]}$$

Zvýšením tlaku o 0.4 MPa dojde ke snížení objemu o 0.32 m³.



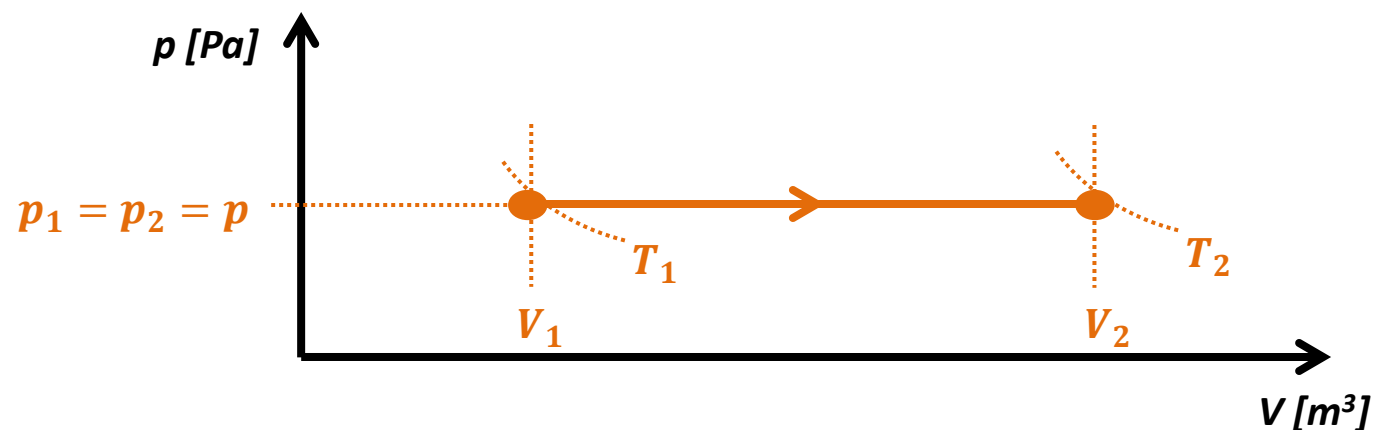
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 4

V nádobě se nachází vzduch o hmotnosti 1,5 [kg] při tlaku 0,2 [MPa] a teplotě 20 [°C]. Plyn v nádobě se ohřeje na teplotu 120 [°C]. Vypočítejte, jaký bude koncový objem plynu, přičemž během děje se nemění tlak.

Dáno: $m = 1.5 \text{ [kg]}, p = 0.2 \text{ [MPa]}, t_1 = 20 \text{ [°C]}, t_2 = 120 \text{ [°C]}, r = 287.04 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}]$

v zadání je řečeno, že tlak se během změny stavu plynu nemění – z toho vyplývá, že změna stavu plynu probíhá isobaricky



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

pokud bychom chtěli využít vztah pro isobarickou změnu uvedený na slidu 13, museli bychom nejprve dopočítat objem V_1 ze stavové rovnice pro počáteční stav plynu (tj. stav 1):

$$pV_1 = m r T_1 \rightarrow V_1 = \frac{m r T_1}{p}$$

nyní bychom mohli použít zmíněný vztah a dopočítat konečný objem vzduchu:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \rightarrow V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = \frac{m r T_1}{p} \frac{T_2}{T_1} = m r \frac{T_2}{p}$$

Pozn.: ke stejnému vztahu bychom dospěli i tehdy, pokud bychom si napsali stavovou rovnici pro koncový stav 2:

$$pV_2 = m r T_2 \rightarrow V_2 = m r \frac{T_2}{p}$$

$$V_2 = 1.5 * 287.04 * \frac{120 + 273.15}{0.2 * 10^6} = 0.846 \text{ [m}^3\text{]}$$

Koncový objem plynu bude 0.846 m³.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 5

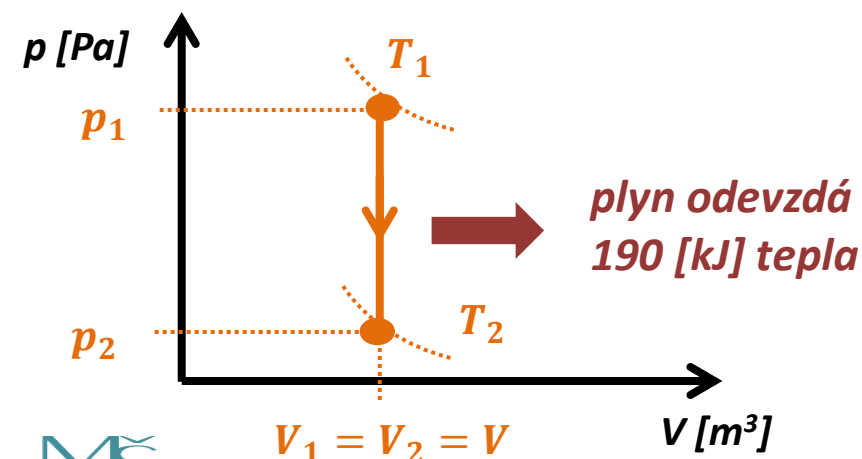
Vzduch při objemu 1,6 [m³] a tlaku 4 [bar] má teplotu 20 [°C]. Vypočítejte, jaká bude teplota a tlak vzduchu, když odevzdá 190 [kJ] tepla a jeho objem se nezmění.

Dáno: $V = 1.6 \text{ [m}^3\text{]}, p_1 = 4 \text{ [bar]}, t_1 = 20 \text{ [°C]}, Q = -190 \text{ [kJ]}, r = 287.04 \text{ [J kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\text{]}$

dle zavedené konvence je teplo ze soustavy odvedené záporné, teplo do soustavy přivedené je pak kladné

v zadání je řečeno, že objem se během změny stavu plynu nemění – z toho vyplývá, že změna stavu plynu probíhá isochoricky

Pozn.: Jestliže plyn odevzdá teplo, lze předpokládat, že se jeho teplota sníží a tudíž se musí dle grafu snížit i tlak plynu.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Jelikož dle zadání příkladu hledáme dvě hodnoty (koncovou teplotu a tlak), budeme potřebovat dvě rovnice - kalorimetrickou rovnici a rovnici stavu ideálního plynu:

$$Q = m c_V \Delta T$$

$$pV = mrT$$

Z kalorimetrické rovnice vypočítáme koncovou teplotu, ale zatím neznáme hmotnost vzduchu ani jeho c_V . Pro výpočet měrné tepelné kapacity vzduchu při konstantním objemu využijeme vztahu ze slidy 10, přičemž budeme považovat vzduch za dvouatomový plyn.

$$c_V = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{287.04}{1.4 - 1} \cong 717.6 \text{ [J kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$$

Hmotnost plynu vypočteme ze stavové rovnice pro počáteční stav:

$$p_1 V = mrT_1 \rightarrow m = \frac{p_1 V}{rT_1} = \frac{4 * 10^5 * 1.6}{287.04 * (20 + 273.15)} \cong 7.61 \text{ [kg]}$$

Nyní můžeme dopočítat koncovou teplotu vzduchu po odvodu tepla z kalorimetrické rovnice:

$$Q = m c_V (T_2 - T_1) \rightarrow T_2 = \frac{Q}{m c_V} + T_1 = \frac{-190 * 10^3}{7.61 * 717.6} + (20 + 273.15) \cong 258.36 \text{ [K]} \rightarrow t_2 \cong -14.8 \text{ [}^\circ\text{C]}$$

Koncový tlak vzduchu, tj. po odvedení tepla, můžeme vypočítat např. ze stavové rovnice pro koncový stav

$$p_2 V = mrT_2 \rightarrow p_2 = \frac{mrT_2}{V} = \frac{7.61 * 287.04 * 258.36}{1.6} \cong 3.53 * 10^5 \text{ [Pa]}$$

Koncová teplota vzduchu je -14.8 °C a koncový tlak vzduchu je 3.53 bar.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 6

V uzavřené nádobě o objemu 137 [l] je uzavřen oxid uhličitý o tlaku 0,2 [MPa] a teplotě 25 [°C].

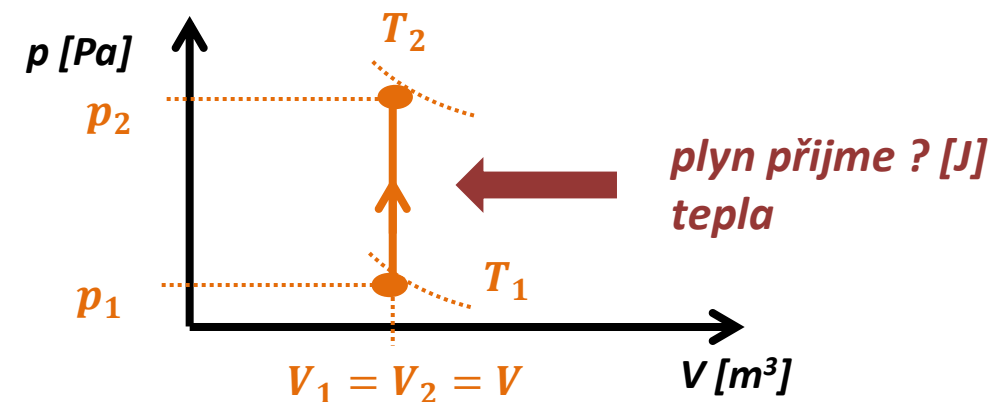
V nádobě se zvýší tlak na koncových 0,8 [MPa]. Jaká bude teplota na konci děje a kolik energie se muselo přivést?

Dáno: $V = 137 \text{ [l]}, p_1 = 0.2 \text{ [MPa]}, t_1 = 25 \text{ [°C]}, p_2 = 0.8 \text{ [MPa]}$

$$R_m = 8.314 \text{ [J mol}^{-1}\text{K}^{-1}], M_C = 12 \text{ [g mol}^{-1}], M_O = 16 \text{ [g mol}^{-1}]$$

v zadání je řečeno, že děj probíhá v uzavřené nádobě – z toho vyplývá, že změna stavu plynu probíhá isochoricky

Pozn.: dle zadání víme, že $p_2 > p_1$, tudíž dle grafu musí platit, že $T_2 > T_1$, a tudíž lze předpokládat, že plyn teplo přijímá (tj. musí nám vyjít kladná hodnota)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Jelikož dle zadání příkladu hledáme dvě hodnoty (koncovou teplotu a množství energie (tepla), které plyn přijme), budeme potřebovat dvě rovnice - kalorimetrickou rovnici a rovnici stavu ideálního plynu:

$$Q = m c_V \Delta T$$
$$pV = mrT$$

Ve výše uvedených rovnicích neznáme hmotnost, měrnou tepelnou kapacitu při konstantním objemu a neznáme ani specifickou plynovou konstantu. Specifická plynová konstanta je dána poměrem univerzální plynové konstanty a molární hmotnosti:

$$r = \frac{R_m}{M} = \frac{8.314}{12 * 10^{-3} + 2 * 16 * 10^{-3}} \cong 188.96 \text{ [J kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$$

Pozn.: $M_{CO_2} = M_C + M_{O_2} = M_C + 2 * M_O$,
neboť oxid uhličitý je složen z jedné molekuly uhlíku a dvou molekul kyslíku

Nyní můžeme dopočítat c_V , přičemž CO_2 je tříatomový plyn ($\kappa = 1.33$)

$$c_V = \frac{r}{\kappa - 1} = \frac{188.96}{1.33 - 1} \cong 572.61 \text{ [J kg}^{-1}\text{K}^{-1}\text{]}$$

Hmotnost plynu dopočítáme pomocí stavové rovnice pro počáteční stav:

$$p_1 V = mrT_1 \rightarrow m = \frac{p_1 V}{r T_1} = \frac{0.2 * 10^6 * 0.137}{188.96 * (25 + 273.15)} \cong 0.486 \text{ [kg]}$$

Nyní už můžeme vyřešit obě výchozí rovnice, tj. ze stavové rovnice můžeme určit teplotu na konci děje:

$$p_2 V = mrT_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 V}{mr} = \frac{0.8 * 10^6 * 0.137}{0.486 * 188.96} \cong 1193.45 \text{ [K]} \rightarrow t_2 \cong 920.3 \text{ [}^\circ\text{C]}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

... a z kalorimetrické rovnice vypočítáme množství přivedené energie:

$$Q = m c_V \Delta T = m c_V (t_2 - t_1)$$

$$Q \cong 0.486 * 572.61 * (920.3 - 25) \cong 249.2 \text{ [kJ]}$$

Koncová teplota je 920.3 °C a během děje se muselo přivést 249.2 kJ tepla.



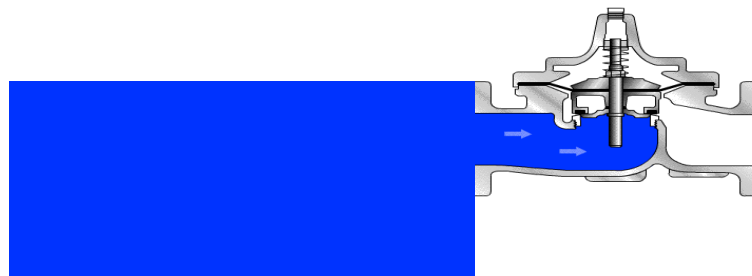
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 7

V uzavřené nádobě o objemu 196 [l] je uzavřen plynný vodík o tlaku 600 [kPa] a teplotě 7 [°C]. Nádoba je vybavena pojistným ventilem, který nedovoluje překročit maximální tlak v nádobě 600 [kPa]. Plyn se v nádobě zahřeje na 17 [°C]. Určete, o jaký děj se jedná. Vypočtete hmotnost plynu, které z nádoby uniklo.

Dáno: $V = 196 [l], p_1 = 600 [kPa], t_1 = 7 [^{\circ}C], p_{max} = 600 [kPa], t_2 = 17 [^{\circ}C]$

$$R_m = 8.314 [J mol^{-1}K^{-1}], M_H = 1.0079 [g mol^{-1}]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

O jaký děj se jedná?

- Tato otázka je poněkud zavádějící, poněvadž ze zadání úlohy plyne, že tlak i objem jsou konstantní. To by mohlo vést k mylným předpokladům, že se jedná o isobarický nebo isochorický děj. Nicméně při rozboru úlohy je patrné, že konstantní objem je dán uzavřenou nádobou a konstantní tlak je udržován pojistným ventilem, který při nárůstu tlaku odpustí část plynu do atmosféry. Zde dochází ke konfrontaci se stavovou rovnicí. Při úvahách se stavovou rovnicí se předpokládá, že děje se odehrávají se stejným plynem, u kterého se hmotnost nemění. Není zde tedy zachována podmínka konzervace hmoty, tudíž nemůžeme klasifikovat tento děj ani jedním ze základních třech doteď uvedených dějů.

Úloha je řešitelná za pomoci stavové rovnice:

$$pV = mrT$$

Neznáme hmotnost ani specifickou plynovou konstantu. Specifickou konstantu vyjádříme obdobně jako v předchozím příkladu:

$$r = \frac{R_m}{M} = \frac{8.314}{2 * 1.0079 * 10^{-3}} \cong 4124.47 [J kg^{-1} K^{-1}]$$

Pozn.: $M_{H_2} = 2 * M_H$, neboť plynný vodík se vyskytuje ve formě dvouatomových molekul H_2

Hmotnost na počátku děje vyjádříme ze stavové rovnice pro počáteční stav:

$$p_1 V_1 = m_1 r T_1 \rightarrow m_1 = \frac{p_1 V_1}{r T_1} \cong \frac{600 * 10^3 * 196 * 10^{-3}}{4124.47 * (7 + 273.15)} \cong 0.102 [kg]$$

Hmotnost na konci děje vyjádříme ze stavové rovnice pro konečný stav:

$$p_2 V_2 = m_2 r T_2 \rightarrow m_2 = \frac{p_2 V_2}{r T_2} \cong \frac{600 * 10^3 * 196 * 10^{-3}}{4124.47 * (17 + 273.15)} \cong 0.098 [kg]$$

Rozdíl hmotností:

$$\Delta m = m_1 - m_2 \cong 0.102 - 0.098 \cong 0.004 [kg]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

DĚKUJI ZA POZORNOST



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY