



Termomechanika – cvičení 10

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Obsah

Voda a vodní pára - příklady



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Příklad 1

Zjistěte teplotu přehřáté páry

Dáno: $h = 3593 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}, p = 1.2 \text{ [MPa]}$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

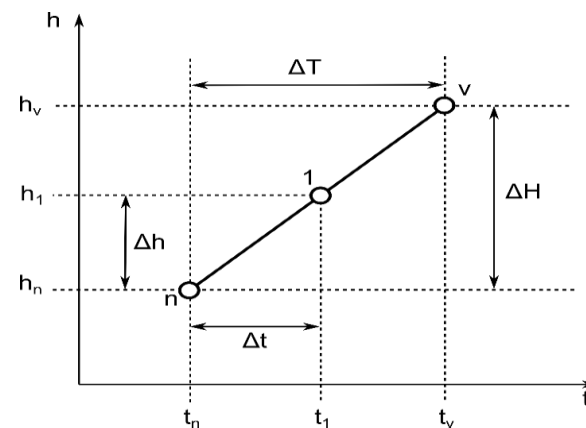
Ze zadání víme, že se jedná o přehřátou páru, tzn., že se pohybuje v jednofázové oblasti. Z tabulek budeme tedy odečítat veličiny z kapitoly „Jednofázová oblast – Stlačená kapalina a přehřátá pára“

Při hledání hodnoty teploty při daném tlaku však narazíme na problém. Přesná hodnota teploty pro $h = 3593 \text{ [kJ.kg}^{-1}\text{]}$ v tabulkách uvedená není. Hodnotu musíme interpolovat z nejbližších hodnot. Což znamená, že vezmeme nejbližší hodnoty entalpií a jejich teplot. Vezmeme jednu nižší a jednu vyšší hodnotu entalpie a k nim příslušné teploty.

$$h_n = 3586.2 \text{ [kJ.kg}^{-1}\text{]}; t_n = 550 \text{ [}^{\circ}\text{C]}$$

$$h_v = 3608.3 \text{ [kJ.kg}^{-1}\text{]}; t_v = 560 \text{ [}^{\circ}\text{C]}$$

Grafické řešení je následující. Za pomoci hodnot entalpie máme interpolovat teplotu v daném bodě 1. Nakreslíme si dvě osy. Na jednu z nich budeme značit hodnoty teplot a na druhou hodnoty entalpií. Pak si naznačíme body, jejichž hodnoty známe z tabulek. V průsečíku nižších hodnot entalpie a teploty bude bod „n“ a v průsečíku vyšších hodnot entalpie a teploty bude bod „v“. Spojíme pak tyto dva body úsečkou (uvažujeme tedy lineární závislost). Jelikož víme, že zadaná entalpie h_1 , leží mezi tabulovými hodnotami entalpií h_n a h_v , tak na úsečce spojující tyto dva body („n-v“) nakreslíme bod 1. K příslušnému bodu pak zakreslíme samozřejmě i teplotu. Tato teplota t_1 je teplota, kterou se snažíme najít. Obrázek pak vypadá následovně:



Jak je patrné z obrázku, vnikly dva pravoúhlé trojúhelníky. První trojúhelník je tvořen přeponou “n-v“ a odvěsny jsou tvořeny rozdílem velikosti entalpií mezi body n a v „ ΔH “ a rozdílem velikostí teplot „ ΔT “. Druhý trojúhelník je tvořen přeponou “n-1“ a odvěsny jsou tvořeny rozdílem velikosti entalpií mezi body n a 1 „ Δh “ a rozdílem velikostí teplot „ Δt “. Využitím věty o podobnosti trojúhelníků můžeme napsat, že poměr:

$$\frac{\Delta H}{\Delta T} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

$$\frac{h_v - h_n}{t_v - t_n} = \frac{h - h_n}{t - t_n} \rightarrow t = t_n + \frac{(t_v - t_n)(h - h_n)}{h_v - h_n}$$

Při dosazení členů je vždy třeba brát v úvahu, že veličiny v tabulkách nejsou v základních jednotkách. Proto je vždy převed'te do základních jednotek!

$$T = 823.15 + \frac{(833.15 - 823.15) * (3593 * 10^3 - 3586.2 * 10^3)}{3608.3 * 10^3 - 3586.2 * 10^3} = 826.23 [K]$$

$$t = T - 273.15 = 826.23 - 273.15 = 553.08 [^{\circ}C]$$

Podobně by bylo možné interpolovat i další veličiny, jako je měrný objem, entropie, tlak i entalpie.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

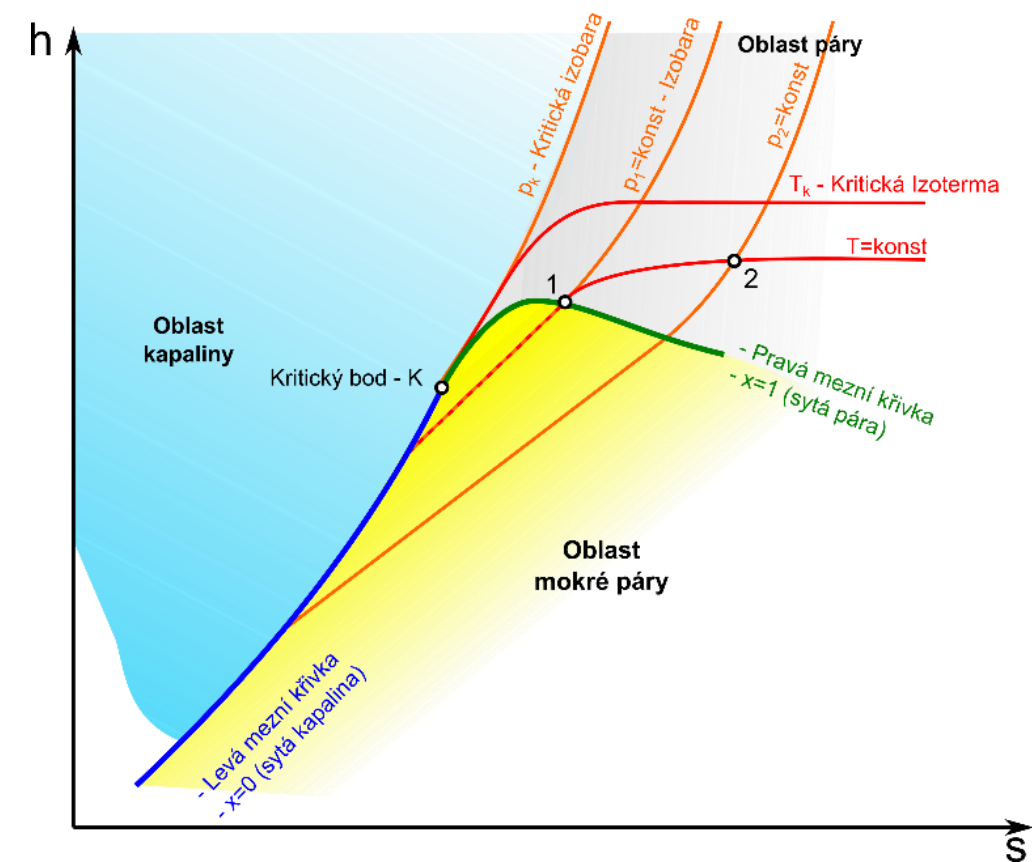
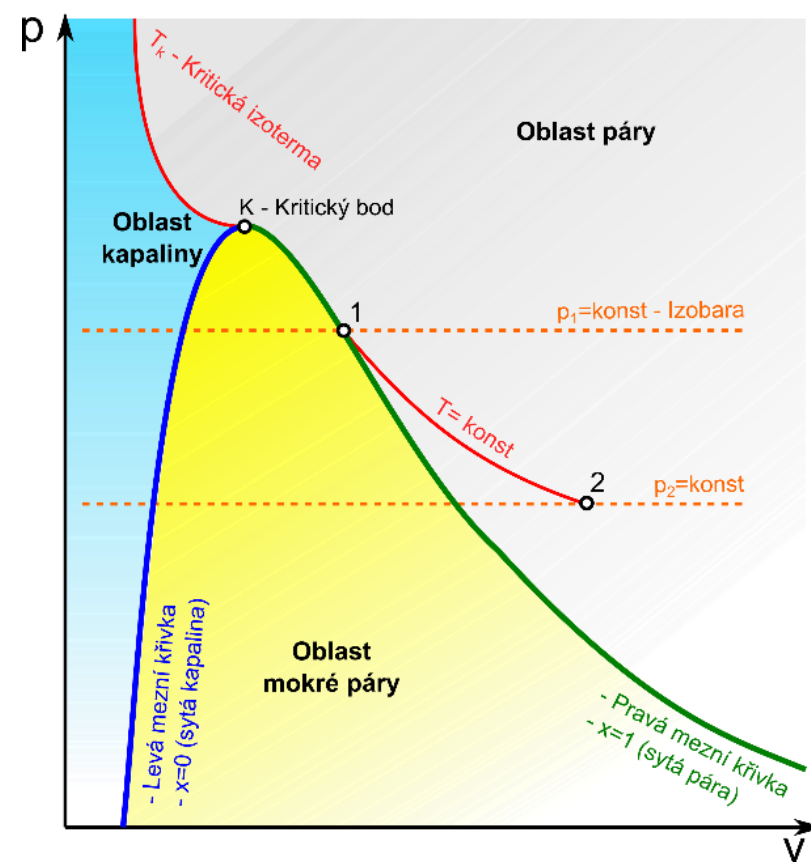
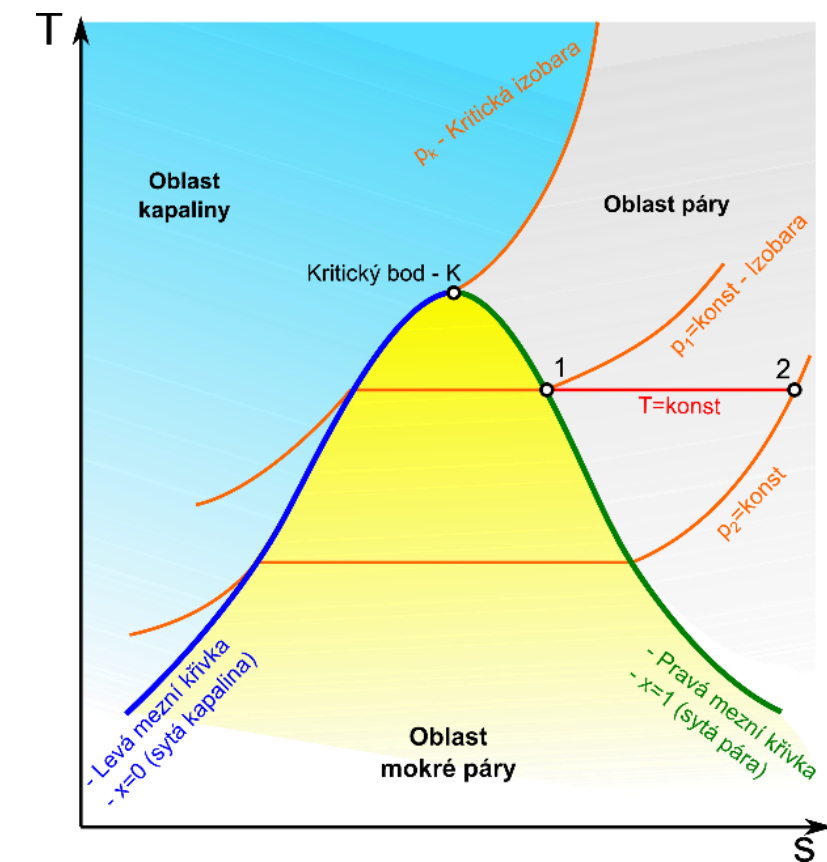
Příklad 2

Sytá pára o tlaku 1 [MPa] expanduje izotermicky na tlak 0.1 [MPa]. Znázorněte v diagramech vody a vodní páry.

Jelikož se jedná o izotermický děj, je výhodné použít T-s diagram. Dále máme v zadání, že jde o sytou páru, tedy počáteční bod bude ležet na pravé mezní křivce (bod 1). Pro bod 1 zároveň můžeme nakreslit i isobaru $p_1 = konst$ i isotermu $T = konst$. Při expanzi se zvětšuje objem a zároveň klesá tlak. Nakreslená isobara nám tedy bude sloužit jako orientační bod a na isotermě bude určitě ležet koncový bod. Jelikož na konci expanze bude tlak nižší než na počátku, tak druhá isobara $p_2 = konst$ v T-s diagramu bude níž než v předchozím případě. Pak v průsečíku isobary $p_2 = konst$ a isotermy $T = konst$ bude náš hledaný koncový bod 2.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

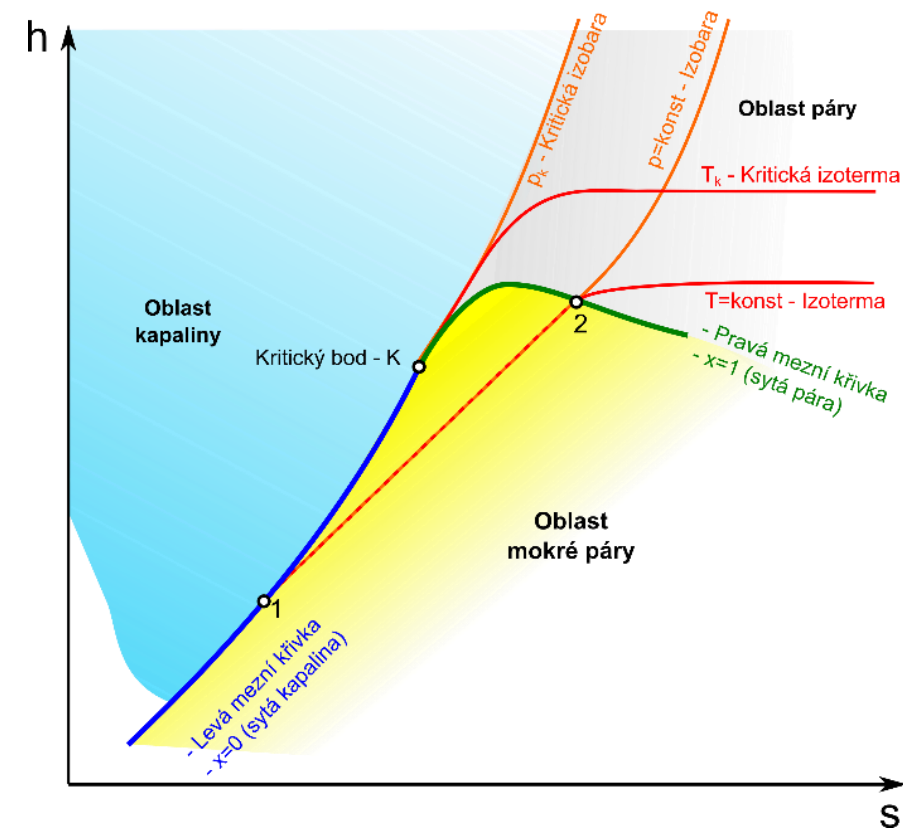
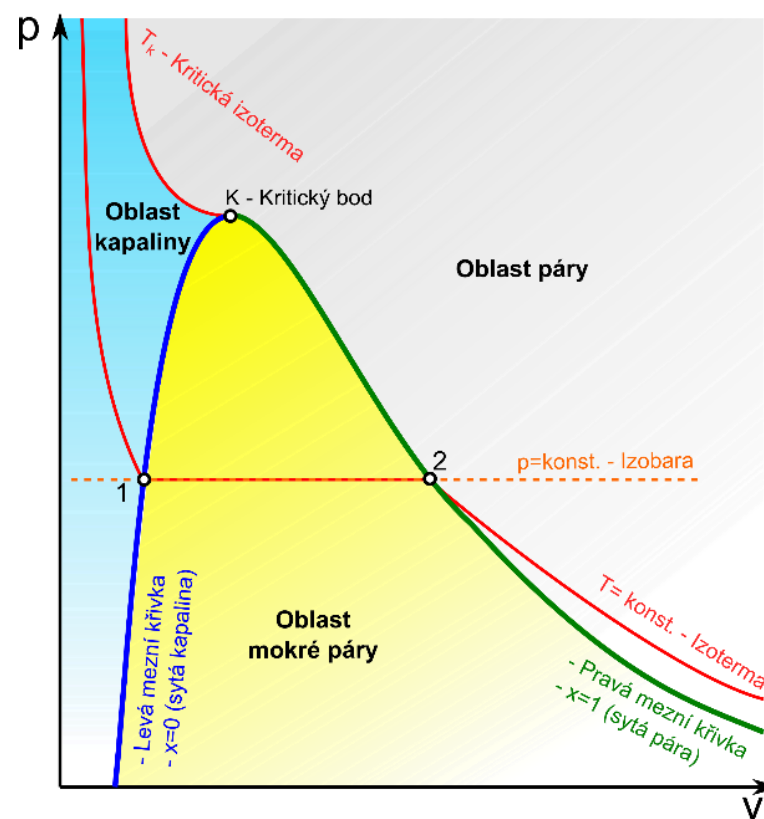
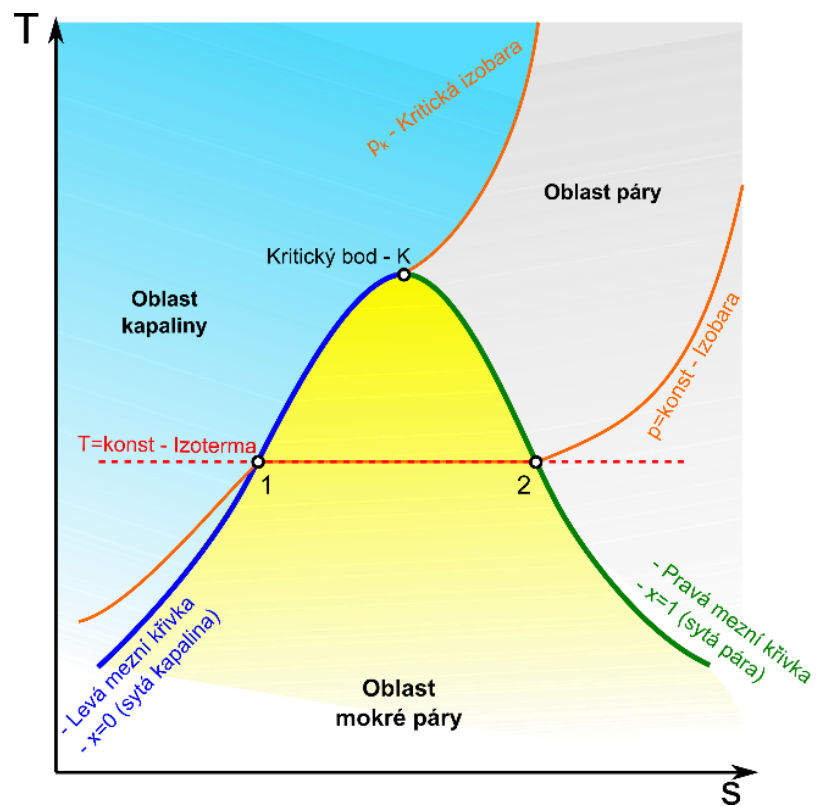
Příklad 3

Sytá voda o hmotnosti 1 [kg] se úplně odpaří při teplotě 100 [°C]. Znázorněte v diagramech vody a vodní páry.

Ze zadání plyne, že jde o sytou vodu (kapalinu), tedy počáteční bod bude na levé mezní křivce (bod 1). Sytá kapalina se úplně odpaří při teplotě 100 [°C], což znamená, že voda změní skupenství z kapalného na plynné. První bod, ve kterém se voda nachází v plynném skupenství, je na pravé mezní křivce (bod 2). Tedy děj bude probíhat mezi pravou a levou a mezní křivkou mezi body 2 a 1. Mezi body 2 a 1 bude tedy isotermický a zároveň isobarický děj.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

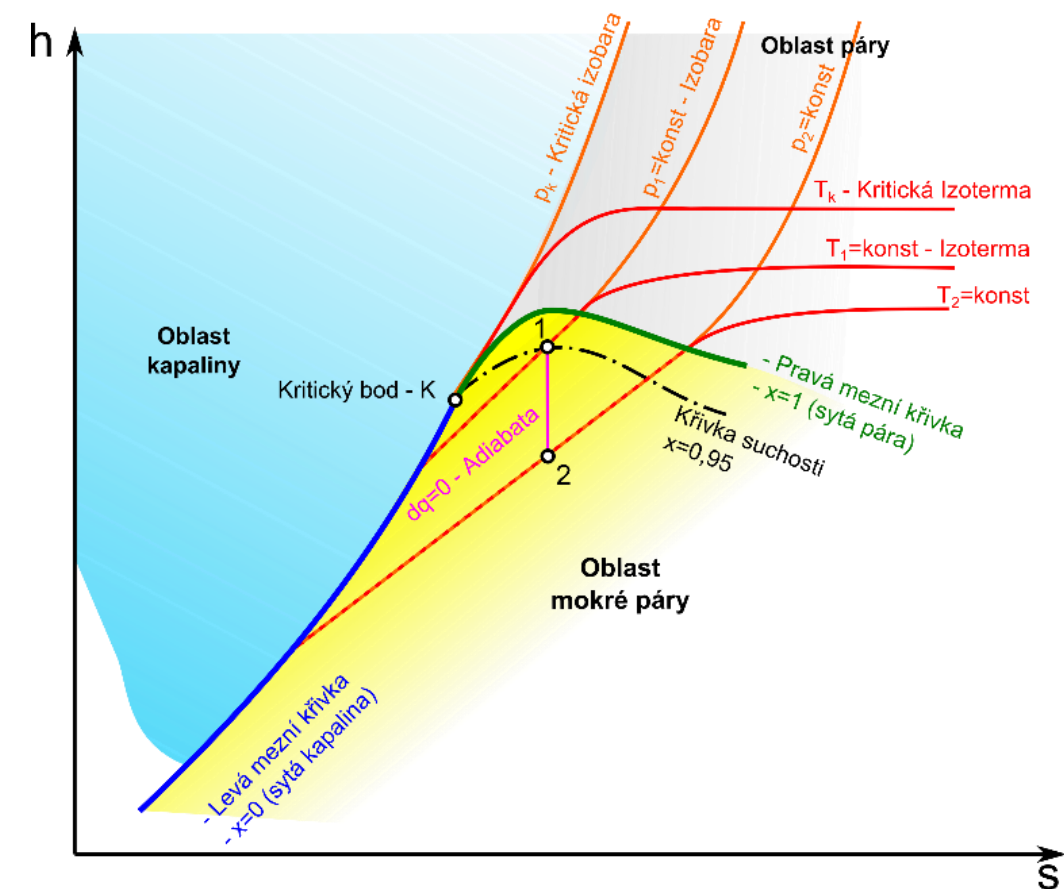
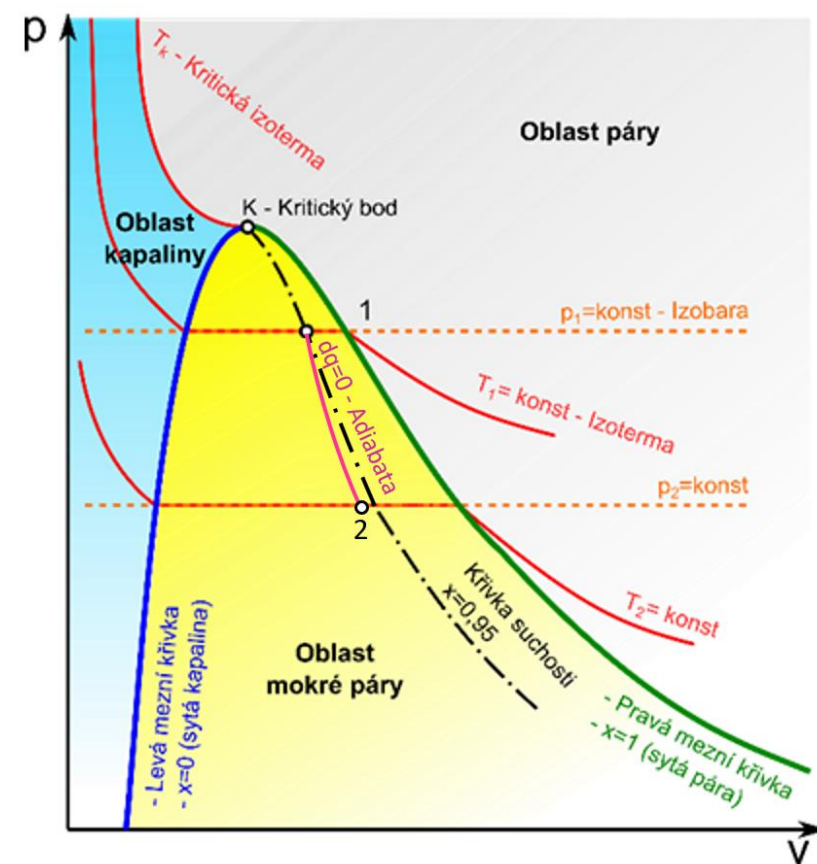
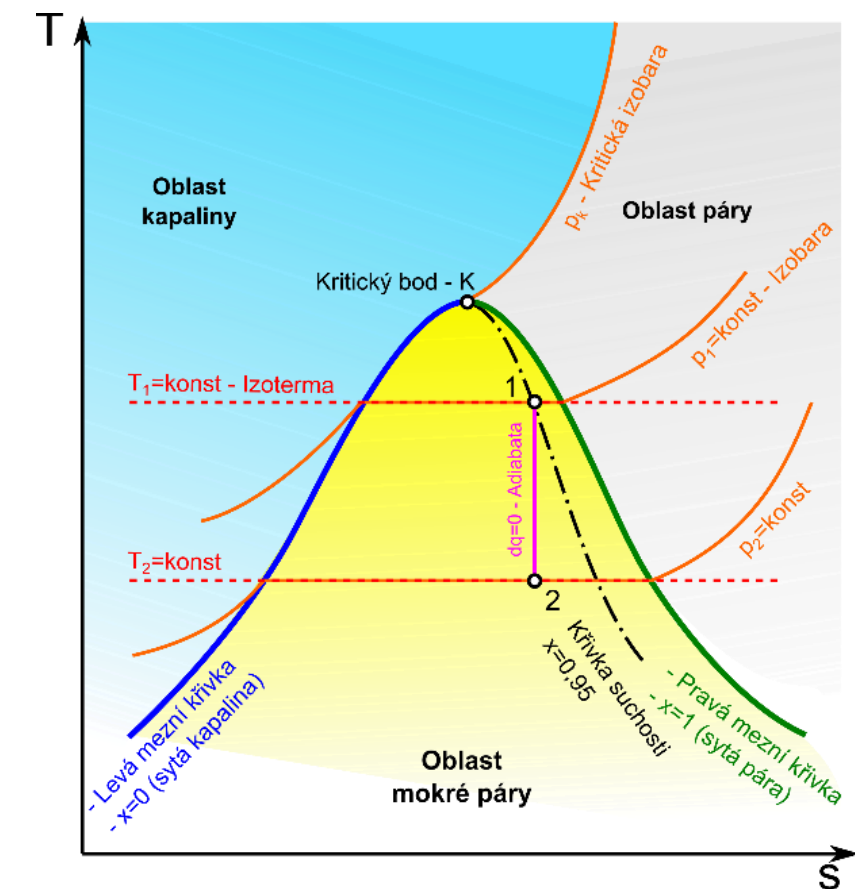
Příklad 4

Mokrý pára o hmotnosti 1 [kg] o tlaku 0.8 [MPa] a o suchosti 0.95 vratně, adiabaticky expanduje na tlak 0.04 [MPa]. Znázorněte v diagramech vody a vodní páry.

Při kreslení a náčrtu grafů je dobré vycházet ze základních předpokladů, které plynou ze zadání. V diagramu budou určité dvě isobary, jedna křivka suchosti, a jelikož je děj adiabatický a vratný, v entropickém diagramu bude procházet počátečním a koncovým bodem navíc přímkou konstantní entropie.

Jelikož v úloze máme dvě isobary, musíme zvážit jejich vzájemnou polohu. Na začátku děje je tlak vyšší než na konci, tedy isobara $p_1 = konst$ je výše než isobara $p_2 = konst$. Pak je třeba pokračovat další křivkou ze zadání a tou je křivka suchosti $x = 0.95$. Už samotný fakt, že v zadání je hodnota suchosti páry musí evokovat předpoklad, že jde o mokrou páru (i kdyby to v zadání nebylo přímo dané). A skutečně, když se teď podíváme na obrázek, tak je vidět, že hodnoty na začátku děje, tedy tam kde se kříží isobara $p_1 = konst$ a křivka konstantní suchosti $x = 0.95$, se bod 1 nachází v oblasti mokré páry. Jelikož víme, že děj je adiabatický a zároveň vratný, můžeme potáhnout přes bod 1 přímkou konstantní entropie a tam, kde se tato přímkou kříží s isobarou $p_2 = konst$ leží bod 2.





Příklad 5

V turbíně expanduje vratně a adiabaticky pára o tlaku 1.6 [MPa] a teplotě 350 [°C] na tlak 0.1 [MPa]. Znázorněte v diagramech vody a vodní páry. Určete výsledný stav páry.

Při kreslení a náčrtu grafů je dobré vycházet ze základních předpokladů, které plynou ze zadání. V diagramu budou určité dvě isobary, a jelikož je děj adiabatický a vratný, v entropickém diagramu bude procházet počátečním a koncovým bodem navíc přímka konstantní entropie.

V úloze máme dvě isobary, musíme zvážit jejich vzájemnou polohu. Na začátku děje je tlak vyšší než na konci (expanze), tedy isobara $p_1 = konst$ je výše než isobara $p_2 = konst$. Pak je třeba vzít v úvahu, že na začátku expanze je voda ve formě páry, tedy nacházíme se v oblasti páry. Také víme, že děj je adiabatický a zároveň vratný, tedy můžeme vést přes bod 1 přímku konstantní entropie a tam, kde se tato přímka kříží s isobarou $p_2 = konst$, leží bod 2.

Problém nastává, když nakreslíme bod 1 libovolně na izobaru $p_1 = konst$ a pak nakreslíme přímku konstantní entropie (růžová). Když bod 1 nakreslíme blíže k pravé mezní křivce, tak nám přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti mokré páry, tedy koncový stav páry bude mokrá pára. Když bod 1 nakreslíme dále od pravé mezní křivky, tak přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti páry, tedy koncový stav páry bude pára. Popřípadě, když bod 1 nakreslíme nad místo, kde se protíná isobara $p_2 = konst$ a pravá mezní křivka, tak přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v místě, kde protíná pravou mezní křivku a koncový stav páry bude sytá pára. Jak tedy určit koncový stav páry a nakreslit správně graf?



Z počátečních vlastností páry plynou následující vlastnosti:

- Pára – jednofázová oblast, $p_1 = 1.6 \text{ MPa}$; $t_1 = 350 \text{ °C}$

Z tabulek pak lze získat následující veličiny:

$$\begin{aligned}v_1 &= 0.1746 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \\h_1 &= 3146 \text{ kJ m}^3 \\s_1 &= 7.0713 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\end{aligned}$$

Z tabulkových hodnot využijeme hodnotu entropie, jelikož je konstantní a v bodě 2 bude mít stejnou hodnotu:

$$s_1 = s_2 = \textit{konst.}$$

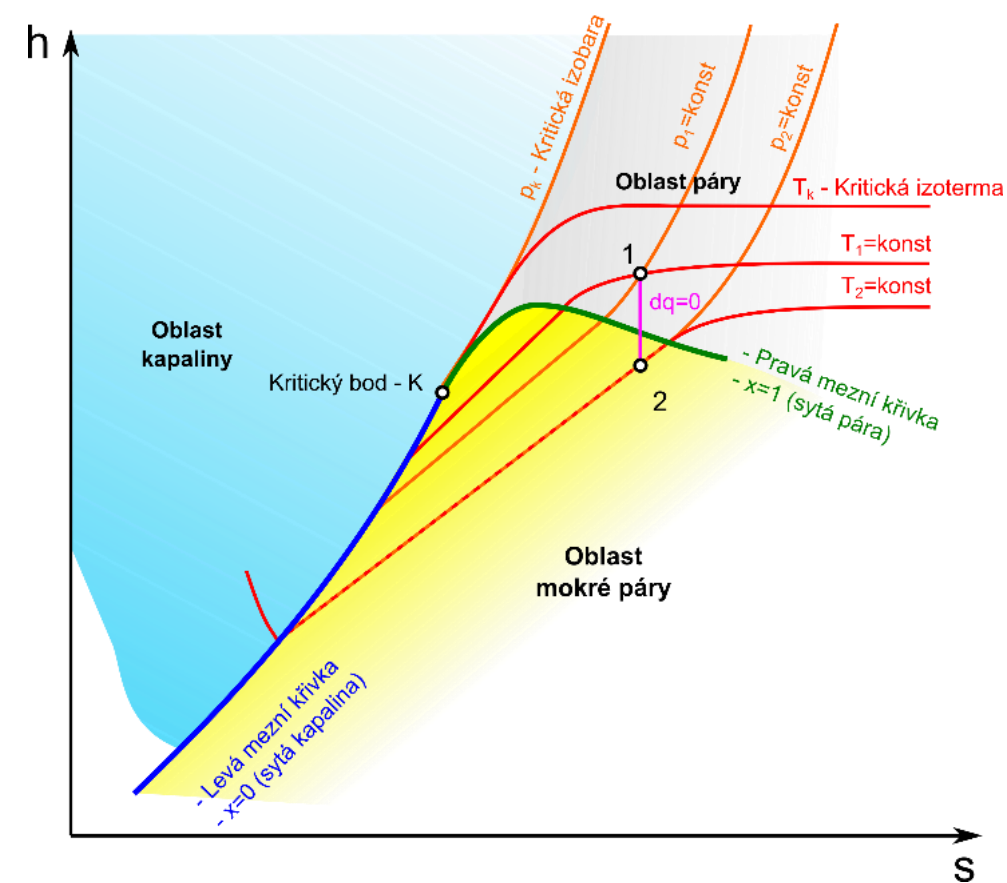
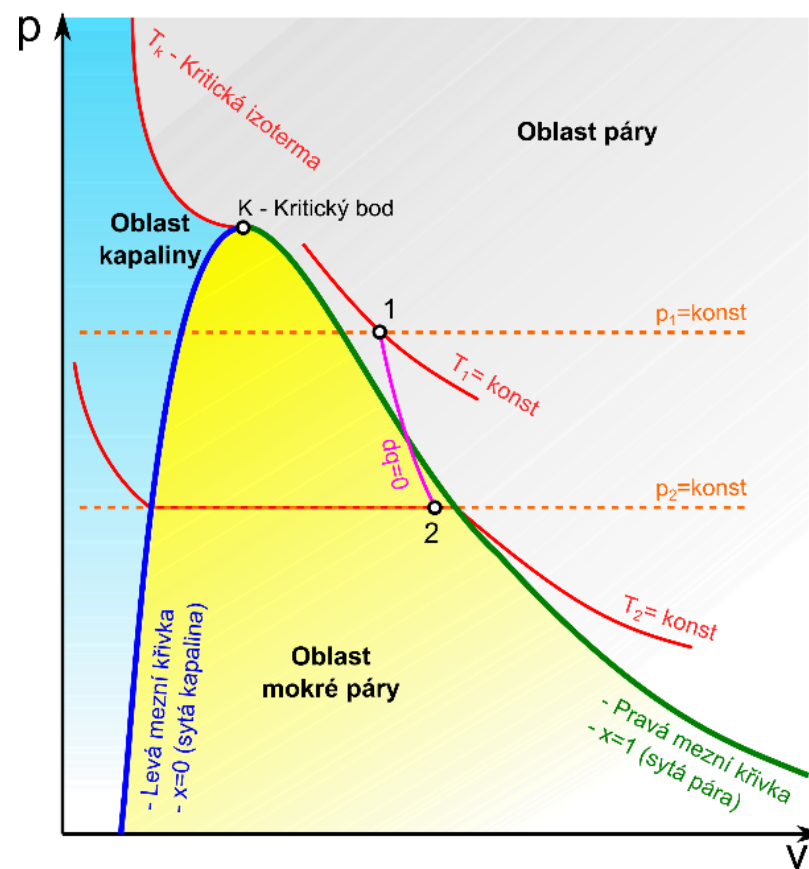
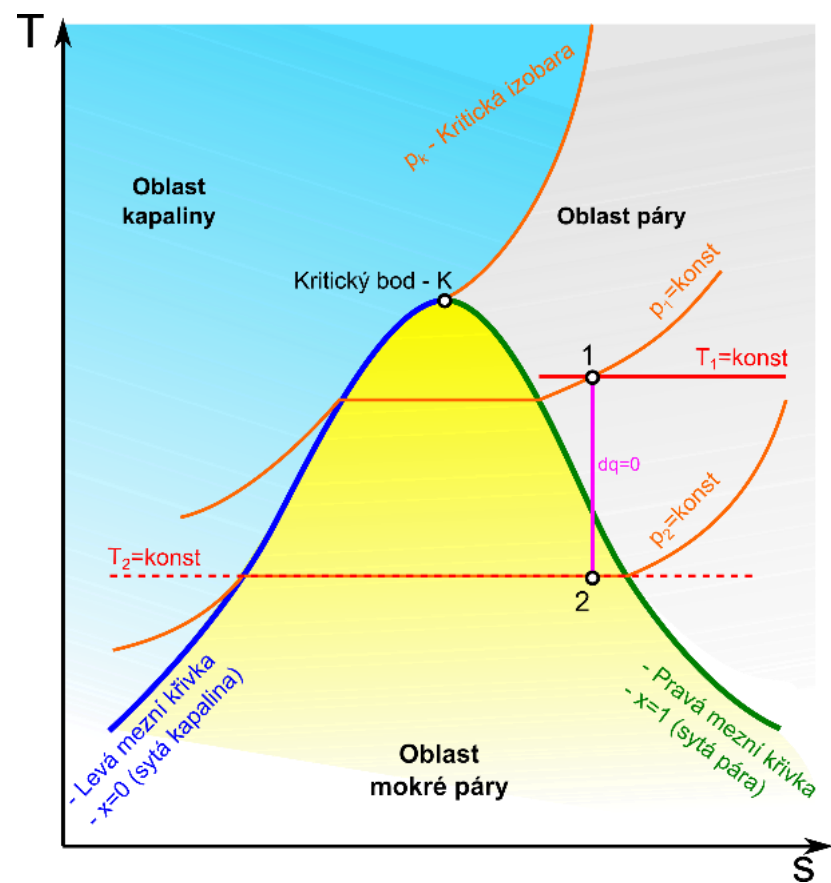
Průsečík přímky konstantní entropie a isobary $p_2 = \textit{konst}$ udává přesnou polohu bodu 2. Známe již polohu isobary $p_2 = \textit{konst}$ a hodnotu entropie v bodě 2. K určení její polohy (v které oblasti páry se koncový bod nachází) potřebujeme ale nějakou referenci. Víme, že izobara $p_2 = \textit{konst}$ protíná i pravou mezní křivku. Z tabulek je možné určit také hodnotu entropie na pravé mezní křivce:

$$\text{Sytá pára: } p_2 = 0.1 \text{ MPa}; s_{\text{syta pára}} = 7.3588 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

Vidíme, že $s_1 = 7.0713 < s_{\text{syta pára}} = 7.3588$

Při tlaku 0.1 [MPa], který udává tlak páry na konci děje je hodnota entropie, při které probíhá děj nižší, než hodnota entropie syté páry. Tedy přímka konstantní entropie $s_1 = s_2 = \textit{konst}$ ($dq = 0$) bude ležet vlevo od bodu, který vznikl jako průsečík isobary $p_2 = \textit{konst}$ a pravé mezní křivky. Koncový stav páry je tedy mokrá pára.



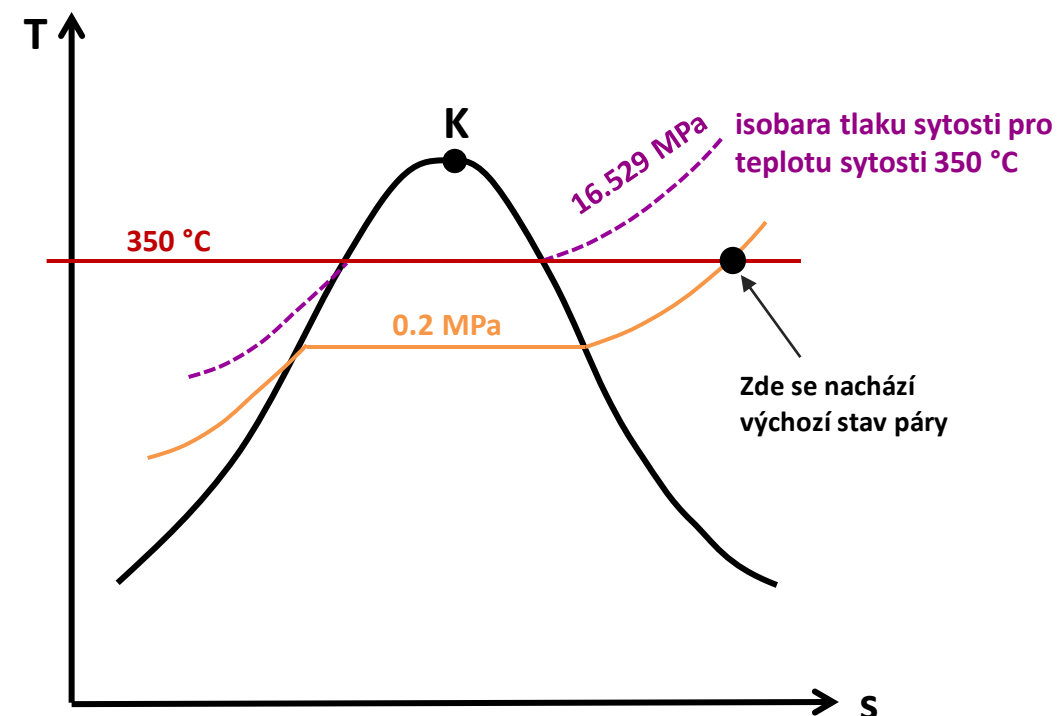


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Příklad 6

Určete výsledný stav páry při adiabatické expanzi 1 kg páry o stavu 0.2 [MPa] a teplotě 350 [°C] na tlak 0.1 [MPa]. Znázorněte v diagramech vody a vodní páry. Ověřte, zda se počáteční stav nachází v oblasti přehřáté páry.

Při kreslení a náčrtu grafů je dobré vycházet ze základních předpokladů, které plynou ze zadání. V diagramu budou určité dvě isobary, a jelikož je děj adiabatický a vratný, v entropickém diagramu bude procházet počátečním a koncovým bodem navíc přímka konstantní entropie.



V úloze máme dvě isobary, musíme zvážit jejich vzájemnou polohu. Na začátku děje je tlak vyšší než na konci (expanze), tedy isobara $p_1 = konst$ je výše než isobara $p_2 = konst$. Máme ověřit, zda parametry výchozího bodu opravdu odpovídají stavu páry (tj. zda výchozí bod leží v oblasti přehřáté páry). Víme, že teplota $t_1 = 350\text{ }^{\circ}\text{C} < t_k = 374.15\text{ }^{\circ}\text{C}$, a tedy výchozí bod leží na isotermě pod kritickým bodem. Z tabulek termodynamických vlastností vody a vodní páry můžeme určit tlak sytosti pro teplotu $350\text{ }^{\circ}\text{C}$, tj. tlak na levé a pravé mezní křivce pro danou teplotu. Tento tlak následně porovnáme s tlakem páry před expanzí (tj. 0.2 MPa).

Vidíme, že tlak $p_2 = 0.2\text{ MPa} < 16.529\text{ MPa} = p''_{t=350\text{ }^{\circ}\text{C}}$ a tudíž průsečík výchozí isobary (tj. před expanzí) s isotermou výchozí teploty (tj. před expanzí) musí ležet v oblasti přehřáté páry



Víme tedy, že na začátku expanze je voda ve formě páry, tedy nacházíme se v oblasti páry. Také víme, že děj je adiabatický a zároveň vratný, tedy můžeme vést přes bod 1 přímkou konstantní entropie a tam, kde se tato přímka kříží s isobarou $p_2 = konst$, leží bod 2.

Problém nastává, když nakreslíme bod 1 libovolně (samozřejmě v oblasti přehřáté páry) na izobaru $p_1 = konst$ a pak nakreslíme přímkou konstantní entropie (růžová). Když bod 1 nakreslíme blíže k pravé mezní křivce, tak nám přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti mokré páry, tedy koncový stav páry bude mokrá pára. Když bod 1 nakreslíme dále od pravé mezní křivky, tak přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti páry, tedy koncový stav páry bude pára. Popřípadě, když bod 1 nakreslíme nad místo, kde se protíná izobara $p_2 = konst$ a pravá mezní křivka, tak přímka konstantní entropie protne isobaru $p_2 = konst$ v místě, kde protíná pravou mezní křivku a koncový stav páry bude sytá pára. Jak tedy určit koncový stav páry a nakreslit správně graf?

Z počátečních vlastností páry plynou následující vlastnosti:

- Pára – jednofázová oblast, $p_1 = 0.2 \text{ MPa}$; $t_1 = 350 \text{ °C}$

Z tabulek pak lze získat následující veličiny:

$$v_1 = 1.4330 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

$$h_1 = 3173.9 \text{ kJ m}^3$$

$$s_1 = 8.0643 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Z tabulkových hodnot využijeme hodnotu entropie, jelikož je konstantní a v bodě 2 bude mít stejnou hodnotu:

$$s_1 = s_2 = konst.$$

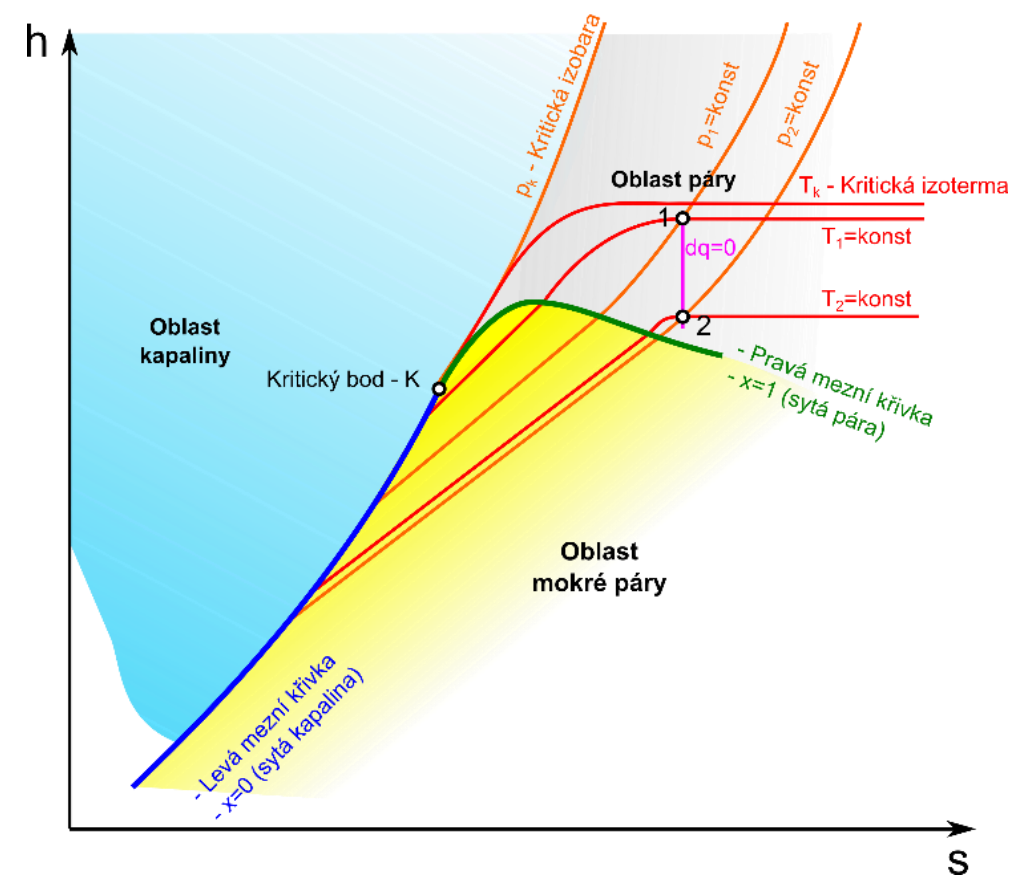
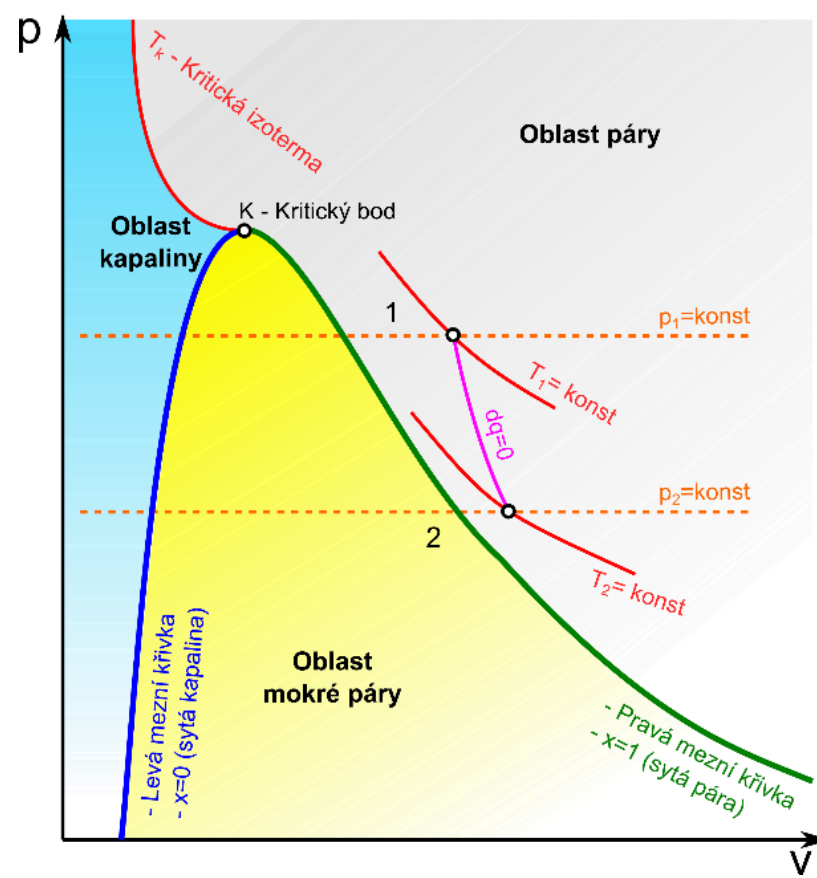
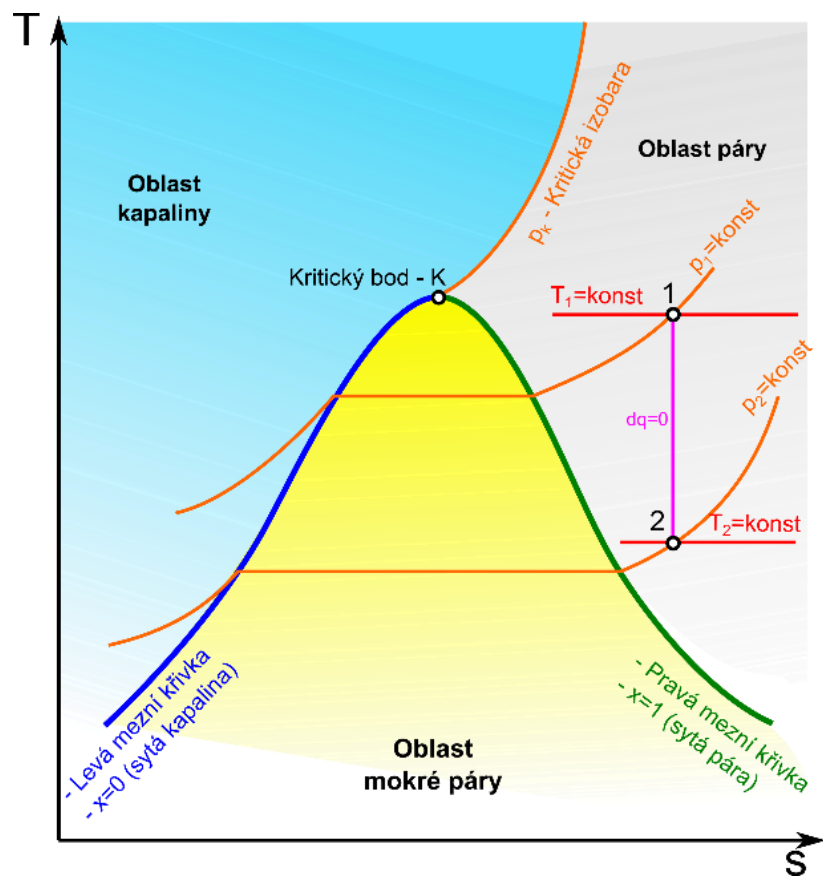
Průsečík přímky konstantní entropie a isobary $p_2 = konst$ udává přesnou polohu bodu 2. Známe již polohu isobary $p_2 = konst$ a hodnotu entropie v bodě 2. K určení její polohy (v které oblasti páry se koncový bod nachází) potřebujeme ale nějakou referenci. Víme, že izobara $p_2 = konst$ protíná i pravou mezní křivku. Z tabulek je možné určit také hodnotu entropie na pravé mezní křivce:

$$\text{Sytá pára: } p_2 = 0.1 \text{ MPa}; s_{\text{syta pára}} = 7.3588 \text{ kJ kg}^{-1} \text{K}^{-1}$$

Vidíme, že $s_1 = 8.0643 > s_{\text{syta pára}} = 7.3588$

Při tlaku 0.1 [MPa], který udává tlak páry na konci děje je hodnota entropie, při které probíhá děj vyšší, než hodnota entropie syté páry. Tedy přímka konstantní entropie $s_1 = s_2 = konst$ ($dq = 0$) bude ležet vpravo od bodu, který vznikl jako průsečík isobary $p_2 = konst$ a pravé mezní křivky. Koncový stav páry je tedy přehřátá pára.





Příklad 7

V uzavřené válcové nádrži byla pára o tlaku 1.6 [MPa] a teplotě 350 [°C]. Po čase klesl tlak na 1 [MPa]. Jaký je konečný stav páry? Znázorněte v diagramech vody a vodní páry.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Při kreslení a náčrtu grafů je dobré si uvědomit, že děj probíhá isochoricky (válcová nádrž nemění svůj objem). V entropickém diagramu bude tedy procházet počátečním a koncovým bodem přímka konstantního objemu (isochora).

V úloze máme dvě izobary, musíme zvážit jejich vzájemnou polohu. Na začátku děje je tlak vyšší než na konci (expanze), tedy isobara $p_1 = konst$ je výše než isobara $p_2 = konst$. Pak je třeba vzít v úvahu, že na začátku expanze je voda ve formě páry (viz zadání), tedy nacházíme se v oblasti páry. Také víme, že děj probíhá isochoricky, tedy můžeme vést přes bod 1 isochoru a tam, kde se tato přímka kříží s isobarou $p_2 = konst$, leží bod 2.

Problém nastává, když nakreslíme bod 1 libovolně na izobaru $p_1 = konst$ a pak nakreslíme křivku isochory. Když bod 1 nakreslíme blíže k pravé mezní křivce, tak nám křivka isochory protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti mokré páry, tedy koncový stav páry bude mokrá pára. Když bod 1 nakreslíme dále od pravé mezní křivky, tak křivka isochory protne isobaru $p_2 = konst$ v oblasti páry, tedy koncový stav páry bude pára. Popřípadě, když bod 1 nakreslíme na místo, přes které bude křivka isochory procházet právě tak, že zároveň protne i průsečík isobary $p_2 = konst$ a pravé mezní křivky, tak koncový stav páry bude syťá pára. Jak tedy určit koncový stav páry a nakreslit správně graf?



Z počátečních vlastností páry plynou následující vlastnosti:

- Pára – jednofázová oblast, $p_1 = 1.6 \text{ MPa}$; $t_1 = 350 \text{ °C}$

Z tabulek pak lze získat následující veličiny:

$$\begin{aligned}v_1 &= 0.1746 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \\h_1 &= 3146.0 \text{ kJ m}^3 \\s_1 &= 7.0713 \text{ kJ kg}^{-1} \text{ K}^{-1}\end{aligned}$$

Z tabulkových hodnot využijeme hodnotu měrného objemu, jelikož je konstantní a v bodě 2 bude mít stejnou hodnotu:

$$v_1 = v_2 = \textit{konst.}$$

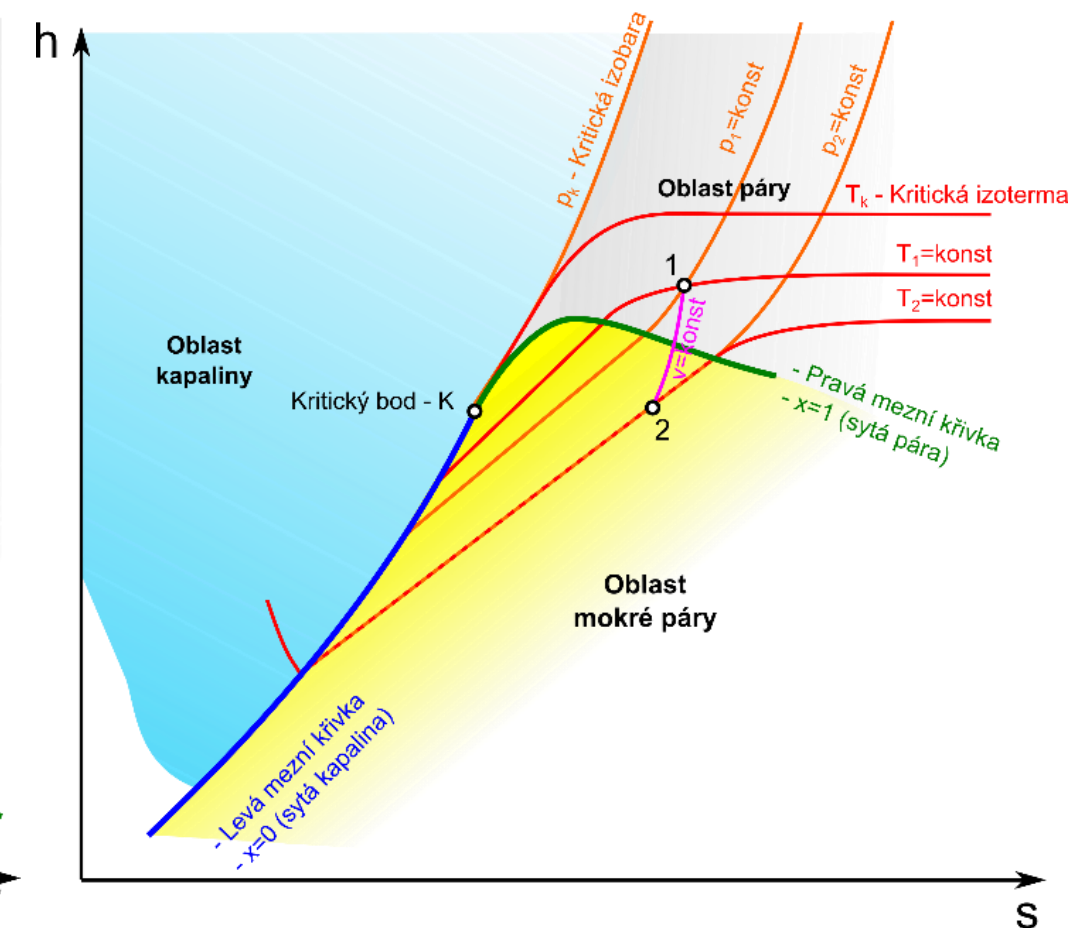
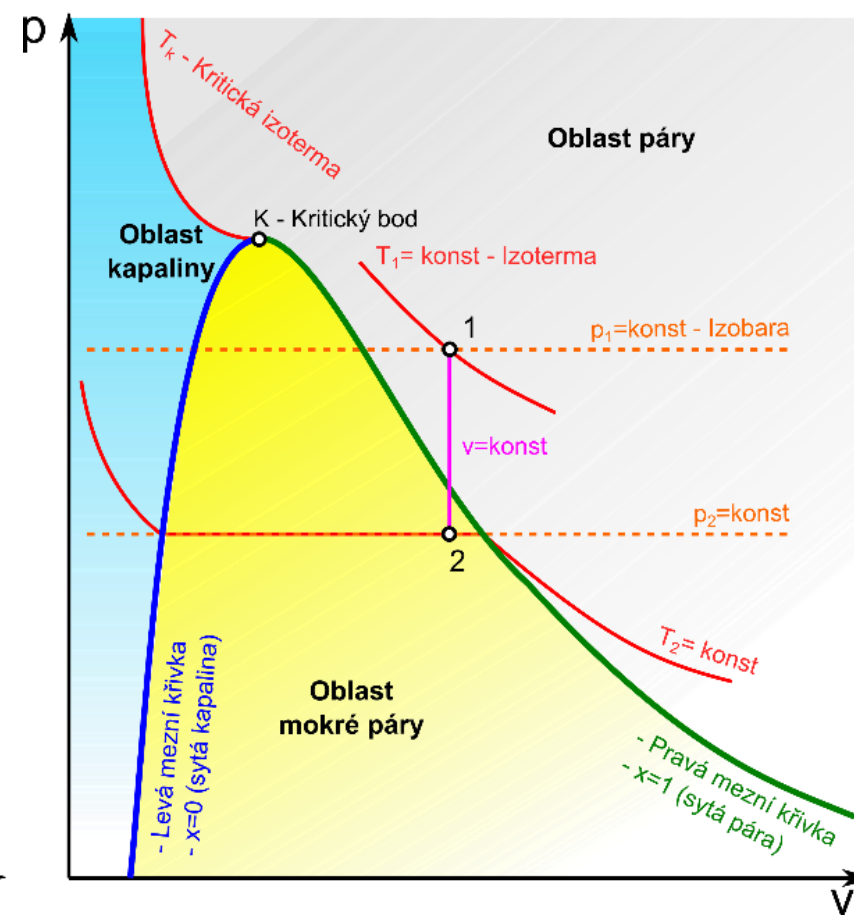
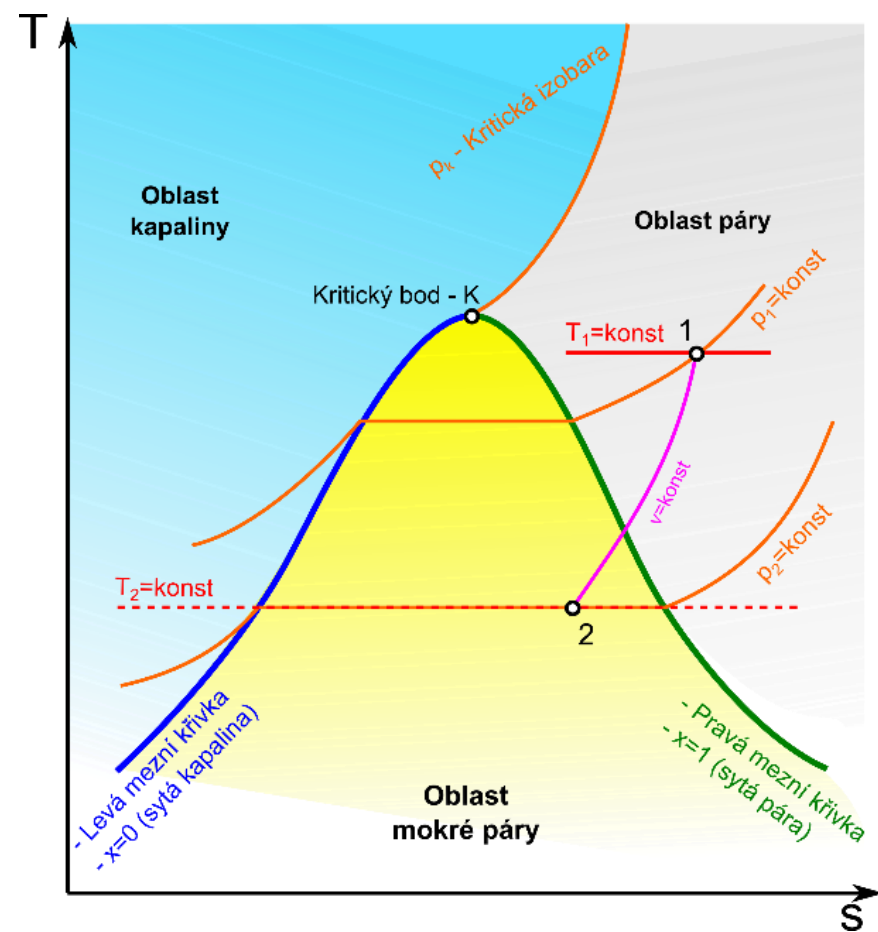
Průsečík křivky isochory a isobary $p_2 = \textit{konst}$ udává přesnou polohu bodu 2. Známe již polohu isobary $p_2 = \textit{konst}$ a hodnotu měrného objemu v bodě 2. K určení její polohy (v které oblasti páry se koncový bod nachází) potřebujeme ale nějakou referenci. Víme, že isobara $p_2 = \textit{konst}$ protíná i pravou mezní křivku. Z tabulek je možné určit také hodnotu měrného objemu na pravé mezní křivce:

$$\text{Sytá pára: } p_2 = 1 \text{ MPa}; v_{\text{syta pára}} = 0.1943 \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1}$$

Vidíme, že $v_1 = 0.1746 < v_{\text{syta pára}} = 0.1943$

Při tlaku 1 [MPa], který udává tlak páry na konci děje je hodnota měrného objemu, při které probíhá děj nižší, než hodnota měrného objemu syté páry. Tedy křivka isochory $v_1 = v_2 = \textit{konst}$ bude ležet vlevo od bodu, který vznikl jako průsečík isobary $p_2 = \textit{konst}$ a pravé mezní křivky. Koncový stav páry je tedy mokrá pára.





EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

DĚKUJI ZA POZORNOST



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY