



Termomechanika – cvičení 6

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Obsah

Přehled tepelných cyklů

Vzorový výpočet Sabatova oběhu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

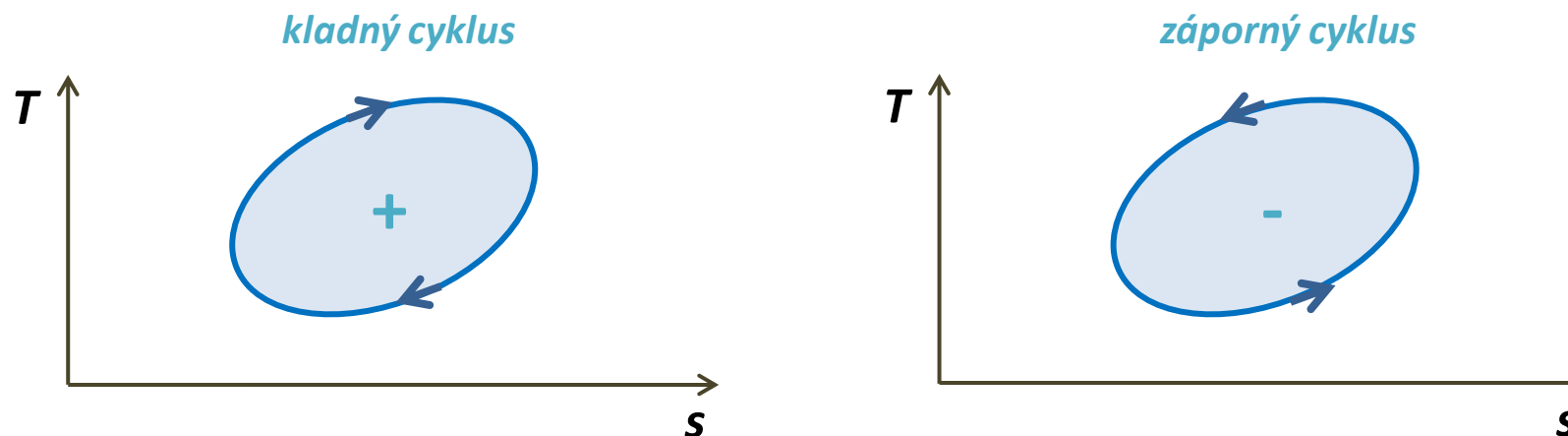


PŘEHLED TEPELNÝCH CYKLŮ



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Tepelný cyklus je uspořádaná změna stavu tekutiny uvnitř stroje nebo soustrojí, prostřednictvím níž se teplo mění na mechanickou práci, nebo naopak práce na teplo.



- **Cyklus může být:**
 - Otevřený – tekutina přichází a odchází do atmosféry
 - Uzavřený – pracovní médium je uzavřeno v cyklu (parní turbína, chladnička apod.)
- **Kladný** – probíhá po směru hodinových ručiček (přeměna tepla na práci)
- **Záporný** – probíhá proti směru hodinových ručiček

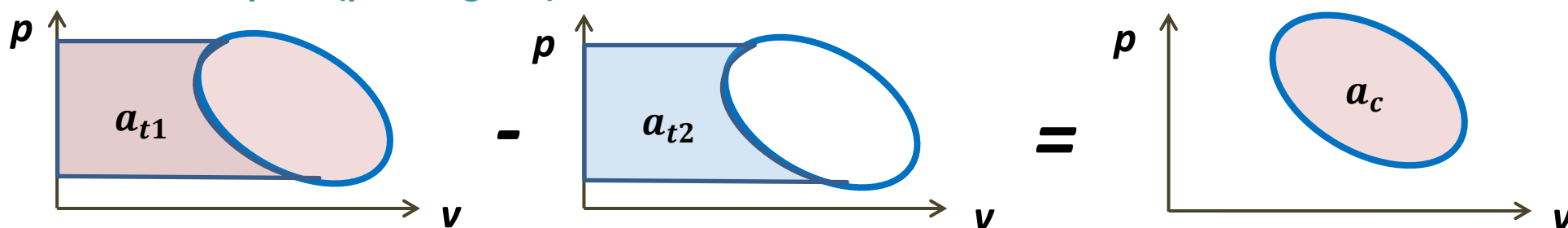
Porovnávací cyklus je uzavřený a periodicky se opakuje s touž tekutinou, pracovní látkou je ideální plyn, všechny změny jsou vratné (bez tření a tepelných ztrát).



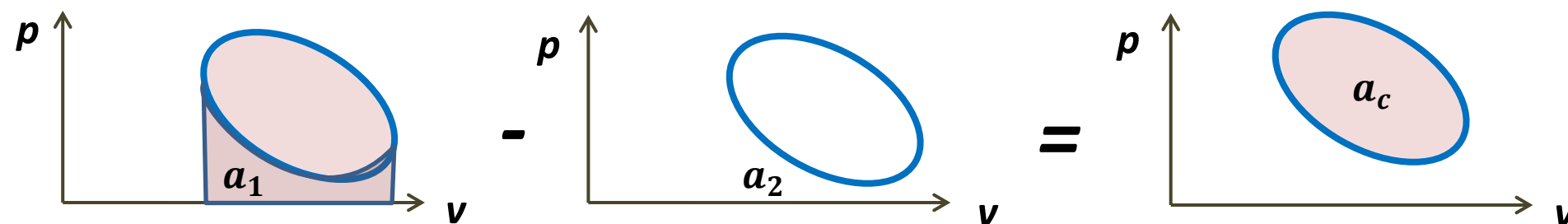
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Práce cyklu

a) Výpočet přes technickou práci (p-V diagram)



b) Výpočet přes absolutní práci (p-V diagram)



c) Výpočet přes rozdíl přivedeného a odvedeného tepla (T-s diagram)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Tepelná (termická) účinnost

Je definována jako poměr práce k přivedenému teplu, tj.:

měrná práce cyklu [J kg^{-1}]

měrné teplo odvedené z cyklu [J kg^{-1}]

$$\eta_t = \frac{a_c}{q_p} = \frac{q_p - |q_o|}{q_p} = 1 - \frac{|q_o|}{q_p}$$

měrné teplo přivedené do cyklu [J kg^{-1}]

Geometrický význam:

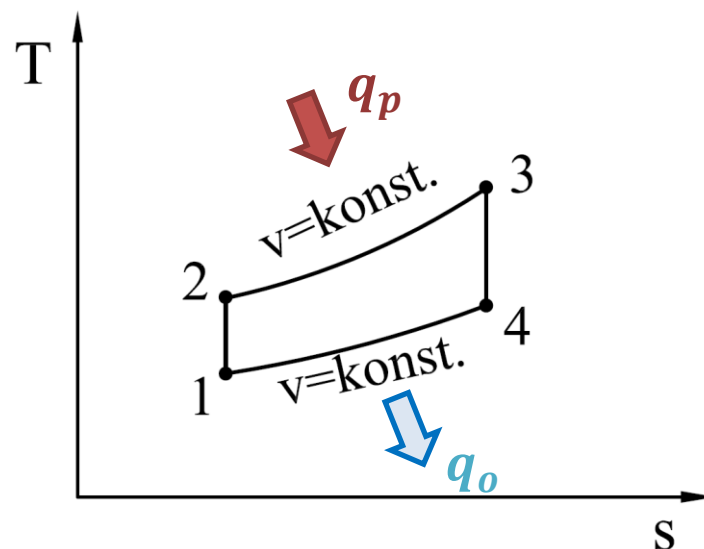
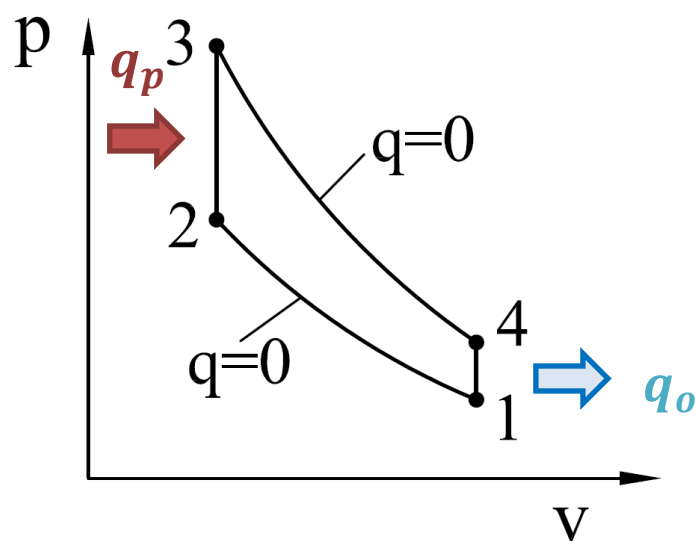
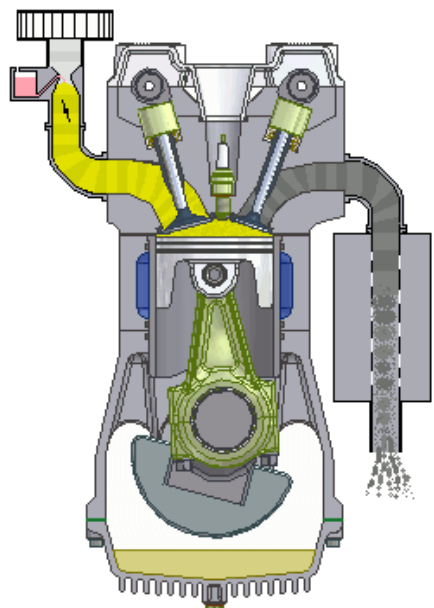
Termická účinnost je rovna poměru plochy uvnitř uzavřené křivky znázorňující oběh k ploše představující přivedené teplo.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Ottův (výbušný) cyklus

Popisuje cyklus, kde se přívod a odvod tepla uskutečňuje ve velmi krátkém čase - beze změny pohybu pístu (toto přiblížené lze použít pro zážehové motory)



Kompresní poměr

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

Stupeň isochorického zvýšení tlaku

$$\psi = \frac{p_3}{p_2}$$

- 1-2 ... adiabatická komprese
- 2-3 ... isochorický přívod tepla
- 3-4 ... adiabatická expanze
- 4-1 ... isochorický odvod tepla

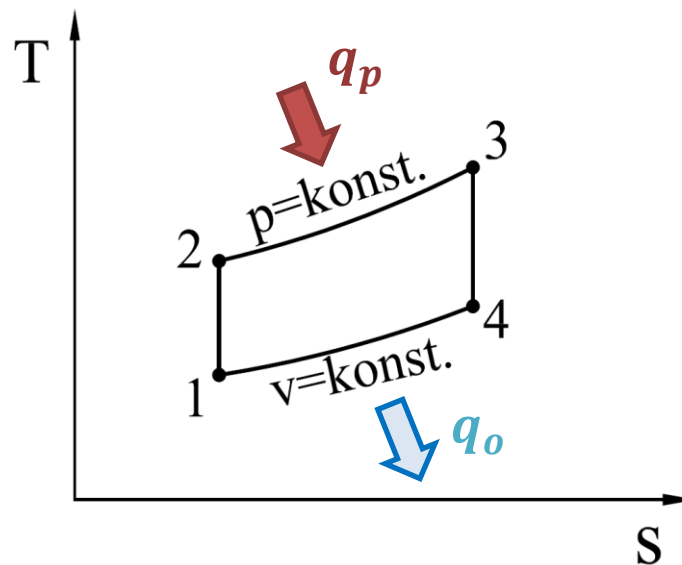
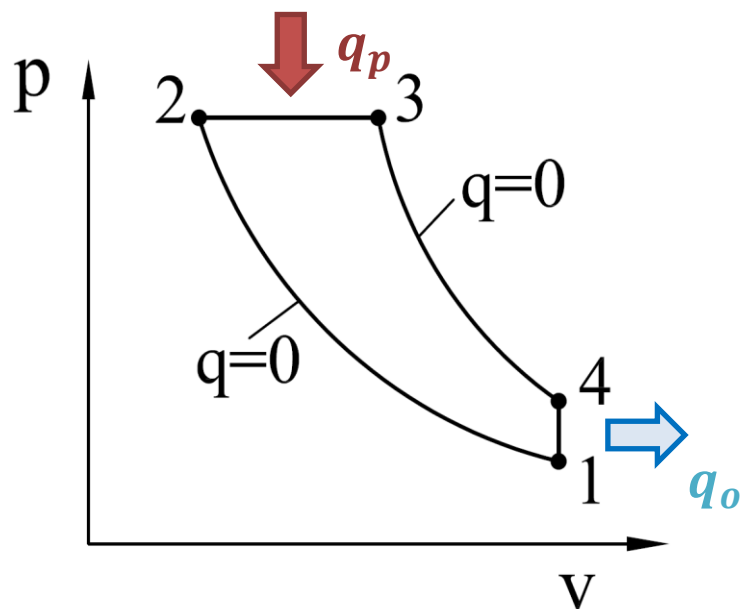
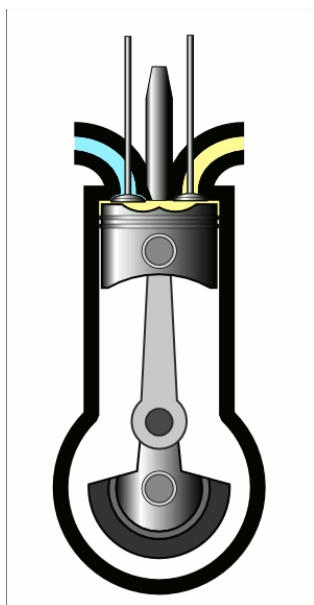


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Dieslův (rovnotlaký) cyklus

Rovnotlaký Dieselův cyklus vznětového motoru je charakterizován velmi vysokými tlaky před vstříknutím rozprášené nafty do válce, která poté hoří za téměř konstantních tlaku. Je podobný Ottově cyklu, pouze se liší ve způsobu přívodu tepla. Toto přiblížené lze použít pro vznětové motory



Kompresní poměr

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

Stupeň isobarického zvýšení
objemu

$$\varphi = \frac{v_3}{v_2}$$

- 1-2 ... adiabatická komprese
- 2-3 ... isobarický přívod tepla
- 3-4 ... adiabatická expanze
- 4-1 ... isochorický odvod tepla



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

Sabatův (smíšený) cyklus

Jedná se o modernizovaný Dieselův vznětový oběh. V dnešní době velmi používaný. Podstata smíšeného přívodu tepla tkví ve velmi rychlé indukci nafty do válce. Palivo pak hoří částečně při konstantním objemu a částečně i při konstantním tlaku.

Kompresní poměr

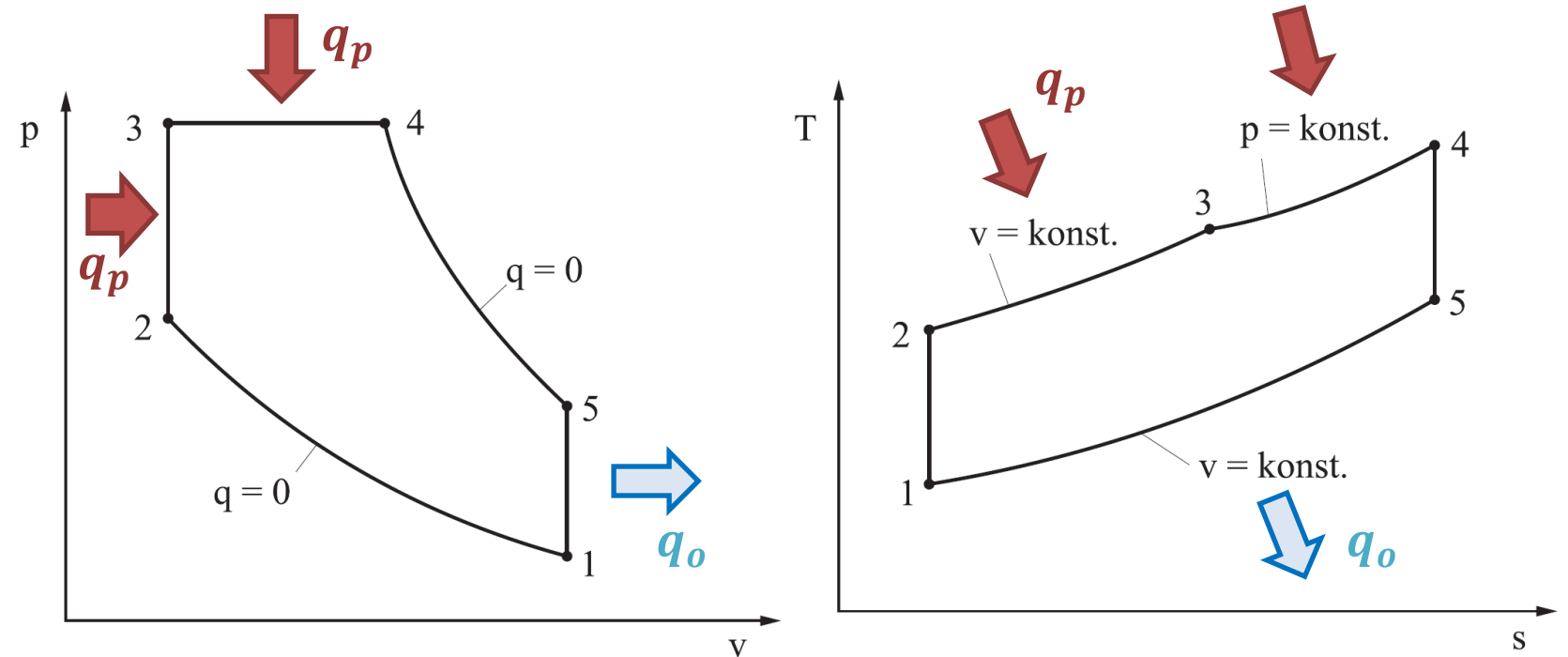
$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

Stupeň isochorického zvýšení tlaku

$$\psi = \frac{p_3}{p_2}$$

Stupeň isobarického zvýšení objemu

$$\varphi = \frac{v_4}{v_3}$$



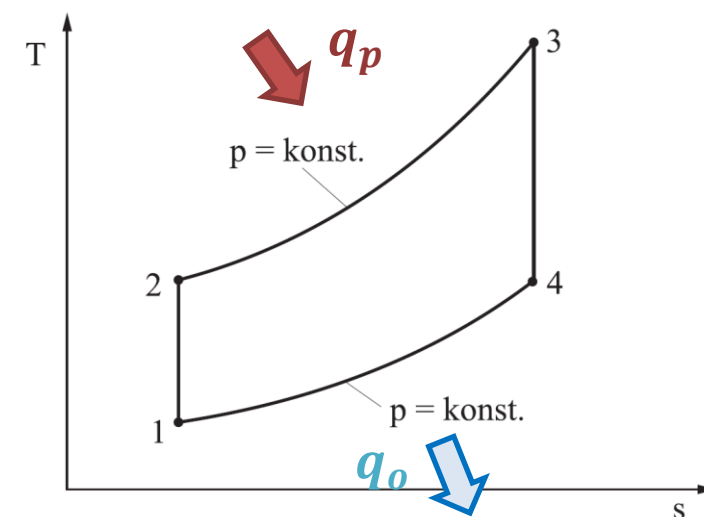
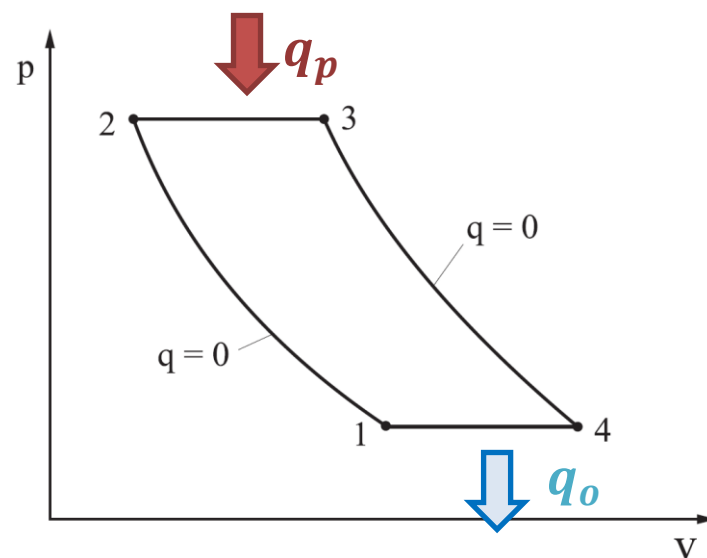
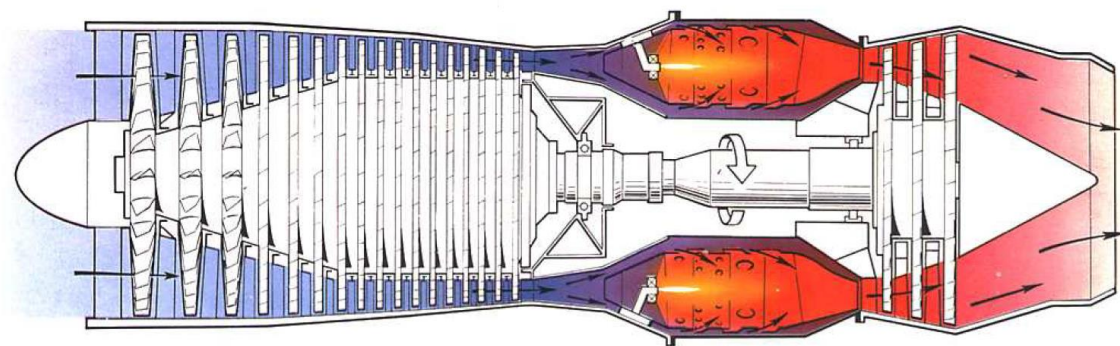
- 1-2 ... adiabatická komprese
- 2-3 ... isochorický přívod tepla
- 3-4 ... isobarický přívod tepla
- 4-5 ... adiabatická expanze
- 5-1 ... isochorický odvod tepla



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Ericsson-Braytonův cyklus

Jedná se o idealizaci plynové turbíny



Kompresní poměr

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

Stupeň isobarického zvýšení objemu

$$\varphi = \frac{v_3}{v_2}$$

- 1-2 ... adiabatická komprese
- 2-3 ... isobarický přívod tepla
- 3-4 ... adiabatická expanze
- 4-1 ... isobarický odvod tepla

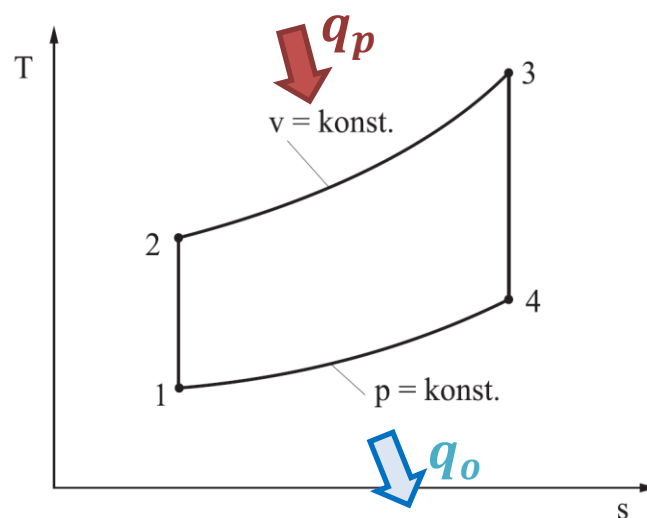
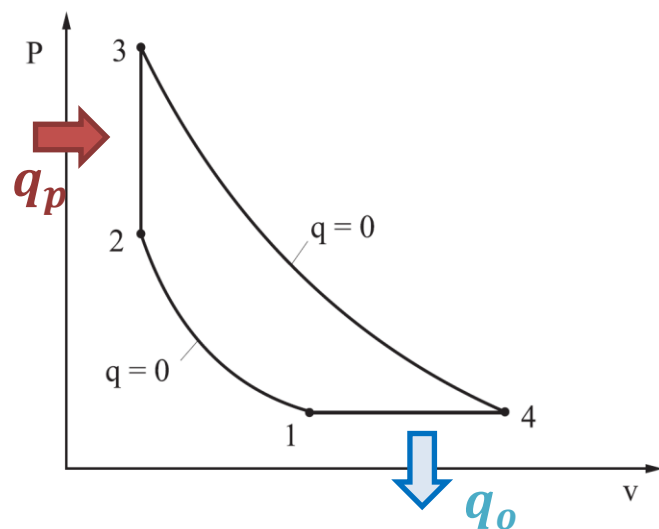
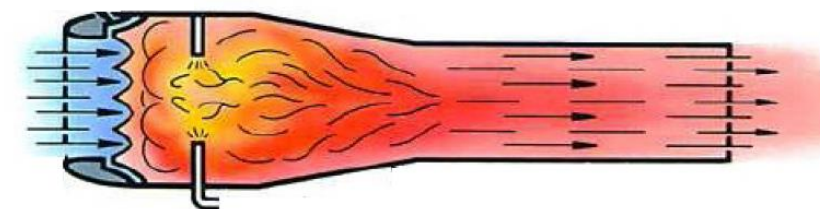
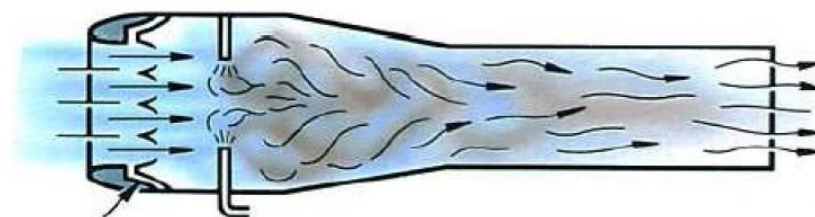


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



Humpreyův cyklus



Kompresní poměr

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2}$$

Stupeň isochorického
zvýšení tlaku

$$\psi = \frac{p_3}{p_2}$$

- 1-2 ... adiabatická komprese
- 2-3 ... isochorický přívod tepla
- 3-4 ... adiabatická expanze
- 4-1 ... isobarický odvod tepla



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



VZOROVÝ VÝPOČET SABATOVA OBĚHU



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



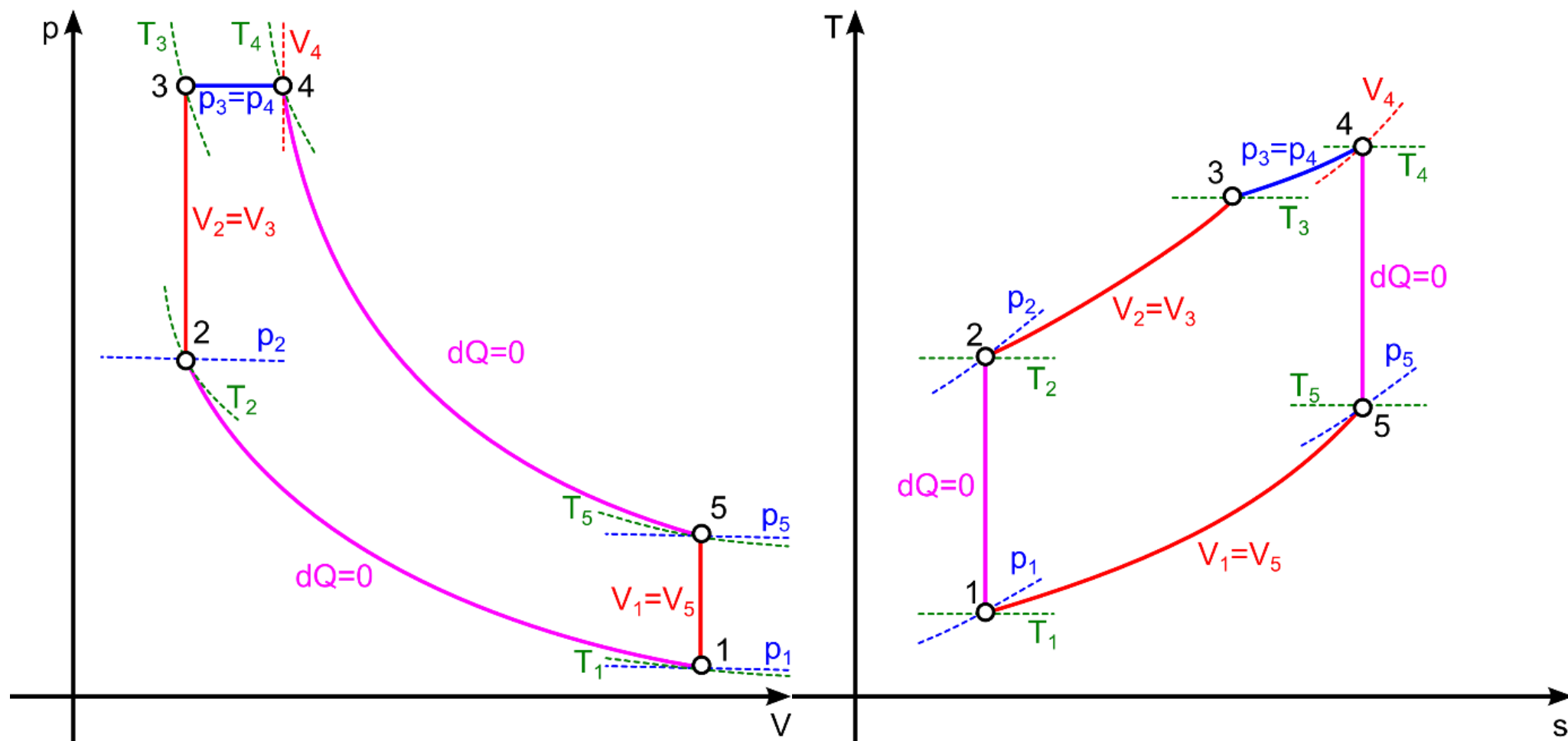
Pracovní látkou v porovnávacím smíšeném oběhu spalovacího motoru je vzduch o hmotnosti 1 [kg]. Počáteční tlak je 0.981 [bar] při teplotě 30 [°C]. Kompresní poměr je 7 [-], stupeň zvýšení tlaku 2 [-] a stupeň plnění 1.2 [-]. Určete stavové veličiny v charakteristických bodech cyklu, přivedené a odvedené teplo, práci cyklu a termickou účinnost. Cyklus nakreslete v p-v a T-s diagramu.

Dáno: $p_1 = 0.981 \text{ [bar]}, t_1 = 30 \text{ [°C]}, \kappa = 1.4 \text{ [-]}, r = 287.04 \text{ [J kg}^{-1}\text{K}^{-1}]$

Určit: $\epsilon = 7 \text{ [-]}; \psi = \frac{p_3}{p_2} = 2 \text{ [-]}; \varphi = \frac{v_4}{v_3} = 1.2 \text{ [-]}$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Před výpočtem práce cyklu, přivedeného či odvedeného tepla je vhodné určit stavové veličiny v charakteristických bodech cyklu. Tedy v bodech na začátku a na konci jednotlivých dějů. Připomeňme, že stavovými veličinami je myšlen tlak, objem a teplota. Pro zachování přehlednosti výpočtu budeme stavové veličiny zapisovat do tabulky:

	1	2	3	4	5
$p [Pa]$	$0.981 \cdot 10^5$	$14.96 \cdot 10^5$	$29.92 \cdot 10^5$	$29.92 \cdot 10^5$	$2.53 \cdot 10^5$
$T [K]$	303.15	661.9	1323.8	1584.4	781.8
$v [m^3 kg^{-1}]$	0.887	0.127	0.127	0.152	0.887

Z nakreslených diagramů vyplývá:

- Hodnota maximálního tlaku bude dle grafu v bodech 3 a 4 – viz p-V diagram
- Hodnota minimálního tlaku bude dle grafu v bodě 1 – viz p-V diagram
- Hodnota maximální teploty bude dle grafu v bodě 4 – viz T-s diagram
- Hodnota minimální teploty bude dle grafu v bodě 1 – viz T-s diagram
- Hodnota maximálního objemu bude dle grafu v bodech 1 a 5 – viz p-V diagram
- Hodnota minimálního objemu bude dle grafu v bodech 2 a 3 – viz p-V diagram



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

BOD 1

Pro bod známe skoro všechny stavové veličiny. Zbývá vypočítat velikost měrného objemu. Můžeme si dovolit počítat všechny jednotky jako měrné, protože množství pracovní látky je jeden kilogram. Ze stavové rovnice se k výsledku jednoduše dostaneme. Pro stav v bodě 1 můžeme napsat:

$$p_1 v_1 = r T_1 \rightarrow v_1 = \frac{r T_1}{p_1}$$
$$v_1 = \frac{287.04 * 303.15}{0.981 * 10^5} \cong 0.887 \text{ [m}^3 \text{kg}^{-1}\text{]}$$

Při pohledu na diagram je jasné, že velikost objemu v bodě 1 je rovna velikosti objemu v bodě 5, jelikož, mezi bodem 5 a bodem 1 je isochora (přímka konstantních objemů). Můžeme tedy napsat, že:

$$v_1 = v_5 \cong 0.887 \text{ [m}^3 \text{kg}^{-1}\text{]}$$

BOD 2

pro výpočet stavových veličin v bodu 2 využijeme skutečnosti, že mezi body 1-2 probíhá adiabatická komprese a ze zadání příkladu známe hodnotu kompresního poměru, tzn., že můžeme psát následující:

$$\epsilon = \frac{v_1}{v_2} \rightarrow v_2 = \frac{v_1}{\epsilon}$$
$$v_2 \cong \frac{0.887}{7} = 0.127 \text{ [m}^3 \text{kg}^{-1}\text{]}$$

Pozn.: kompresní poměr vyjadřuje poměr objemů před a po stlačení; pro poměr tlaků se používá pojem „stupeň stlačení kompresoru“ a vypočte se následovně: $\pi = \frac{p_2}{p_1}$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Z rovnice adiabaty pak můžeme dopočítat tlak v bodě 2, tj.:

$$p_1 v_1^\kappa = p_2 v_2^\kappa \rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^\kappa = p_1 \epsilon^\kappa$$

$$p_2 = 0.981 * 10^5 * 7^{1.4} \cong 14.96 * 10^5 [Pa]$$

Poslední neznámou stavovou veličinu v bodě 2 (tj. teplotu) lehce dopočteme ze stavové rovnice:

$$p_2 v_2 = r T_2 \rightarrow T_2 = \frac{p_2 v_2}{r}$$

$$T_2 = \frac{14.96 * 10^5 * 0.127}{287.04} \cong 661.9 [K]$$

BOD 3

Mezi stavem 2 a 3 dochází k isochorickému přívodu tepla, tj. využijeme stupeň (isochorického) zvýšení tlaku:

$$\psi = \frac{p_3}{p_2} \rightarrow p_3 = p_2 * \psi$$

$$p_3 \cong 14.96 * 10^5 * 2 = 29.92 * 10^5 [Pa]$$

Jestliže bodu 2 a 3 jsou spojeny isochorou, pak musí platit:

$$v_2 = v_3 \cong 0.127 [m^3 kg^{-1}]$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Poslední zbývající stavovou veličinu (tj. teplotu) dopočítáme ze stavové rovnice:

$$p_3 v_3 = r T_3 \rightarrow T_3 = \frac{p_3 v_3}{r}$$
$$T_3 = \frac{29.92 * 10^5 * 0.127}{287.04} \cong 1323.8 [K]$$

BOD 4

Mezi stavem 3 a 4 dochází k isobarickému přívodu tepla, tj. využijeme stupeň plnění (neboli stupeň isobarického zvýšení objemu):

$$\varphi = \frac{v_4}{v_3} \rightarrow v_4 = v_3 * \varphi$$
$$v_4 \cong 0.127 * 1.2 = 0.152 [m^3 kg^{-1}]$$

Jestliže body 3 a 4 jsou spojeny isobarou, pak musí platit:

$$p_3 = p_4 \cong 29.92 * 10^5 [Pa]$$

Poslední zbývající stavovou veličinu (tj. teplotu) dopočítáme ze stavové rovnice:

$$p_4 v_4 = r T_4 \rightarrow T_4 = \frac{p_4 v_4}{r}$$
$$T_4 = \frac{29.92 * 10^5 * 0.152}{287.04} \cong 1584.4 [K]$$



BOD 5

Jestliže body 1 a 5 jsou spojeny isochorou, pak musí platit:

$$v_1 = v_5 \cong 0.887 [m^3 kg^{-1}]$$

Dále víme, že mezi body 4 a 5 je adiabata, tzn. můžeme využít rovnici adiabaty:

$$p_4 v_4^\kappa = p_5 v_5^\kappa \rightarrow p_5 = p_4 \left(\frac{v_4}{v_5} \right)^\kappa$$
$$p_5 \cong 29.92 * 10^5 * \left(\frac{0.152}{0.887} \right)^{1.4} = 2.53 * 10^5 [Pa]$$

Poslední zbývající stavovou veličinu (tj. teplotu) dopočítáme ze stavové rovnice:

$$p_5 v_5 = r T_5 \rightarrow T_5 = \frac{p_5 v_5}{r}$$
$$T_5 = \frac{2.53 * 10^5 * 0.887}{287.04} \cong 781.8 [K]$$

Porovnáme-li nyní veličiny doplněné do tabulky na slidu 21 s úvahami, jež jsme učinili na základě p-v a T-s diagramů, pak dojdeme k závěru, že vypočtené veličiny korespondují s předpoklady.

Pozn.: Při porovnávání výsledků s grafy porovnáváme vždy jen krajní body jednotlivých změn stavu a globální maxima a minima. Vyhnete se tím špatným úvahám na základě nevhodně nakresleného diagramu. Např. vzájemná poloha bodů 2 a 5 nemusí korespondovat s vypočtenými hodnotami, což je dáno pouze ilustrativním nákresem diagramu.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

VELIKOST PŘIVEDENÉHO A ODVEDENÉHO TEPLA

Z minulého cvičení víme, že přivedené teplo je reprezentováno plochou pod křivkou v entropickém T-s diagramu, přičemž děj je charakterizován růstem entropie. Dále víme, že i odvedené teplo je reprezentováno plochou pod křivkou v entropickém T-s diagramu, ale děj je charakterizován poklesem entropie.

Množství přivedeného tepla:

...bude reprezentováno velikostí přivedeného tepla při isochorické a isobarické změně, tj.:

A) pro isochorickou změnu stavu platí:

$$dq \Big|_{v=\text{konst.}} = du + da = du + pdv \Big|_{v=\text{konst.}} = du = c_v dT \rightarrow q_{23} = c_v(T_3 - T_2) = \frac{r}{\kappa - 1}(T_3 - T_2)$$
$$q_{23} = \frac{287.04}{1.4 - 1}(1323.8 - 661.9) \cong 475 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$

B) pro isobarickou změnu stavu platí:

$$dq \Big|_{p=\text{konst.}} = dh + da_t = dh - vdp \Big|_{p=\text{konst.}} = dh = c_p dT \rightarrow q_{34} = c_p(T_4 - T_3) = \frac{\kappa r}{\kappa - 1}(T_4 - T_3)$$
$$q_{34} = \frac{1.4 * 287.04}{1.4 - 1}(1584.4 - 1323.8) \cong 262 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$

Celkové přivedené teplo je tedy:

$$q_{24} = q_{23} + q_{34} = 475 + 262 = 737 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

Množství odvedeného tepla:

...bude reprezentováno velikostí odvedeného tepla při isochorické změně, tj.:

$$dq \Big|_{v=\text{konst.}} = du + da = du + p dv \Big|_{v=\text{konst.}} = du = c_v dT \rightarrow q_{51} = c_v(T_1 - T_5) = \frac{r}{\kappa - 1}(T_1 - T_5)$$

$$q_{51} = \frac{287.04}{1.4 - 1}(303.15 - 781.8) \cong -343.5 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$

PRÁCE CYKLU

Dalším bodem výpočtu je práce cyklu. Využijeme předchozích znalostí, že práce cyklu je reprezentována plochou, která je ohraničená křivkami cyklu. Máme tedy několik možností jak se k této ploše dopracovat:

- a) Výpočtem přes technickou práci (p-V diagram)
- b) Výpočtem přes absolutní práci (p-V diagram)
- c) Výpočtem přes rozdíl přivedeného a odvedeného tepla (T-s diagram)

Jelikož jsme již vypočítali přivedené i odvedené teplo, vypočítáme práci cyklu dle bodu C). Postup výpočtu dle bodů A) či B) je obecně naznačen na slidu 5.

$$a_c = q_p - |q_o| = q_{24} - |q_{51}| = 737 - |-343.5| = 393.5 \text{ [kJ kg}^{-1}\text{]}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



TEPELNÁ ÚČINNOST

Rovnice pro výpočet tepelné účinnosti cyklu je následující:

$$\eta_t = \frac{a_c}{q_p} = \frac{q_p - |q_o|}{q_p} = 1 - \frac{|q_o|}{q_p}$$
$$\eta_t = 1 - \frac{|-343.5|}{737} = 0.53 \rightarrow \eta_t = 53 \text{ [\%]}$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

DĚKUJI ZA POZORNOST



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MŠMT
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY