

Stacionární a nestacionární magnetické pole-příklady

Modelování multifyzikálních problémů

Katedra elektrotechniky a počítačového modelování
Fakulta elektrotechnická
Západočeská univerzita v Plzni

26. května 2021



**FACULTY OF ELECTRICAL
ENGINEERING**
UNIVERSITY
OF WEST BOHEMIA

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole (analytické řešení)

- Pásové vedení (Poissonova rovnice v kartézském systému)
- Síla působící na vodiče solenoidu
- Síla působící na kotvu elektromagnetu

Praktické příklady z magnetostatiky

- Permanentní magnet
- Čtyřpólová čočka
- Mapování geomagnetického pole
- Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole

Pásové vedení (Poissonova rovnice v kartézském systému)

Uvažujme dva vodiče nekonečné délky a výšky, viz obr. Magnetický vektorový potenciál lze popsat Poissonovou rovnicí

$$\Delta \mathbf{A} = -\mu \mathbf{J}_z.$$

Jednorozměrný tvar této rovnice v kartézském systému souřadnic lze zapsat jako

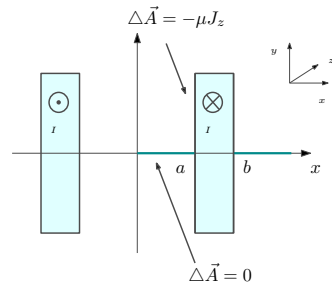
$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} = -\mu J_z.$$

Rovnici zintegrujeme

$$\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\mu J_z x + k_{11}.$$

Po opětovné integraci obdržíme obecné řešení pro magnetický vektorový potenciál

$$A_z(x) = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + k_{11}x + k_{12}.$$



Principiální schéma uspořádání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole

Výsledné řešení potenciálu je řešením ve dvou podoblastech, kdy pro první z nich lze psát

$$A_{z_1}(x) = k_{11}x + k_{12}$$

a pro druhou

$$A_{z_2}(x) = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + k_{21}x + k_{22}.$$

Potenciál v počátku souřadnic normujeme

$$A_{z_1}(0) = 0,$$

potom obdržíme integrační konstantu k_{11}

$$0 = k_{11} \cdot 0 + k_{12} \quad \Rightarrow \quad k_{12} = 0.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Integrační konstanty k_{11} , k_{21} , k_{22} lze získat z okrajových podmínek a podmínek na rozhraní.

$$A_{z_1}(a) = A_{z_2}(a)$$

a

$$\frac{\partial A_{z_1}(a)}{\partial x} = \frac{\partial A_{z_2}(a)}{\partial x}.$$

Z rovnice získáme

$$k_{11} = -\mu J_a + k_{21}.$$

Po dosazení k_{11} pak obdržíme konstantu k_{22}

$$k_{22} = -\mu J_z \frac{a^2}{2}.$$

V blízkém okolí vedení předpokládejme $B_y = 0$, potom zbylé konstanty určíme z okrajové podmínky

$$B_y(b) = \frac{\partial A_{z_2}(b)}{\partial x} = 0.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole

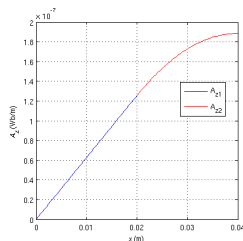
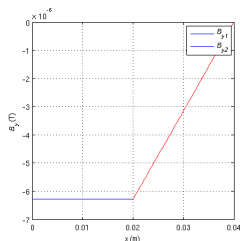
Vyjádříme řešení pro k_{21} a následně získáme k_{11}

$$k_{21} = \mu J_z b \rightarrow k_{11} = \mu J_z (b - a).$$

Výsledné řešení lze zapsat ve tvaru

$$A_{z1} = \mu J_z (b - a)x$$

$$A_{z2} = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + \mu J_z b \cdot x - \mu J_z \frac{a^2}{2}.$$



Závislost magnetické indukce a magnetického vektorového potenciálu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole

Solenoid - síla

Uvažujme solenoid s vinutím o N závitů, protékaného proudem I . Pro určení síly působící na vinutí solenoidu budeme vycházet z Ampérova zákona

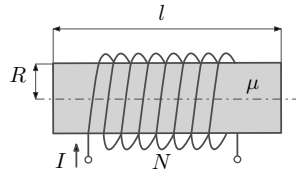
$$NI = \oint_l \mathbf{H} \, dl.$$

Pokud budeme uvažovat homogenní magnetické pole jen v jádře, lze tuto rovnici zjednodušit:

$$NI = Hl \quad \rightarrow \quad H = \frac{NI}{l}.$$

Po dosazení vztahu pro intenzitu magnetického pole do vztahu pro hustotu energie magnetického pole získáme

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{\mu(NI)^2}{2l^2}.$$



Principiální schéma uspořádání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Integrací hustoty přes objem jádra obdržíme vztah pro energii magnetického pole

$$W_m = \int_V w_m dV = \frac{\mu(NI)^2}{2l^2} \cdot \pi R^2 l = \frac{\mu\pi R^2}{2l} (NI)^2.$$

Sílu v axiálním směru určíme jako parciální derivaci získané energie podle rozměru l (závity se budou přitahovat):

$$F_z = \frac{\partial W_m}{\partial l} = -\frac{\mu\pi R^2}{2l^2} (NI)^2,$$

obdobně sílu v radiálním směru (závity se budou odpuzovat)

$$F_r = \frac{\partial W_m}{\partial R} = \frac{\mu\pi R}{l} (NI)^2.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Elektromagnet - síla

Uvažujme elektromagnet s jádrem a kotvou vzdálenou δ , jejichž permeabilita $\mu_r \rightarrow \infty$ a průřez S je konstantní. Pro určení síly působící na kotvu elektromagnetu lze opět vycházet z Ampérova zákona

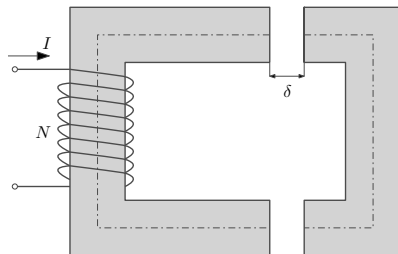
$$NI = \oint_l \mathbf{H} \, dl.$$

Tuto rovnici lze opět zjednodušit

$$NI = Hl \rightarrow H = \frac{NI}{l}.$$

Vzhledem k tomu, že síla působící na kotvu elektromagnetu závisí na vzduchové mezeře, lze předpokládat $l \approx 2\delta$, potom obdržíme

$$H = \frac{NI}{2\delta}.$$



Principiální schéma uspořádání



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Typické příklady z magnetického pole

Hustota energie magnetického pole je

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{\mu_0(NI)^2}{8\delta^2}.$$

Potom opět integrací hustoty přes objem jádra získáme vztah pro energii magnetického pole

$$W_m = \int_V w_m dV = \frac{\mu_0(NI)^2}{8\delta^2} S\delta = \frac{\mu_0(NI)^2}{8\delta} S,$$

sílu získáme jako parciální derivaci energie podle vzdálenosti kotvy

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial \delta} = -\frac{\mu_0(NI)^2}{8\delta^2} S.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Permanentní magnet

Jednoduchý model magnetického obvodu s permanentním magnetem je zobrazen na obrázku. Zdrojem magnetostatického pole je dvojice permanentních magnetů s opačnou orientací.

Magnetické pole je popsáno rovnicí ve tvaru

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{B}_r) = \mathbf{J}$$

doplněnou o okrajové podmínky. Celé okolí tvoří siločára s konstantní (v tomto případě nulovou) hodnotou magnetického vektorového potenciálu

$$\mathbf{A} = \mathbf{0}.$$

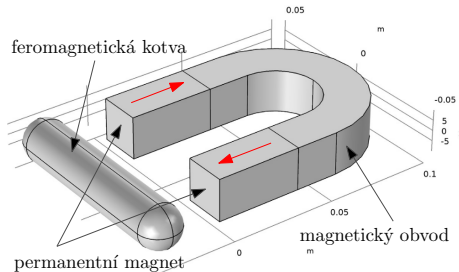


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



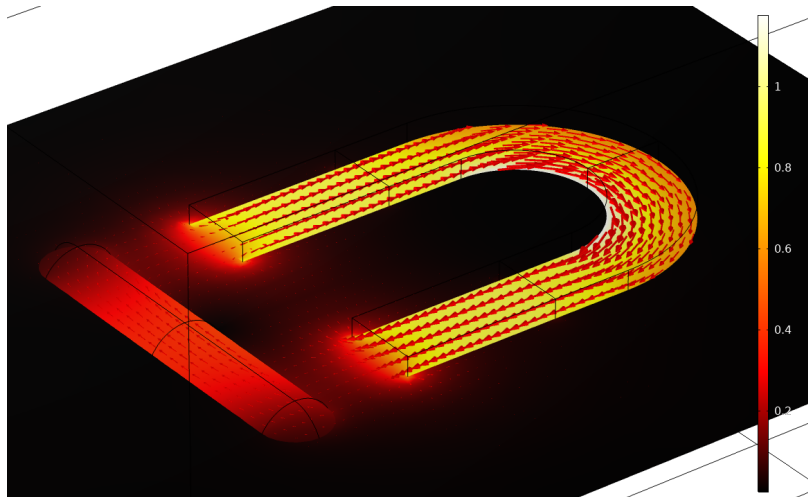
Permanentní magnety jsou definovány s využitím vektoru magnetizace

$$\mathbf{B} = \mu(\mathbf{H} + \mathbf{M}),$$

kde $M_x = 750 \text{ kA/m}$.

Magnetické pole-příklady

Permanentní magnet



Rozložení magnetické indukce



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

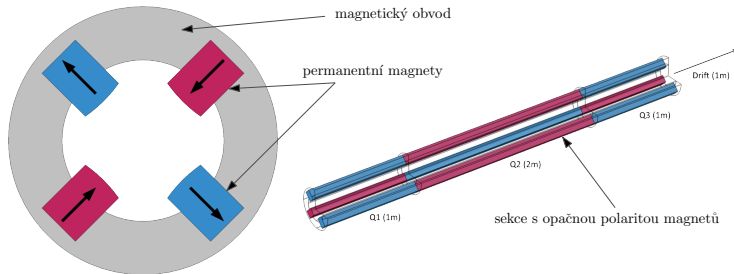


Čtyřpólová čočka

Stejně jako optická čočka umožňuje magnetická čočka zaostřit paprsek do určitého bodu. Tento typ čoček lze nalézt například u urychlovačů částic ve výzkumných centrech jako CERN. Magnetické pole je popsáno rovnicí pro skalární magnetický potenciál φ_m ve tvaru

$$-\operatorname{div} \mu_0 (\operatorname{grad} \varphi_m - \mathbf{M}) = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky.



Vzhledem k rychlostem, které se blíží rychlosti světla, je třeba do modelu zanést relativistickou korekci hmotnosti ve tvaru

$$m_p = \frac{m_r}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kde m_r je klidová hmotnost elektronu, v je rychlost pohybu částice a c je rychlost světla.

Pohyb částic je popsán Newtonovými pohybovými zákony ve tvaru

$$\frac{d(m_r \mathbf{v})}{dt} = \mathbf{F}_L = Q(\mathbf{v} \times \mathbf{B})$$

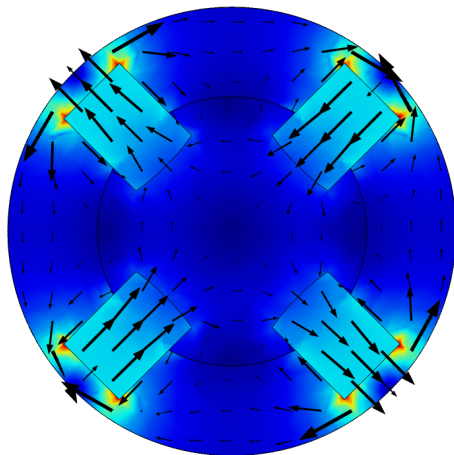
a

$$\frac{ds}{dt} = v,$$

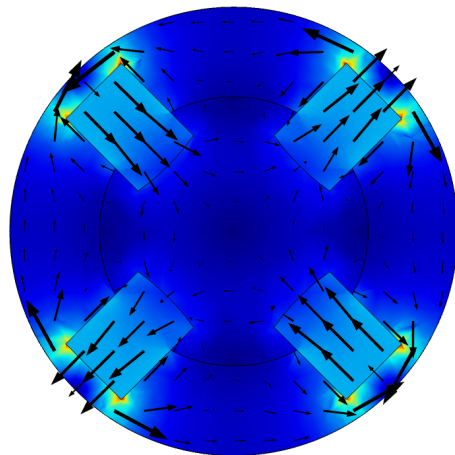
kde $\mathbf{F}_L$ je Lorentzova síla. Q je náboj částice a $\mathbf{B}$ magnetická indukce.

Magnetické pole-příklady

Čtyřpólová čočka



Rozložení magnetické indukce pro $x = 0.2$ m (1. sekce)



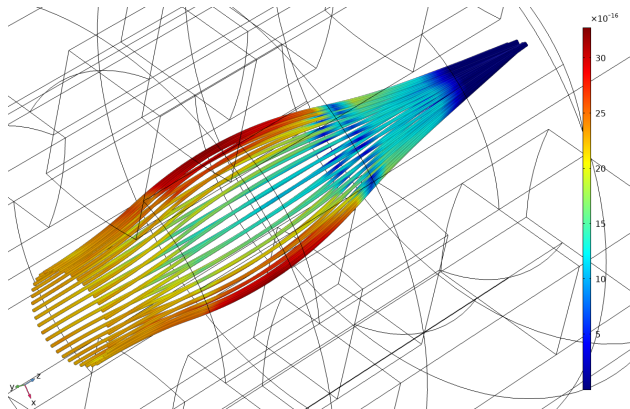
Rozložení magnetické indukce pro $x = 2.0$ m (2. sekce)



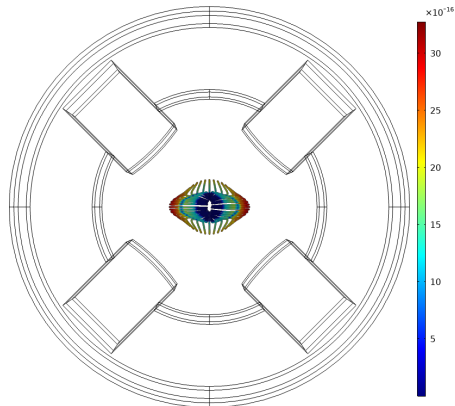
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Trajektorie nabitých částic ve 3D



Trajektorie nabitých částic v rovině xy



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru

Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru

Magnetický obvod s permanentními magnety v Halbachově uspořádání se nachází v celé řadě točivých strojů. Jeho výhodou je jednoduchá konstrukce pouze s minimálním magnetickým obvodem.

Magnetické pole je popsáno rovnicí ve tvaru

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} (\operatorname{rot} \mathbf{A} - \mathbf{B}_r) = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky. Magnetický obvod je symetrický vzhledem k jednomu pólu a okrajovou podmínku tvoří siločára s konstantní (v tomto případě nulovou) hodnotou magnetického vektorového potenciálu

$$\mathbf{A} = 0.$$

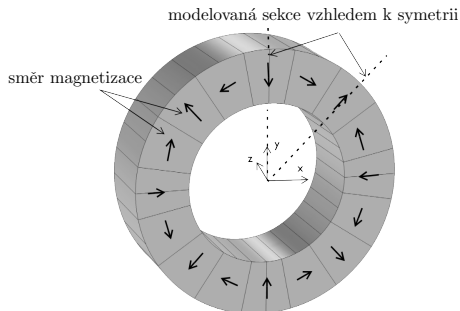


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



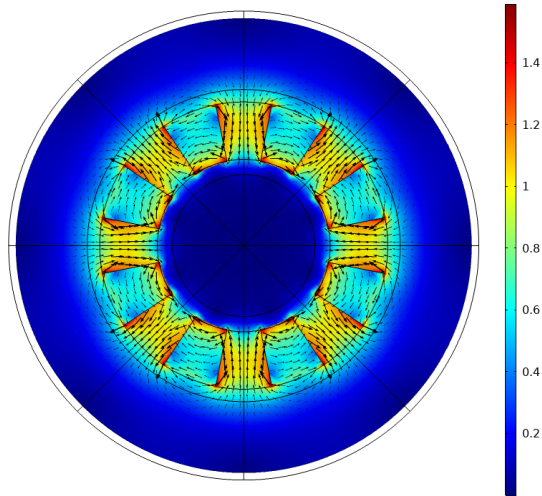
Permanentní magnety jsou definovány s využitím remanentní indukce

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} + \mathbf{B}_r,$$

kde μ_r je 1.05 a B_r je 1.41 T.

Magnetické pole-příklady

Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru



Rozložení magnetického pole a jeho vektorů ve středu motoru

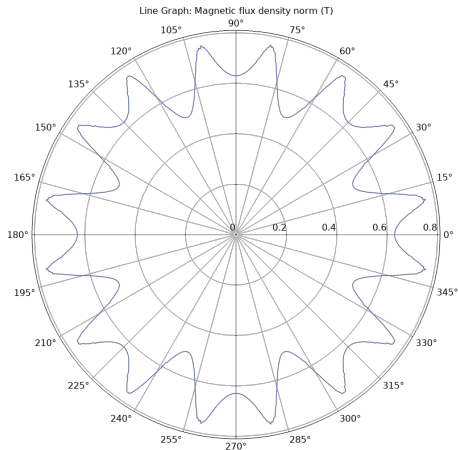


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Magnetické pole-příklady

Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru



Průběh magnetické indukce ve středu vzduchové mezery (úměrný reluktančnímu momentu)



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Mapování geomagnetického pole

Mapování magnetického pole lze s výhodou využít při hledání rud s magnetickými vlastnostmi jako je například magnetit nebo hematit. Tyto horniny vykazují magnetické vlastnosti a generují vlastní remanentní magnetické pole ($\mu_r = 650$, $M_r = 5000 \text{ A/m}$), které může být velmi dobře detekováno. Toto pole je superponováno na vlastní magnetické pole Země

$$H_{\text{ext},x} = H_{\text{ext}} \cdot \cos(\phi_{\text{inklinace}}) \cdot \sin(\phi_{\text{deklinace}}),$$

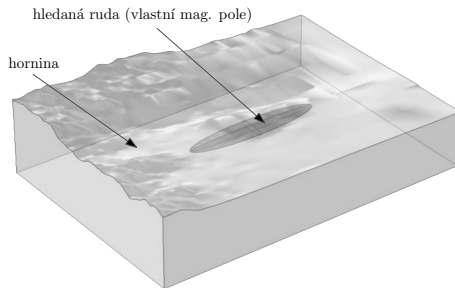
$$H_{\text{ext},y} = H_{\text{ext}} \cdot \cos(\phi_{\text{inklinace}}) \cdot \cos(\phi_{\text{deklinace}}),$$

$$H_{\text{ext},z} = -H_{\text{ext}} \cdot \sin(\phi_{\text{inklinace}}).$$

Magnetické pole je popsáno rovnicí pro skalární magnetický potenciál φ_m ve tvaru

$$-\text{div} (\mu \cdot \text{grad } \varphi_m - \mathbf{B}_r + \mu \mathbf{H}_{\text{ext}}) = 0$$

doplňenou o okrajové podmínky $\mathbf{A} = \mathbf{0}$. Veličina $\mathbf{H}_{\text{ext}}$ představuje magnetické pole Země, $\mathbf{B}_r$ je remanentní pole hledané rudy.



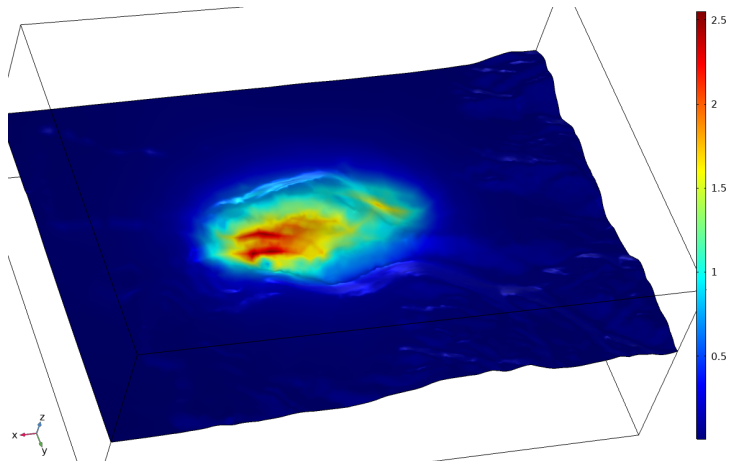
Místo se nachází v Kalifornii a průměrná povrchová hodnota magnetického pole Země ($H_{\text{ext}} = \mu_0 H_{\text{ext}}$) v této oblasti je $48.163 \mu\text{T}$.



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Mapování geomagnetického pole



Rozložení magnetického pole



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

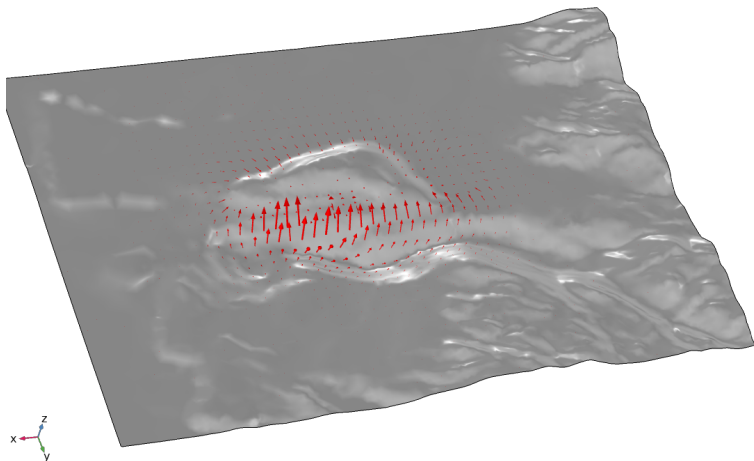


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Mapování geomagnetického pole



Vektory magnetického pole



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

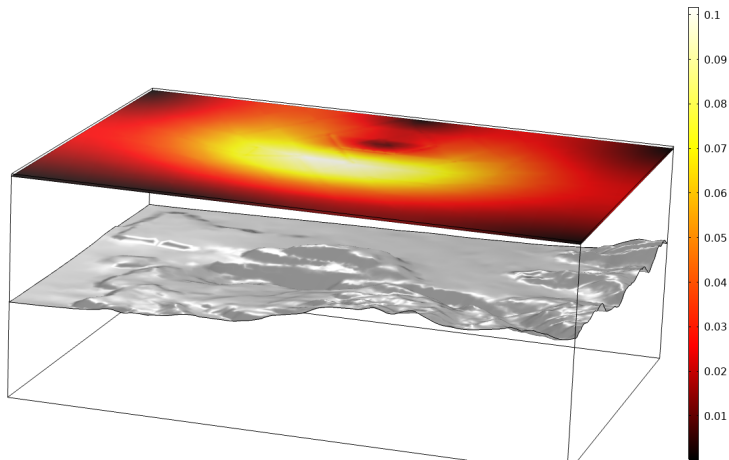


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole-příklady

Mapování geomagnetického pole



Rozložení magnetického pole ve výšce 1400 m nad povrchem



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Typické příklady z nestacionárního magnetického pole

Praktické příklady z nestacionárního magnetického pole

- Třepací baterka
- Ztráty v 3f transformátoru
- Magnetická brzda



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Třepací baterka

Jednou z aplikací využívající pohybovou složku indukovaného napětí je třepací baterka. Zde se využívá pohybu permanentního magnetu v mnohozávitovém solenoidu. Napětí indukované dle vztahu

$$u_{i,p} = \oint_c (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l},$$

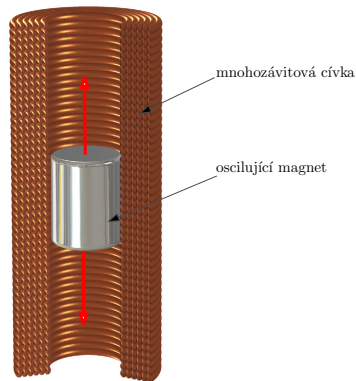
dobíjí baterie svítilny.

Z hlediska numerického modelu je zde nezanedbatelná vzdálenost posunu magnetu, a tak je v modelu využita pohyblivá a posuvná síť.

Permanentní magnet je tentokrát definován s využitím remanentní indukce

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} + \mathbf{B}_r,$$

kde $B_r = 1.2 \text{ T}$.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

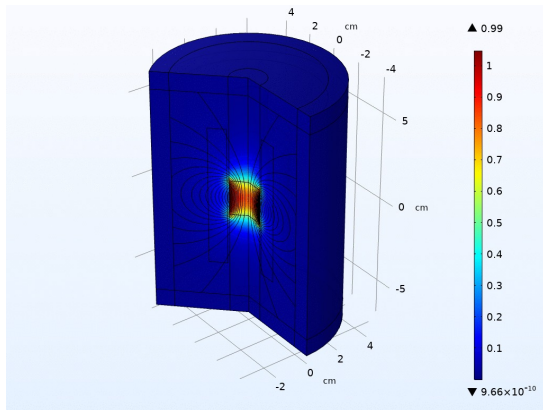


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

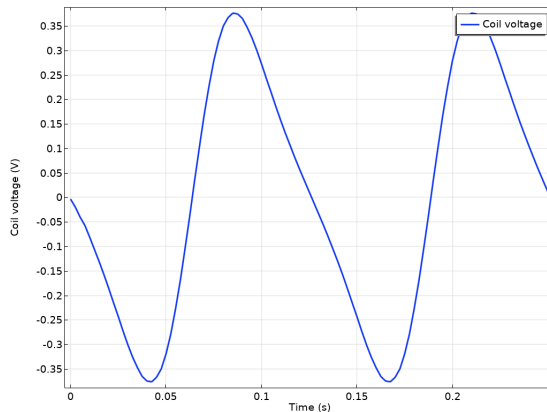
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Třepací baterka



Průběh oscilace magnetu a magnetického pole



Časový průběh indukovaného napětí při oscilujícím pohybu magnetu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Rozložení ztrát v transformátoru

je jedním z klíčových parametrů pro správný design stroje, minimalizaci nákladů a efektivní provoz.

Je řešen 3f transformátor 400 kVA – 15 kV/400 V v zapojení Y-Δ, primární cívky jsou ve dvou sekcích o 693 závitů, sekundární také dvě s 32 závitů (jeden závit je složen ze 4 paralelních vodičů).

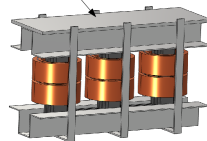
Výpočet ztrát pomocí numerického modelu je porovnán s empirickým odhadem (hysterezní ztráty + ztráty vířivými proudy) a výpočtem dle Steinmetzovy rovnice

$$P = k \cdot f^a \cdot B^b,$$

kde $k = 100$, $a = 1$ a $b = 1.6$ jsou Steinmetzovy koeficienty.

Je řešena varianta naprázdno i nakrátko.

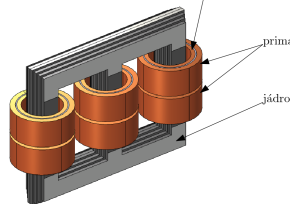
nosná a pevnostní konstrukce



sekundární vinutí

primární vinutí

jádro



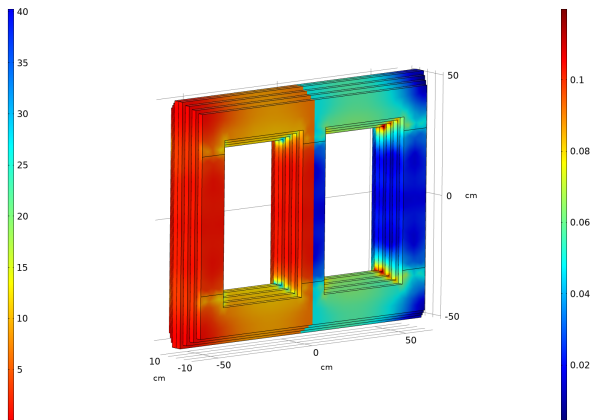
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Ztráty v 3f transformátoru



Rozložení ztrát (levá část) a magnetické indukce (pravá část) v jádře pro transformátor naprázdno

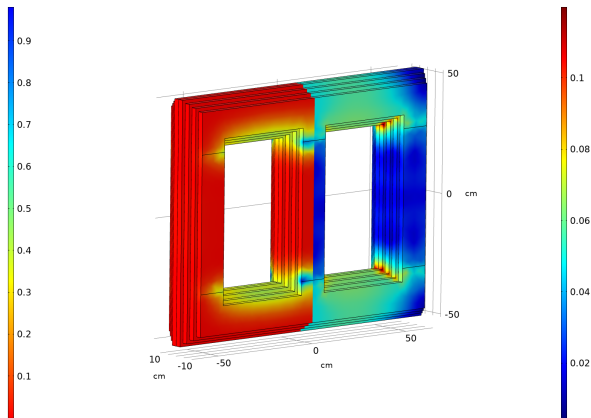


EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Rozložení ztrát (levá část) a magnetické indukce (pravá část) v jádře pro transformátor nakrátko



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

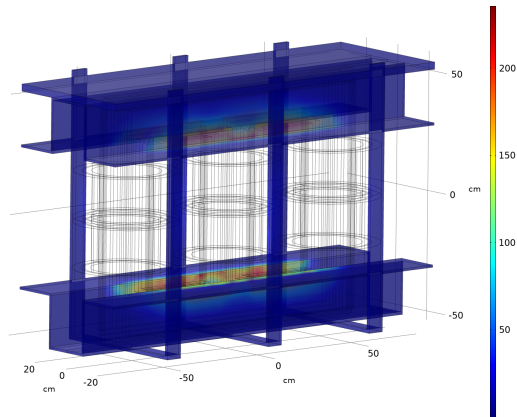


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Ztráty v 3f transformátoru



Rozložení ztrát na nosné konstrukci pro transformátor nakrátko



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

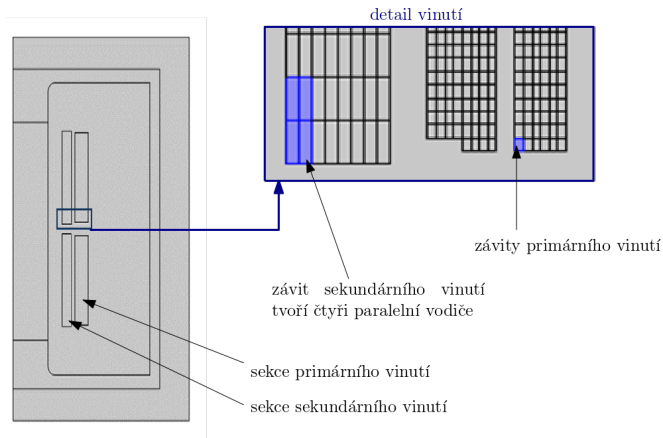
Ztráty v 3f transformátoru

Ze stávajícího 3D modelu lze vytvořit osově symetrický 2D model pro potřeby detailní analýzy vinutí.

Ve 3D modelu je vinutí modelováno jako jeden kus, pro detailní analýzu vlivu frekvence a chování z hlediska mechanických vlastností lze ve 2D modelu vinutí přiblížit realitě a řešit jako jednotlivé závit vinutí.

2D model je řešen jen pro jednu fázi jde o studii srovnávající chování v závislosti na frekvenci, nikoli celkovou hodnotu a rozložení ztrát.

Takovéto zjednodušení a dílčí analýza problému je častá a velmi přínosná.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

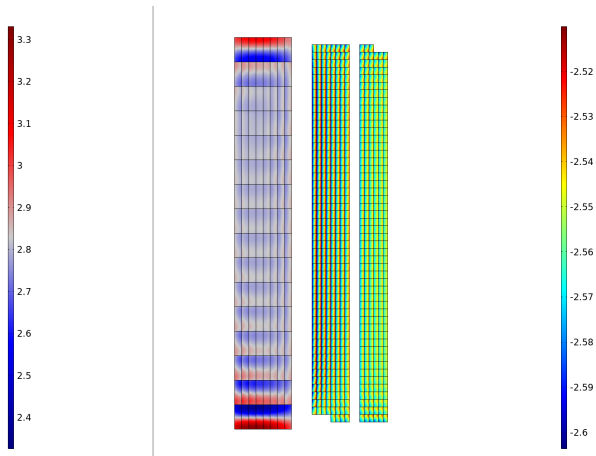


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Ztráty v 3f transformátoru



Rozložení proudové hustoty v primárním (vpravo) a sekundárním (vlevo) vinutí při $f = 50$ Hz



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

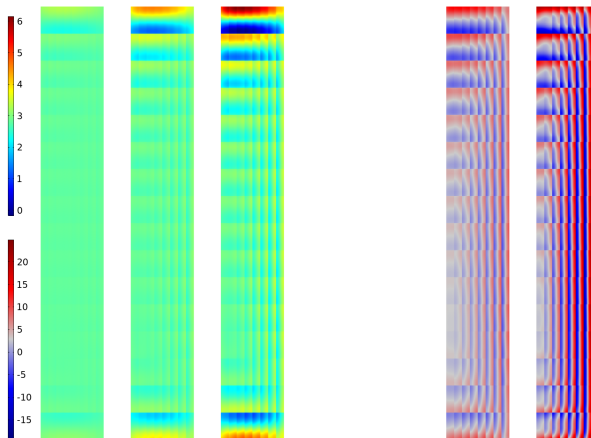


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Ztráty v 3f transformátoru



Rozložení proudové hustoty v sekundárním vinutí pro frekvence (zleva) 50 Hz, 100 Hz, 150 Hz, 500 Hz a 1000 Hz



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

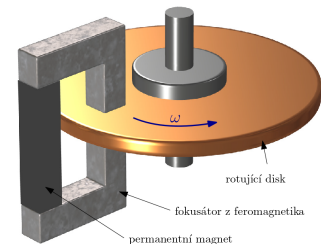


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetická brzda

je zařízení využívající napětí indukované ve vodivém prostředí ke zpomalení pohybu. V nejjednodušším uspořádání jde o vodivý disk rotující ve stacionárním magnetickém poli generovaném permanentním magnetem.



Indukovaný točivý moment zpomaluje disk, což je popsáno běžnou diferenciální rovnicí (ODE) pro úhlovou rychlost

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{T_z}{M},$$

kde T_z z-ová je složka vektoru točivého momentu

$$\mathbf{T} = \int_{\text{disc}} \mathbf{r} \times (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) dV$$

a moment setrvačnosti M pro disk s poloměrem r a jednotkovou tloušťkou se rovná

$$M = m \frac{r^2}{2} = \frac{\rho \pi r^4}{2}.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

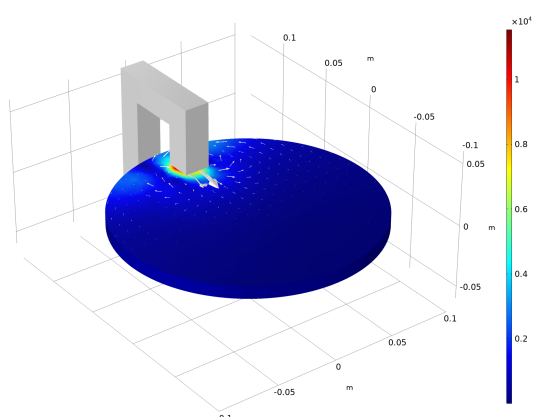


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

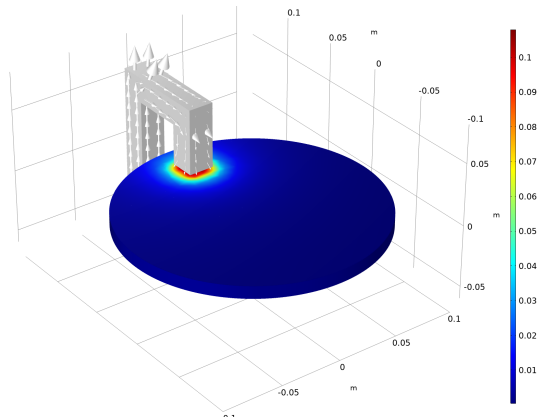
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Magnetická brzda



Rozložení indukovaných proudů v disku



Ukázka magnetické indukce



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

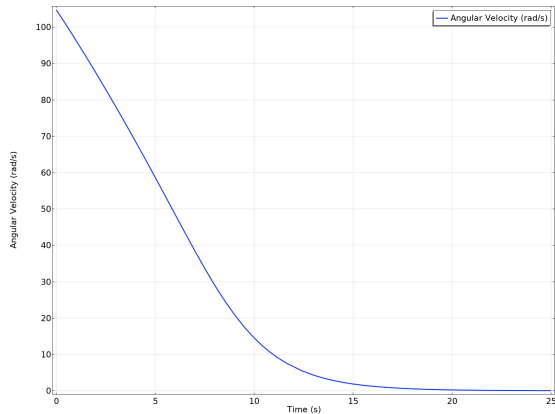


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

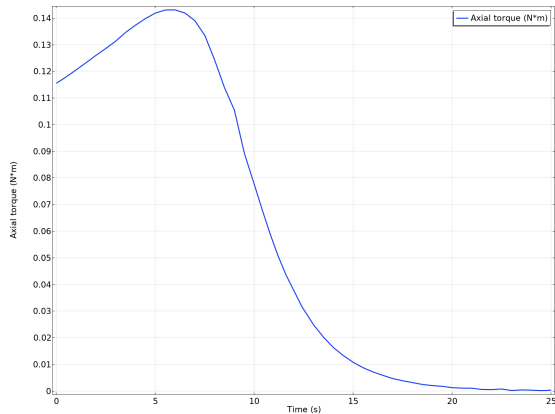
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Nestacionární elektromagnetické pole - příklady

Magnetická brzda



Změna rychlosti v čase



Vývoj točivého momentu v čase



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Děkuji za pozornost

Katedra elektrotechniky a počítačového modelování
Elektrotechnická fakulta
Západočeská univerzita v Plzni