

Electrostatics and stationary current fields-examples

Modeling of multiphysics problems

Department of electrical engineering and computer modeling
Faculty of electrical engineering
University of West Bohemia in Pilsen

31. května 2021

1 Typické příklady z elektrostatického pole

- Deskový kondenzátor (Laplaceova rovnice v kartézském systému)
- Válcový kondenzátor - dvě vrstvy (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)
- Válcový kondenzátor - dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)
- Deskový kondenzátor - síla

2 Praktické příklady z elektrostatiky

- Vysokonapěťový izolátor
- Einzelova čočka
- Laditelný MEMS kondenzátor
- Příklady z elektrického proudového pole
- Planární cívka na desce plošného spoje
- Lamelová přípojnice

Typické příklady z elektrostatického pole

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor (Laplaceova rovnice v kartézském systému)

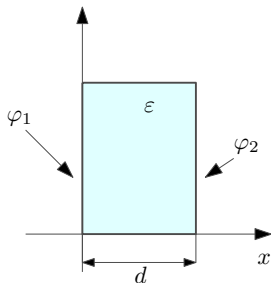
Uvažujme rozložení elektrického potenciálu deskového kondenzátoru s napětím $U = \varphi_2 - \varphi_1$ mezi elektrodami a jejich vzdáleností d .

Rozložení potenciálu v okolí nekonečně dlouhého ideálního kondenzátoru je popsáno Poissonovou rovnicí ve tvaru

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon},$$

pokud uvažujeme nulovou objemovou hustotu náboje, lze ji přepsat do tvaru Laplaceovy rovnice

$$\Delta\varphi = 0.$$



Principiální schéma uspořádání

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor (Laplaceova rovnice v kartézském systému)

V 1D uspořádání lze vyjádřit Laplaceovu rovnici ve tvaru

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} = 0 .$$

Po integraci obdržíme

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = k_1 .$$

Rovnici znovu zintegrujeme a obdržíme obecné řešení

$$\varphi = k_1 x + k_2 .$$

Integrační konstanty k_1 a k_2 se získají z okrajových podmínek. Potom obdržíme soustavu rovnic

$$\varphi(0) = k_1 \cdot 0 + k_2 = \varphi_1$$

$$\varphi(d) = k_1 \cdot d + k_2 = \varphi_2 .$$

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor (Laplaceova rovnice v kartézském systému)

Po vyjádření obdržíme

$$k_1 = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} \quad k_2 = \varphi_1.$$

Výsledné řešení lze zapsat ve tvaru

$$\varphi(x) = \frac{\varphi_2 - \varphi_1}{d} x + \varphi_1.$$



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)

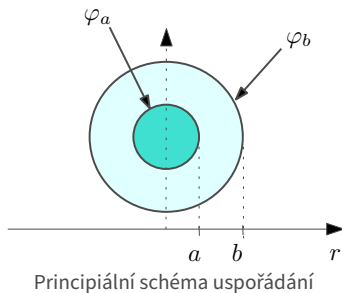
Uvažujme rozložení elektrického potenciálu válcového kondenzátoru o poloměrech a a b se známou hodnotou potenciálu na vnitřní a vnější elektrodě.

Rozložení potenciálu v okolí nekonečně dlouhého ideálního kondenzátoru je popsáno Poissonovou rovnicí ve tvaru

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}.$$

Potenciál je skalární pole, které obecně závisí na prostorových souřadnicích

$$\varphi = \varphi(r, \theta, z).$$



Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)

Předpokládejme, že hodnota potenciálu závisí pouze na souřadnici r (uvažujeme nekonečně dlouhý válec) a v prostoru mezi elektrodami se nenachází žádné náboje. Potom lze vycházet z Laplaceovy rovnice

$$\Delta\varphi = 0.$$

Jednorozměrnou rovnici v radiálním směru pak lze zapsat ve tvaru

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0.$$

V případě, že $r \neq 0$, platí

$$\frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = 0.$$

Rovnici zintegrujeme

$$r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = k_1$$

a upravíme

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = \frac{k_1}{r}.$$

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)

Po následné integraci obdržíme obecné řešení pro potenciál

$$\varphi = k_1 \ln r + k_2.$$

Integrační konstanty k_1 a k_2 se získají z okrajových podmínek. Potom obdržíme soustavu rovnic

$$\varphi(a) = k_1 \ln a + k_2 = \varphi_a$$

$$\varphi(b) = k_1 \ln b + k_2 = \varphi_b.$$

Po vyjádření obdržíme

$$k_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} \quad k_2 = \frac{\varphi_a \ln b - \varphi_b \ln a}{\ln \frac{b}{a}}.$$

Výsledné řešení potenciálu lze zapsat ve tvaru

$$\varphi(r) = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} \ln r + \frac{\varphi_a \ln b - \varphi_b \ln a}{\ln \frac{b}{a}}.$$

V případě uzemnění vnější elektrody $\varphi_b = 0$, by potom napětí mezi elektrodami bylo $U = \varphi_a - \varphi_b = \varphi_a$ a výsledný vztah by se zjednodušil

$$\varphi(r) = U_0 \frac{\ln \frac{b}{r}}{\ln \frac{b}{a}}.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



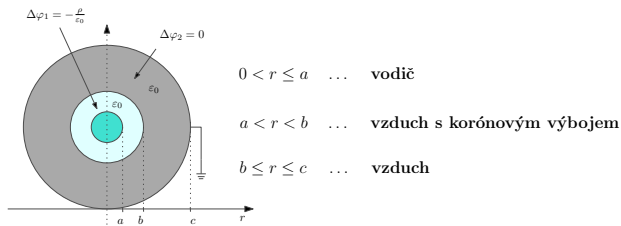
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor – dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)

Uvažujme nekonečně dlouhý svazkový vodič kruhového průřezu s ekvivalentním poloměrem a umístěný ve vzduchu v dostatečně vzdálenosti nad zemí. Je zadáno napětí vodiče proti zemi U a vyznačené poloměry a, b, c . Na vodičích tohoto typu dochází často ke vzniku korónového výboje. Výboj o objemové hustotě náboje ρ byl uvažován mezi poloměry a a b .



Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)

Rozložení potenciálu v okolí nekonečně dlouhého vodiče je popsáno Poissonovou rovnicí ve tvaru

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon}.$$

Jednorozměrné obecné řešení této rovnice v radiálním směru lze zapsat jako

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\rho}{\varepsilon}.$$

Rovnici zintegrujeme

$$r \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{r^2}{2} + k_1.$$

Upravíme

$$\frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\frac{\rho}{\varepsilon} \frac{r}{2} + \frac{k_1}{r}.$$



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)

Po integraci získáme obecné řešení pro potenciál

$$\varphi = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon} + k_1 \ln r + k_2 ,$$

kde k_1 a k_2 jsou konstanty. Výsledné řešení potenciálu je řešením ve dvou podoblastech, kdy pro první z nich lze psát

$$\varphi_1 = -\frac{\rho r^2}{4\varepsilon_0} + k_{11} \ln r + k_{12}$$

a pro druhou platí

$$\varphi_2 = k_{21} \ln r + k_{22} .$$

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)

Intenzitu elektrického pole lze v jednotlivých prostředích vyjádřit vztahy

$$E_{r,1} = \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} = -\frac{\rho r}{2\varepsilon_0} + \frac{k_{11}}{r}$$

a

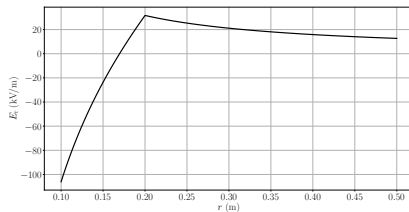
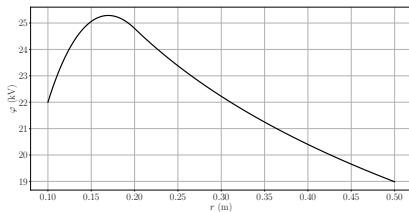
$$E_{r,2} = \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} = \frac{k_{21}}{r}.$$

Integrační konstanty k_{11} , k_{12} , k_{21} a k_{22} se získají z okrajové podmínky, podmínky spojitosti potenciálu a podmínky na rozhraní. Po dosazení získáme soustavu rovnic ve tvaru

$$\begin{bmatrix} \ln a & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ln c & 1 \\ -\ln b & -1 & \ln b & 1 \\ -\frac{1}{b} & 0 & \frac{1}{b} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{11} \\ k_{12} \\ k_{21} \\ k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} U + \frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0} \\ 0 \\ \frac{\rho b^2}{4\varepsilon_0} \\ \frac{\rho b}{2\varepsilon_0} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Typické příklady z elektrostatického pole

Válcový kondenzátor - dvě vrstvy s korunou (Poissonova rovnice ve válcovém systému)



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Potenciál (vlevo) a intenzita elektrického pole (vpravo) v okolí nekonečně dlouhého vodiče.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor - síla

Určete sílu F_x , která působí na elektrody deskového kondenzátoru o rozměrech d , S a permitivitě ϵ a uvažujte:

- a) Konstantní náboj elektrod Q .
- b) Konstantní napětí mezi elektrodami U .

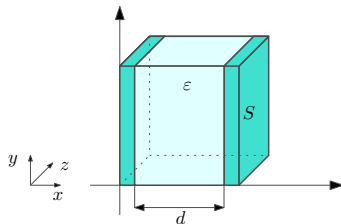
a) Konstantní náboj elektrod Q :

Pro první případ vyjdeme z Gaussova zákona:

$$Q = \oint_S \mathbf{D} \, d\mathbf{S}.$$

Intenzitu elektrického pole lze vyjádřit jako

$$E_x = \frac{Q}{\epsilon S}.$$



Principiální schéma uspořádání

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor - síla

Hustotu elektrické energie potom určíme jako

$$w_e = \frac{1}{2}DE = \frac{Q^2}{2\epsilon S^2},$$

potom energie elektrického pole bude integrací hustoty w_e přes objem dielektrika:

$$W_e = \int_V w_e dV = \frac{Q^2}{2\epsilon S^2} \cdot Sd = \frac{Q^2 d}{2\epsilon S}.$$

Síla působící na elektrody je parciální derivací této energie na základě jejího směru. V tomto případě je směr reprezentován rozměrem d . Jelikož máme konstantní náboj Q , přísluší derivaci znaménko $(-)$.

$$F_x = -\frac{\partial W_e}{\partial d} = -\frac{Q^2}{2\epsilon S}.$$



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor - síla

b) Konstantní napětí mezi elektrodami U :

Vyjdeme ze vztahu pro intenzitu elektrického pole. Z definičního vztahu pro napětí a následné integraci získáme

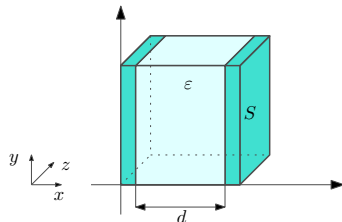
$$U = \int_0^d E_x dx = \int_0^d \frac{Q}{\varepsilon S} dx = \frac{Qd}{\varepsilon S}$$

Po dosazení za náboj Q dostaneme intenzitu elektrického pole jako

$$E_x = \frac{U}{d}.$$

Hustota elektrické energie bude

$$w_e = \frac{1}{2} DE = \frac{\varepsilon U^2}{2d^2}.$$



Principiální schéma uspořádání

Typické příklady z elektrostatického pole

Deskový kondenzátor - síla

Energie elektrického pole je opět integrací hustoty w_e přes objem dielektrika:

$$W_e = \int_V w_e dV = \frac{\varepsilon U^2}{2d^2} \cdot Sd = \frac{\varepsilon U^2 S}{2d}.$$

Síla působící na elektrody bude opět parciální derivací energie podle vzdálenosti elektrod d , pro konstantní napětí volíme nyní znaménko (+).

$$F_x = \frac{\partial W_e}{\partial d} = -\frac{\varepsilon U^2 S}{2d^2}.$$



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Praktické příklady z elektrostatiky

Vysokonapěťový izolátor

Izolátory jsou využívány k mechanickému uchycení a elektrickému oddělení vodičů vysokého napětí ke stožáru. Typický izolátor je většinou vyroben ze skla, porcelánu nebo kompozitního polymeru. Před vlivy počasí je chráněn silikonem.

Elektrické pole v jeho okolí není rozloženo rovnoměrně a může vést ke vzniku koróny a přepětí. Rovnoměrného rozložení lze dosáhnout symetrizačními kruhy. Elektrické pole je

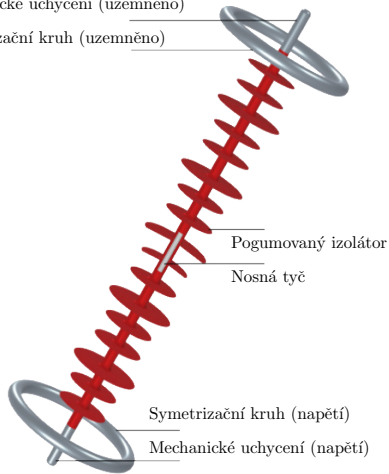
popsáno Laplaceovou rovnicí ve tvaru

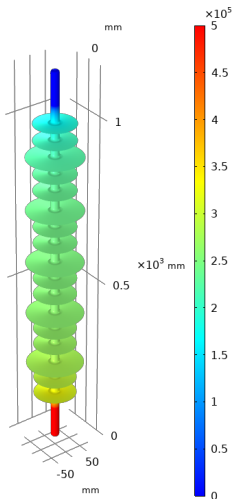
$$\operatorname{div} \epsilon \operatorname{grad} \varphi = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky. Horní část je uzemněna a spodní na potenciálu 110 kV.

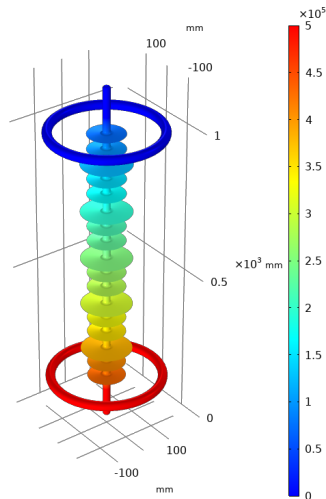
Mechanické uchycení (uzemněno)

Symetrizační kruh (uzemněno)

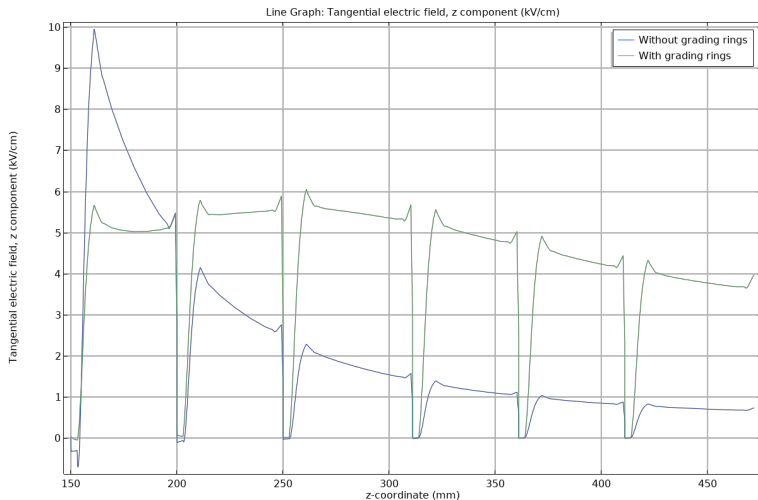




Rozložení elektrického pole bez kruhu



Rozložení elektrického pole s kruhem



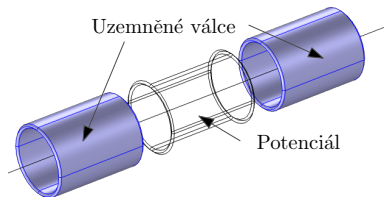
Einzelova čočka

Einzelova čočka je zařízení, které pomocí elektrostatického pole fokusuje paprsek nabitých částic do jednoho bodu. Skládá se ze tří válců z nichž oba vnější jsou uzemněny a vnitřní je připojen na potenciál. Působením Lorentzovy síly na nabité částice je paprsek vychýlen.

Elektrické pole je popsáno Laplaceovou rovnicí ve tvaru

$$\operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} \varphi = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky. Vnitřní váleček je na potenciálu -10 kV.



Vzhledem k rychlostem, které se blíží rychlosti světla, je třeba do modelu zanést relativistickou korekci hmotnosti ve tvaru

$$m_p = \frac{m_r}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}},$$

kde m_r je klidová hmotnost elektronu, v je rychlost pohybu částice a c je rychlost světla.

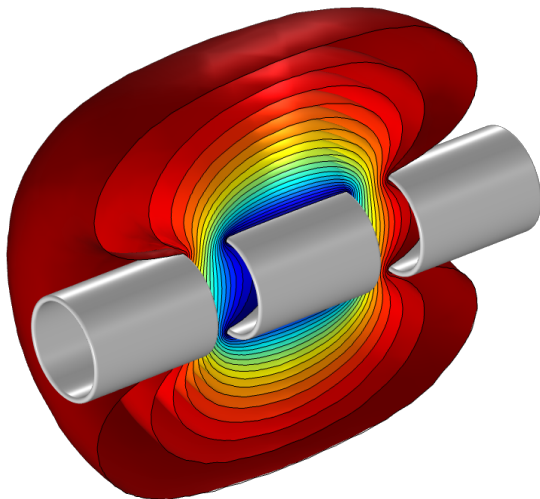
Pohyb částic je popsán Newtonovými pohybovými zákony ve tvaru

$$\frac{d(m_r v)}{dt} = \mathbf{F}_L = Q\mathbf{E}$$

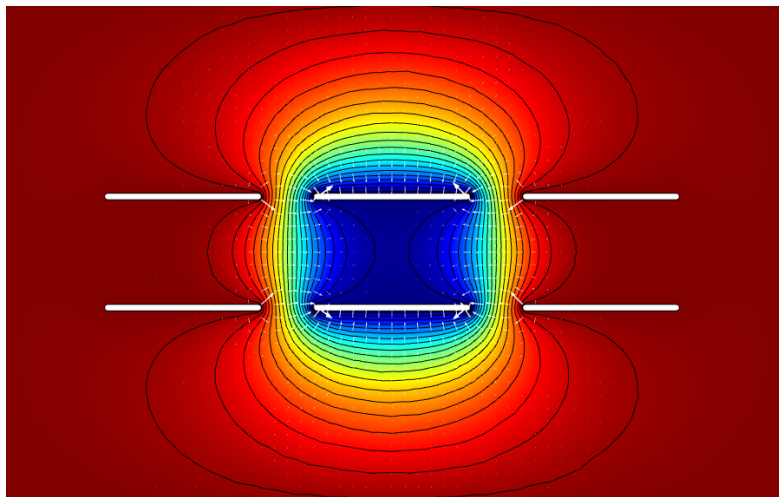
a

$$\frac{ds}{dt} = v,$$

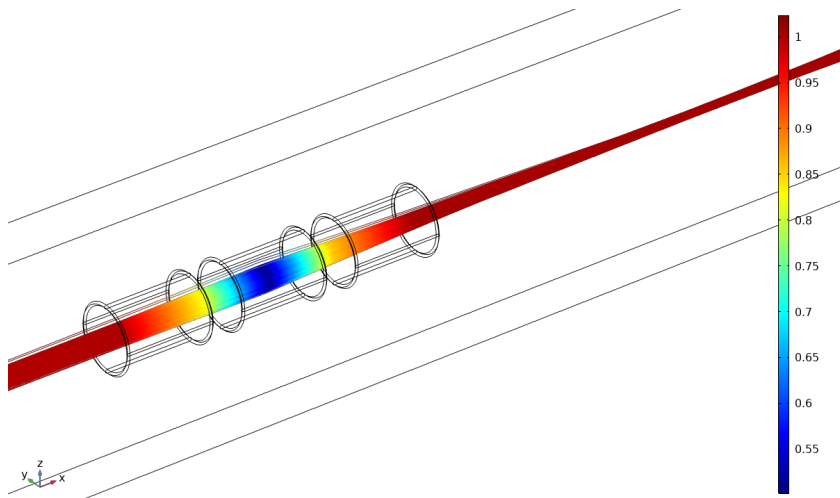
kde $\mathbf{F}_L$ je Lorentzova síla. Q je náboj částice a $\mathbf{E}$ intenzita elektrického pole.



Rozložení elektrického pole



Rozložení elektrického pole a jeho vektorů



Zaostřený paprsek nabitých částic

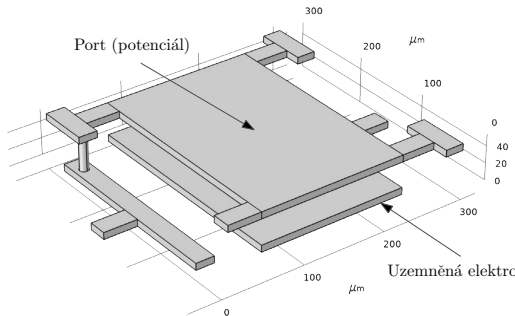
Laditelný MEMS kondenzátor

U laditelného MEMS kondenzátoru lze pomocí napětí mezi elektrodami nastavit vzdálenost mezi nimi. V závislosti na přiloženém napětí se na elektrodách indukuje náboj opačné polarity a elektrody se vzájemně přitahují. Pro snadné nastavení vzdálenosti bývá obvykle na jedné z elektrod připojena pružina.

Elektrické pole je popsáno Laplaceovou rovnicí ve tvaru

$$\operatorname{div} \varepsilon \operatorname{grad} \varphi = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky. Horní elektroda je na potenciálu 1 V.



Praktické příklady z elektrostatiky

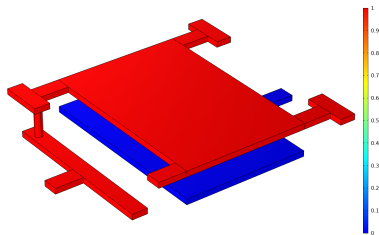
Laditelný MEMS kondenzátor

Sílu působící na elektrody lze vypočítat z celkové energie pole

$$\mathbf{F}_e = \frac{dW_e}{ds},$$

kde energii elektrického lze vyjádřit jako

$$W_e = \int_V w_e dV = \int_V \frac{1}{2} ED dV.$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

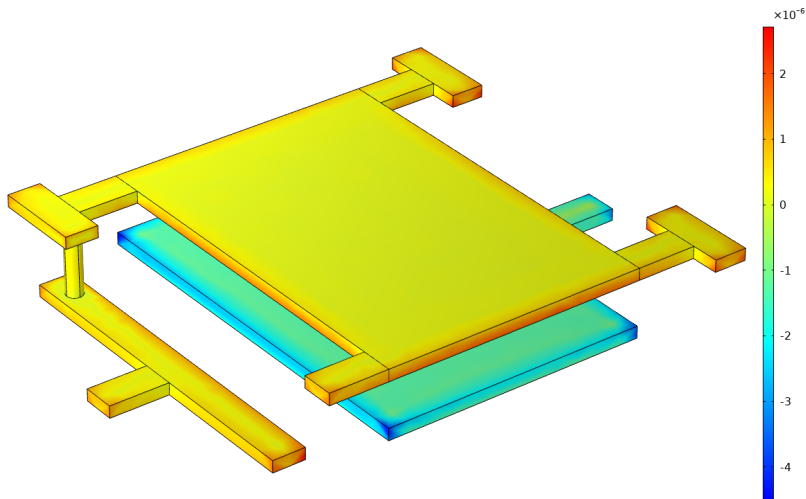


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

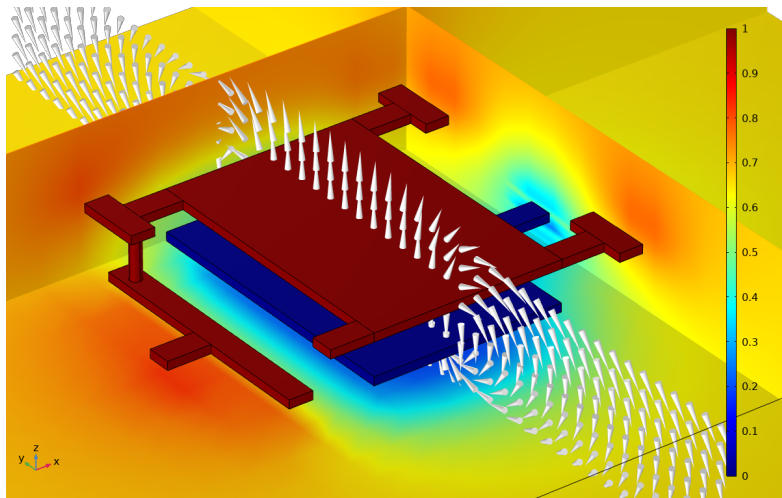
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Praktické příklady z elektrostatiky

Laditelný MEMS kondenzátor



Rozložení hustoty náboje na elektrodách



Rozložení potenciálu a elektrického pole



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Typické příklady z elektrického proudového pole (analytické řešení)

- Válcový kondenzátor s nedokonalou izolací (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)

Praktické příklady z elektrického proudového pole

- Planární cívka na desce plošného spoje
- Lamelová přípojnice



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Válcový kondenzátor s nedokonalou izolací - dvě vrstvy (Laplaceova rovnice ve válcovém systému)

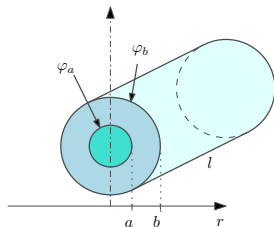
Uvažujme rozložení elektrického potenciálu válcového kondenzátoru s nedokonalou izolací s poloměry a a b se známou hodnotou potenciálu na vnitřní a vnější elektrodě. Zjistěte odpor izolace.

Pro řešení vycházíme opět z rovnice pro potenciál. Potenciál je skalární pole, které obecně závisí na prostorových souřadnicích

$$\varphi = \varphi(r, \theta, z).$$

Pro řešení vycházíme stejně jako v příkladu na straně 10 z Laplaceovy rovnice:

$$\Delta\varphi = 0.$$



Principiální schéma uspořádání

Po několika úpravách dostaneme stejně jako v předchozím případě obecné řešení pro potenciál:

$$\varphi = k_1 \ln r + k_2 .$$

Integrační konstanty k_1 a k_2 se získají z okrajových podmínek. Potom obdržíme soustavu rovnic

$$\varphi(a) = k_1 \ln a + k_2 = \varphi_a$$

$$\varphi(b) = k_1 \ln b + k_2 = \varphi_b .$$

Po vyjádření obdržíme

$$k_1 = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} \quad k_2 = \frac{\varphi_a \ln b - \varphi_b \ln a}{\ln \frac{b}{a}} .$$

Výsledné řešení potenciálu lze zapsat ve tvaru

$$\varphi(r) = \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} \ln r + \frac{\varphi_a \ln b - \varphi_b \ln a}{\ln \frac{b}{a}} .$$

Vyjdeme ze vztahu zavádějící skalární elektrický potenciál

$$\mathbf{E} = -\text{grad } \varphi.$$

Po dosazení vztahu pro skalární potenciál dostaneme výraz

$$\mathbf{J} = -\gamma \text{grad } \varphi.$$

Upravíme

$$J = -\gamma \frac{\partial \varphi}{\partial r} = -\gamma k_1 \frac{1}{r} = -\gamma \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} \frac{1}{r}.$$

Proud určíme ze vztahu

$$I = \int_S \mathbf{J} \cdot d\mathbf{S} = \int_0^{2\pi} \int_0^l J_r r \, d\varphi \, dl = \int_0^{2\pi} \int_0^l \gamma \frac{\varphi_b - \varphi_a}{r \ln \frac{b}{a}} r \, d\varphi \, dl = \gamma \frac{\varphi_b - \varphi_a}{\ln \frac{b}{a}} 2\pi l = \gamma \frac{U}{\ln \frac{b}{a}} 2\pi l.$$

kde r je Jakobián transformace do cylindrických souřadnic.

Odpor určíme z Ohmova zákona

$$R = \frac{U}{I},$$

potom tedy

$$R = \frac{U}{\gamma \frac{U}{\ln \frac{b}{a}} 2\pi l} = \frac{\ln \frac{b}{a}}{\gamma 2\pi l}.$$

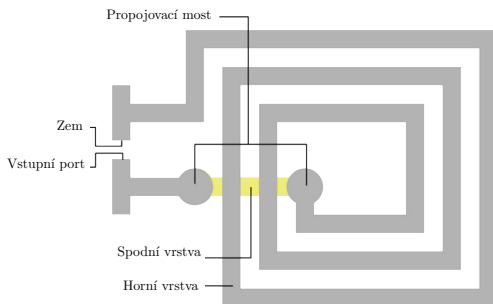
Planární cívka na desce plošného spoje

Planární cívky, které jsou realizovány na desce plošného spoje, jsou často používány zejména u vysokofrekvenčních aplikací. Cívka se skládá z vlastních závitů a dvou přívodů. K výpočtu rozložení proudu ve vodivé cestě lze využít model elektrického proudového pole. Pro určení indukčnosti je nutné výpočet rozšířit o magnetické pole (není součástí tohoto příkladu).

Elektrické proudové pole je popsáno Laplaceovou rovnicí ve tvaru

$$\operatorname{div} \gamma \operatorname{grad} \varphi = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky.

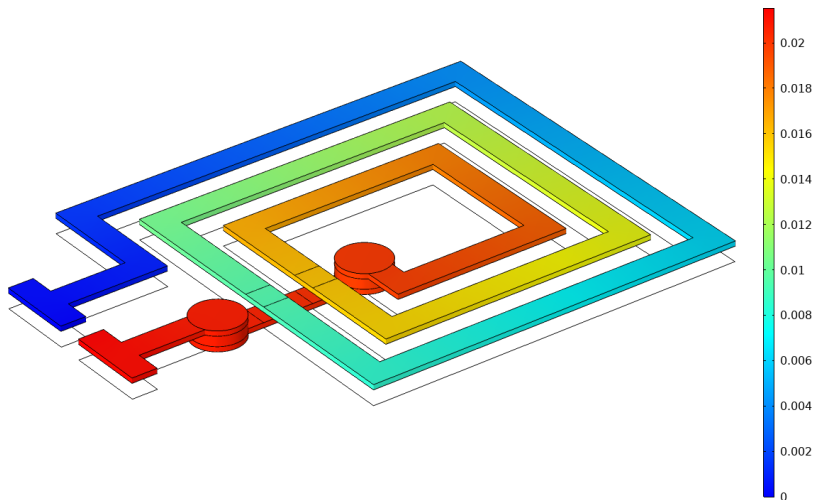


Do vstupního portu je injektován proud 1 A. Tloušťka vodivé cesty je 0,1 mm. Rezistivitu cesty lze pak určit z Ohmova zákona

$$R = \frac{U}{I}.$$

Praktické příklady z elektrostatiky

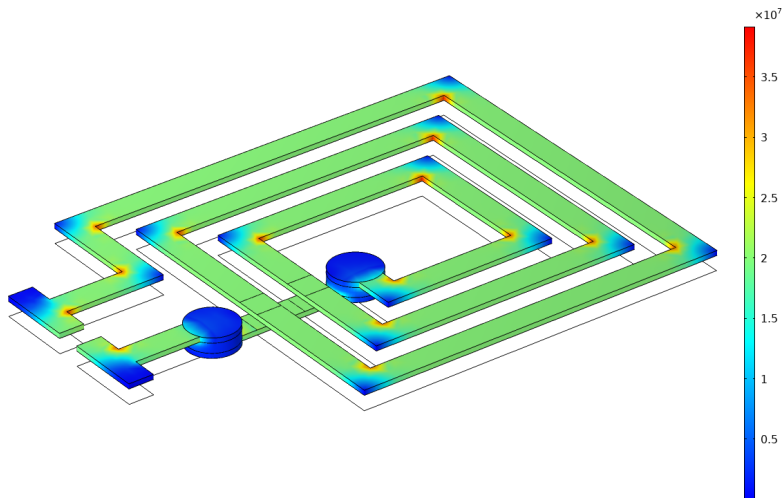
Planární cívka na desce plošného spoje



Rozložení potenciálu

Praktické příklady z elektrostatiky

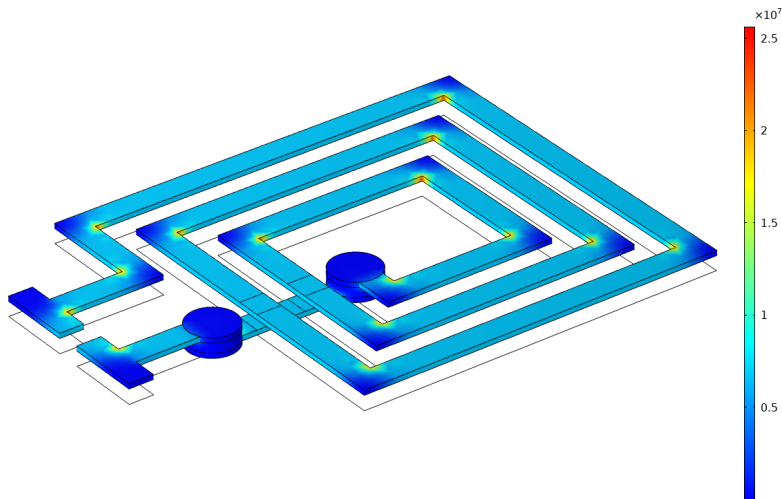
Planární cívka na desce plošného spoje



Rozložení proudové hustoty

Praktické příklady z elektrostatiky

Planární cívka na desce plošného spoje



Rozložení tepelných ztrát

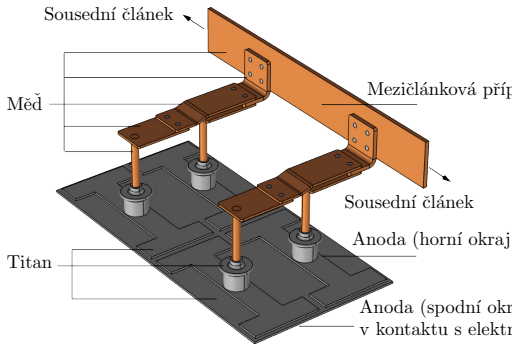
Lamelová přípojnice

Lamelová přípojnice slouží k připojení článku baterie k elektrickému zařízení. Pro určení tepelného namáhání je nutné výpočet rozšířit o výpočet nestacionárního teplotního pole (není součástí tohoto příkladu).

Elektrické proudové pole je popsáno Laplaceovou rovnicí ve tvaru

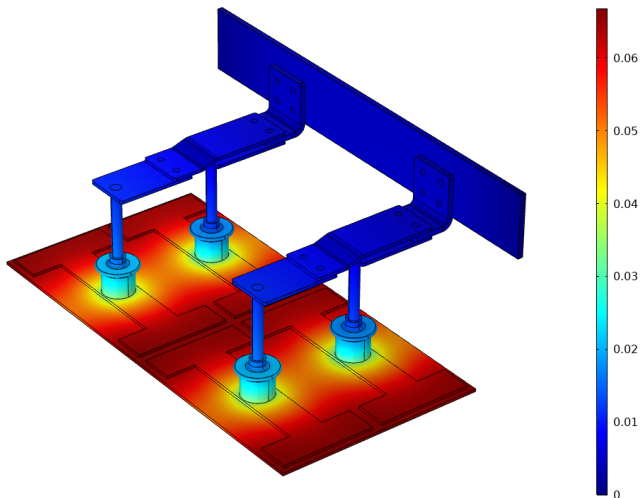
$$\operatorname{div} \gamma \operatorname{grad} \varphi = 0$$

doplněnou o okrajové podmínky. Do vstupního portu (spodní část anody ve styku s elektrolytem) je injektován proud s proudovou hustotou 8 kA/m^2 .



Praktické příklady z elektrostatiky

Lamelová přípojnice



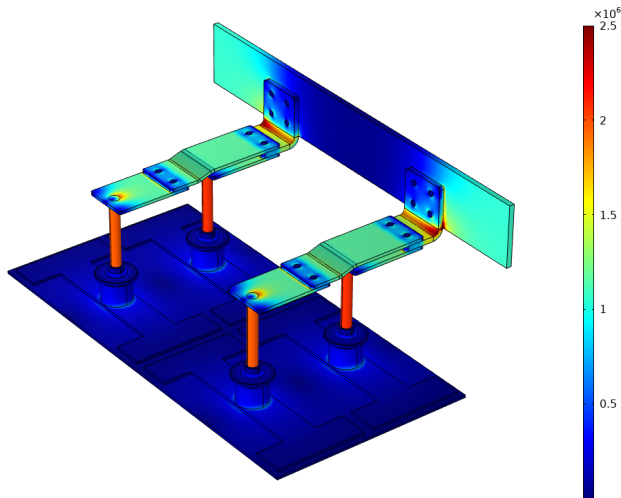
Rozložení potenciálu



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Rozložení proudové hustoty



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

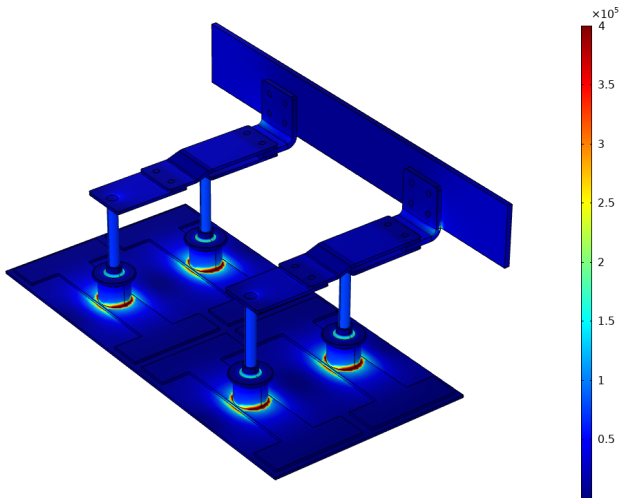


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Praktické příklady z elektrostatiky

Lamelová přípojnice



Rozložení tepelných ztrát



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Děkuji za pozornost

Department of electrical engineering and computer modeling
Faculty of electrical engineering
University of West Bohemia in Pilsen