

ESF II projekt Západočeské univerzity v Plzni

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

DMAT - Dielektrické materiály v elektrotechnice

Pavel Trnka
EK 407

Informace o organizaci semestru a o zkoušce

1. Přednáška

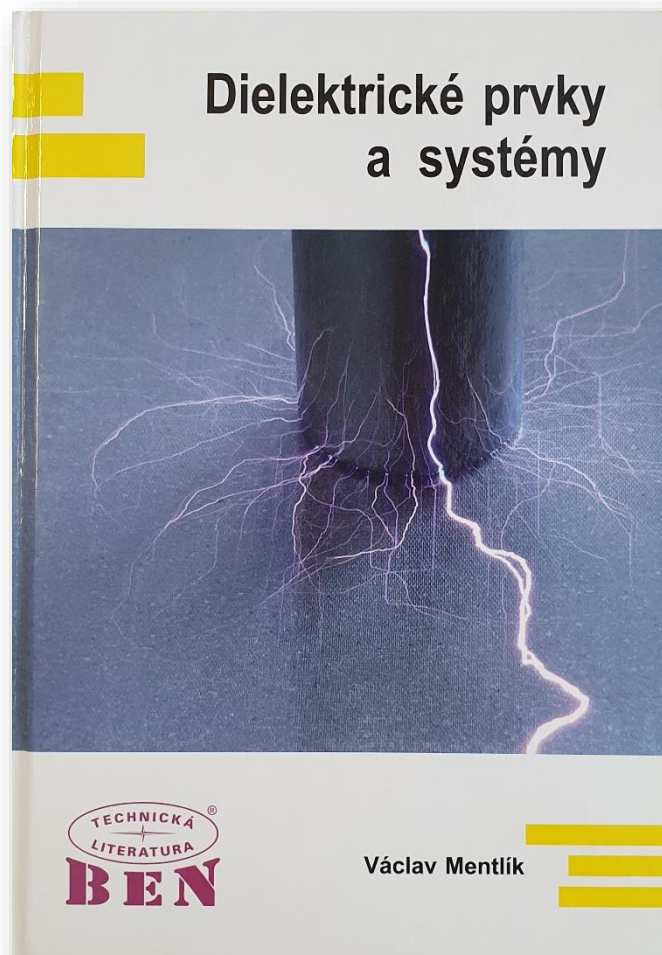
Dielektrika a izolanty, dielektrické obvody elektrických zařízení, spolehlivost

Dielektrické materiály v elektrotechnice, přednáška: 2h/týdně, cvičení: 2h/týdně, 5 kr.

- Předmět naváže na materiálové znalosti získané v předchozím studiu a rozšíří fenomenologické znalosti o podrobnou charakteristiku dielektrických materiálů, popis fyzikálních zákonitostí doprovázejících chování dielektrik a izolantů v elektrickém poli, podstatu polarizačních dějů, dielektrické vodivosti, teplotní vodivosti, chování materiálů ve stejnosměrném, střídavém, silném a pulzním elektrickém poli. Studenti získají znalosti o příčinách vodivostních jevů dielektrik, dielektrické absorpci, ztrátách, komplexní permitivitě a elektrické pevnosti včetně teorií průrazu či přeskoků. Součástí bude popis jevů spojených se vznikem prostorového náboje, mechanismy zachycení a migrace volných nosičů náboje, deformace vnitřního pole, částečných výbojů, elektrických stromečků či interakcí nanosložek se základní maticí. Vysvětleny budou vlastnosti vybraných dielektrik různých skupenství, princip a výhody kompozitních materiálů a jejich složek. Budou probrány i vlastnosti dielektrických materiálů v závislosti na teplotě, napětí, frekvenci, čase a přítomnosti ovlivňujících činitelů. V další části předmětu jsou studenti seznámeni s jednotlivými typy kompozitních materiálů jejich vlastnostmi a využitím v oblasti elektrotechniky. Předmět uvádí do souvislosti strukturu a vlastnosti izolantů a izolačních systémů pro jednotlivá elektrická silnoprúdová zařízení. Studenti se též seznámí s jednotlivými třídami izolačních materiálů s ohledem na jejich odolnost vůči degradačním činitelům. Získané znalosti umožní absolventům návrh vhodného složení nových elektroizolačních struktur.

Zápočet: 100% účast
nacvičeních, zpracování
semestrální práce, její
prezentace a diskuze k ní,
demonstrace dovedností,
aktivita při semináři

Zkouška:
kombinovanou
formou



Základní: [Raju, G.G. *Dielectrics in Electric Field*. CRC Press, 2017. ISBN 9781315350424.](#)

Základní: [Mentlík, Václav. *Dielektrické prvky a systémy*. 1. vyd. Praha : BEN - technická literatura, 2006. ISBN 80-7300-189-6.](#)

Rozšiřující: Stone G. *Electrical Insulation for Rotating Machines Design, Evaluation*. Wiley, 2014. ISBN 9781118057063.

Rozšiřující: [Trnka P. *Engineering Dielectric Liquid Applications*. Basel, Beijing, 2018. ISBN 978-3-03897-402-4.](#)

Rozšiřující: Saha T.K.. *Transformer Ageing - Monitoring and Estimation Techniques*. Wiley, 2017. ISBN 9781119239963.

Doporučená: Chang S, Parinov I., et. al. *Advanced Materials*. 2014. ISBN 978-3-319-03749-3.

Doporučená: F. Kremer and A. Schönhals. *Broadband dielectric spectroscopy*. New York: Springer, 2003. ISBN 35-404-3407-0.

Doporučená: Hippel A. *Dielectric Materials and Applications*. Artech House, Boston London. ISBN 1-58053-123--7.

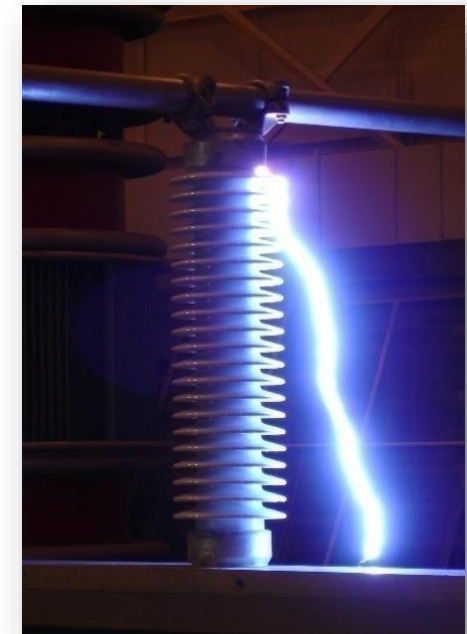
Doporučená: K. Ch. Kao. *Dielectric phenomena in solids: with emphasis on physical concepts of electronic processes*. Boston: Elsevier Academic Press,, 2004. ISBN 01-239-6561-6.

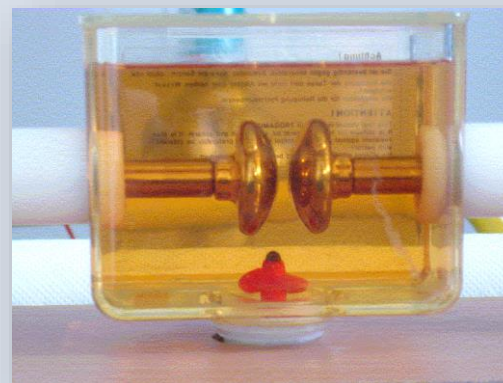
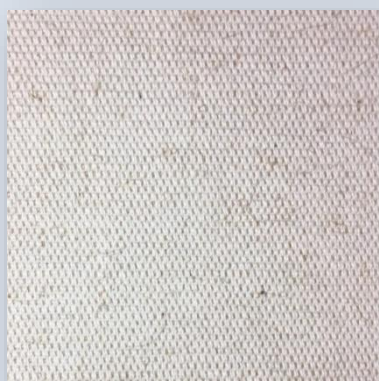
Doporučená: V. Raicu, Y. Feldman. *Dielectric Relaxation in Biological Systems: Physical Principles, Methods, and Applications*.. Oxford University Press, 2014. ISBN 9780199686513.

Doporučená: Gorur Govinda Raju. *ielectrics in Electric Fields: Tables, Atoms, and Molecules*. CRC Press, 2016. ISBN 9781482231137.

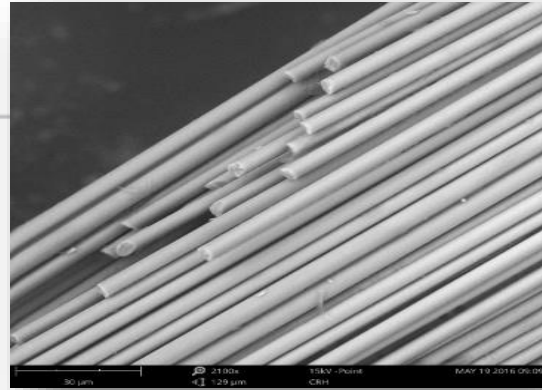
On-line katalogy knihoven

- ▶ Máme-li **rozdělovat** látky eventuálně materiály (látky cíleně upravené pro daný účel – splnění požadovaného úkolu v technickém zařízení na potřebné úrovni), používané v elektrotechnických aplikacích, můžeme to udělat zpravidla **třemi způsoby**.
- ▶ Základním (prvním) je hledisko **získaných informací o jejich struktuře**, tedy například využití poznatků o vazbách jimiž vznikly a jsou tvořeny, a které mají pro charakter látky zásadní význam. Dalším (druhým) je pohled respektující jejich **skupenství**, a posléze třetí hledisko **vlastností nosičů elektrických nábojů**, které jsou v materiálu přítomny.

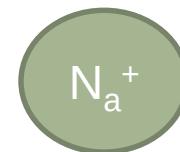




Dielektrikum, izolant, kompozit



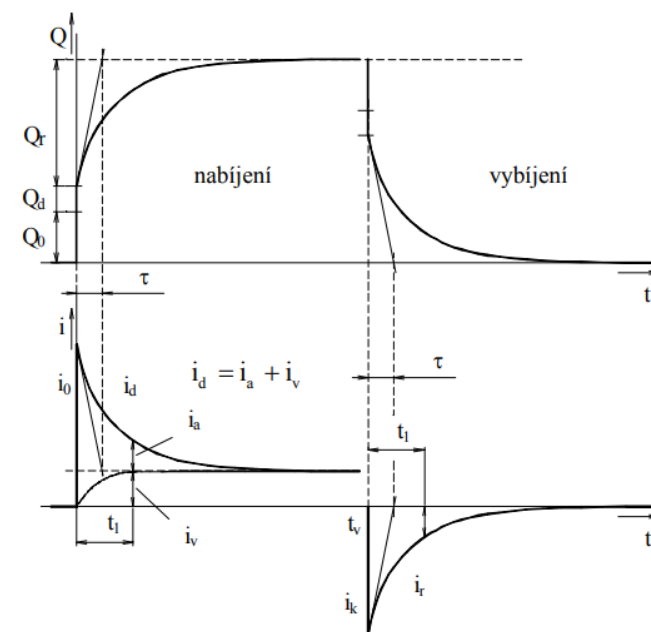
- Nosičem v tomto slova smyslu jsou částice (iont, elektron) nesoucí elementární náboj q /C. Rozhodující je míra volnosti jejich pohybu. Podle velikosti vazebných sil ve struktuře látky rozlišujeme nosiče elektrického náboje volné a vázané. **Volné nosiče** se mohou pohybovat materiálem, proto se materiály s jejich vysokou koncentrací (počtem) vyznačují vysokou elektrickou vodivostí. Jedná se o volné ionty vznikající disociací molekul nečistot, někdy disociací molekul vlastní látky, významně ovlivňující elektrickou vodivost látek. Vodivost látek je pro tyto látky zcela charakteristická a ve vnějším elektrickém poli se jinak chová látka elektricky vodivá, jinak polovodič a pochopitelně jinak dielektrikum (resp. izolant). **Vázané nosiče** náboje jsou naopak pevně drženy v blízkosti svých rovnovážných poloh a na působení elektrického pole reagují jen určitým větším či menším posuvem (změnou polohy), nikoliv však pohybem na velké vzdálenosti, kterým rozumíme vzdálenost odpovídající několikanásobku mřížkové konstanty. Jsou to tedy ty nosiče elektrického náboje, jejichž místo je ve struktuře látky pevně stanoveno.



- Chování látek, po jejich vložení do vnějšího elektrického pole, závisí na **koncentraci a druhu nosičů elektrického náboje**, které jsou v nich přítomny. Reálné **materiály rozdělujeme podle koncentrace (množství) volných nosičů náboje** s přihlédnutím k daným podmínkám, tedy **podle hodnoty jejich konduktivity γ** . Rozdělení látek podle tohoto kritéria vypadá následovně:

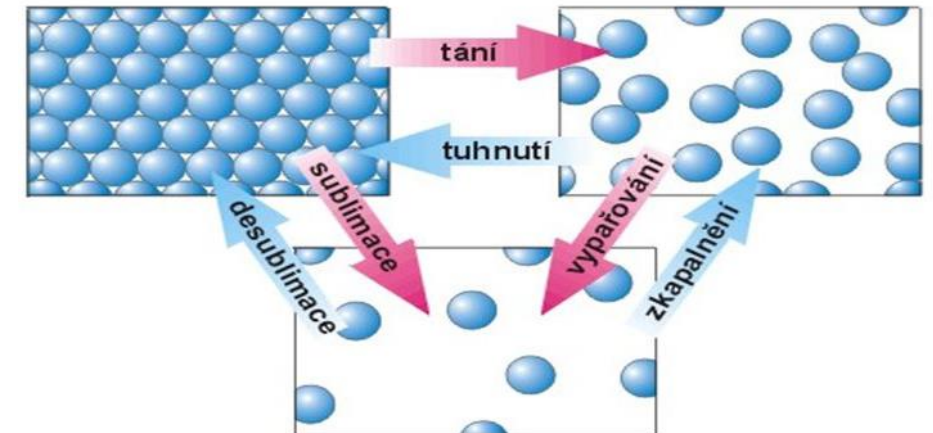
vodiče	$\gamma > 10^5$	S.m^{-1}
polovodiče	$10^{-8} < \gamma < 10^5$	S.m^{-1}
izolanty	$\gamma < 10^{-9}$	S.m^{-1}

- Reálný izolant má prakticky vždy určitou měřitelnou vodivost, neboť obsahuje určité množství volných nosičů elektrického náboje. Přechod mezi vodiči a izolanty není ostrý. Existuje celá skupina materiálů, jejichž chování se podle podmínek více či méně blíží některému z obou uvedených. Zařazení daného materiálu do příslušné skupiny je dále ovlivňováno vnějšími podmínkami, tedy teplotou, tlakem, frekvencí přiloženého napětí a intenzitou působícího elektrického pole. Zásadní význam má teplota. Sklo je například při vysokých teplotách (v roztaveném stavu) vodičem, naopak kovy se při vysokých teplotách (v plynném skupenství) chovají jako izolanty. Při teplotách blízkých 0 K se zase některé kovy stávají supravodivými, polovodiče naopak velice dobrými izolanty. Lze říci, že uvedené rozdělení materiálů v technické praxi obecně platí, musíme však počítat s aktuálními podmínkami v nichž daný materiál pracuje.



Rozdělení podle vzniku a skupenství

- Další **zajímavý** a neméně důležitý **pohled na dělení látek** a materiálů lze udělat z pozice **závislosti jejich vlastností na skupenství a vnitřní struktuře** – vazbách, jimiž jsou látky (materiály) tvořeny. Rozdělení materiálů z tohoto pohledu je patrné z následující tubulky.



<https://images.app.goo.gl/RZArdU5SejW7Fnz87>

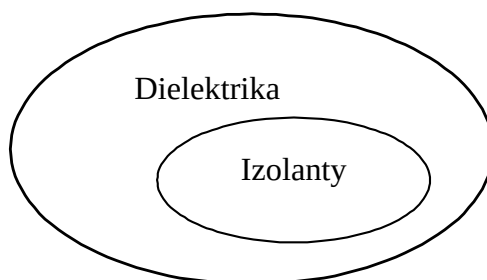
reagující prvky	skupenství		
	tuhé	kapalné	plynné
nekov – nekov	vazba kovalentní izolant polovodič	vazba kovalentní izolant	vazba kovalentní izolant
nekov – kov	vazba iontová izolant polovodič	vazba iontová vodič II. tř.	vazba iontová izolant
kov – kov	vazba kovová vodič I. tř.	vazba kovová vodič I. a II. tř.	žádná vazba jednotlivé molekuly izolant

- **Poznámka:** Při **iontové vazbě** odevzdá reagující atom jinému svůj valenční elektron a stává se iontem, molekuly tvoří vzniklé ionty opačných znamének. Je to typická vazba reakcí prvků krajních skupin periodické soustavy (s maximálně rozdílnou elektronegativitou). Každý iont působí svými přitažlivými silami na všechny okolní ionty opačného znaménka – váže je iontovou vazbou. Silové pole je kulově souměrné – tato vazba není směrová. Při **kovalentní vazbě** si atomy pouze vzájemně doplňují svoje valenční sféry – atomy s kovalentními vazbami mají ve svých elektronových obalech všechny elektrony spárované do elektronových dvojic. Typická vazba reakcí atomů se stejnou nebo málo rozdílnou elektronegativitou, s její vysokou hodnotou. Energie vazby je koncentrována v prostoru mezi jádry atomů. Jedná se tedy o směrovou vazbu, kdy počet vázaných atomů na daný atom je omezen počtem nespárovaných elektronů a počtem stálých neúplných orbitů. Prostor této koncentrované energie vazby je nositelem elementárního dipólového momentu molekul a tím zárodků polárnosti dotyčné látky.

- ▶ Všechny v tabulce netučně vytištěné látky jsou izolanty, neboť, jak již bylo výše řečeno, i plynné fáze kovů se tak chovají (samozřejmě v závislosti na velikosti elektrického pole). Je však nutno zdůraznit, že záleží i na dalších podmínkách – např. okolním elektrickém poli, neboť jak víme v silných elektrických polích jsou všechny plyny vodivé. V kapalném stavu se pak kromě vodivosti prvního řádu uplatňuje i elektrolytická vodivost označovaná jako vodivost druhého řádu. Těmto látkám pak říkáme vodiče druhé třídy.
- ▶ Po rozdělení látek podle výše uvedených hledisek se zaměříme na **dielektrika a izolanty**.
- ▶ Jak bylo řečeno v úvodu, přistupujeme k dané problematice systémově a chápeme tedy elektrické zařízení jako sériový spolehlivostní řetězec jeho podsystémů a prvků. Potom je pro jeho spolehlivost ve funkci rozhodující nejcitlivější článek uvedeného řetězce, jímž je v tomto případě dielektrický podsystém s jeho prvky – **použitými izolanty**.

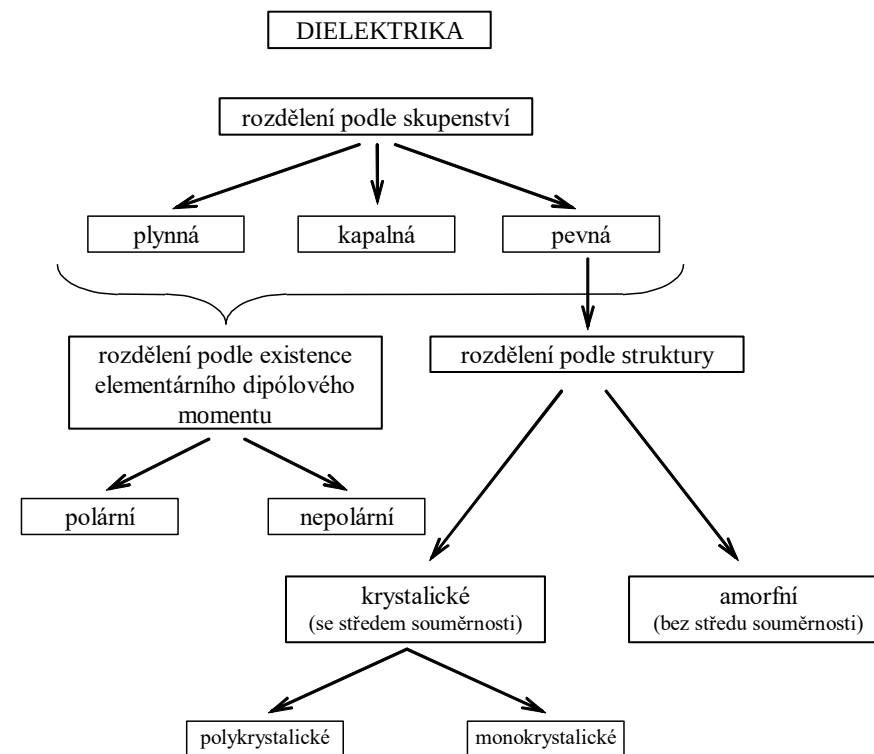
- ▶ Pojmy dielektrikum a izolant bývají často zaměňovány, nebo jsou pokládány za ekvivalentní – což je chyba, neboť se jedná o skupiny materiálů, jejichž vlastnosti se mohou velmi podstatně lišit.
- ▶ **Dielektrikum** je **látka**, která má po vložení do elektrického pole schopnost tvorby a existence **vlastního vnitřního elektrického pole**. Je to tedy látka se schopností se v tomto vnějším elektrickém poli polarizovat. Tato vlastnost (tvorba zmíněného vnitřního elektrického pole) dala těmto látkám název – předpona „di-“ totiž značí směr dovnitř a dielektrikum potom chápeme jako „zelektrizované“ prostředí. Dielektrika jsou tak aktivními prvky se specifickými vlastnostmi.
- ▶ **Izolant** je naproti tomu **materiál** (pro daný účel průmyslové aplikace upravená látka) **mající vlastnost zabránit průchodu proudu mezi dvěma místy s různým elektrickým potenciálem**. Jedná se tedy o vzájemné odizolování těchto míst a izolanty jsou tak pasivními prvky bránícími pouze průchodu proudu.

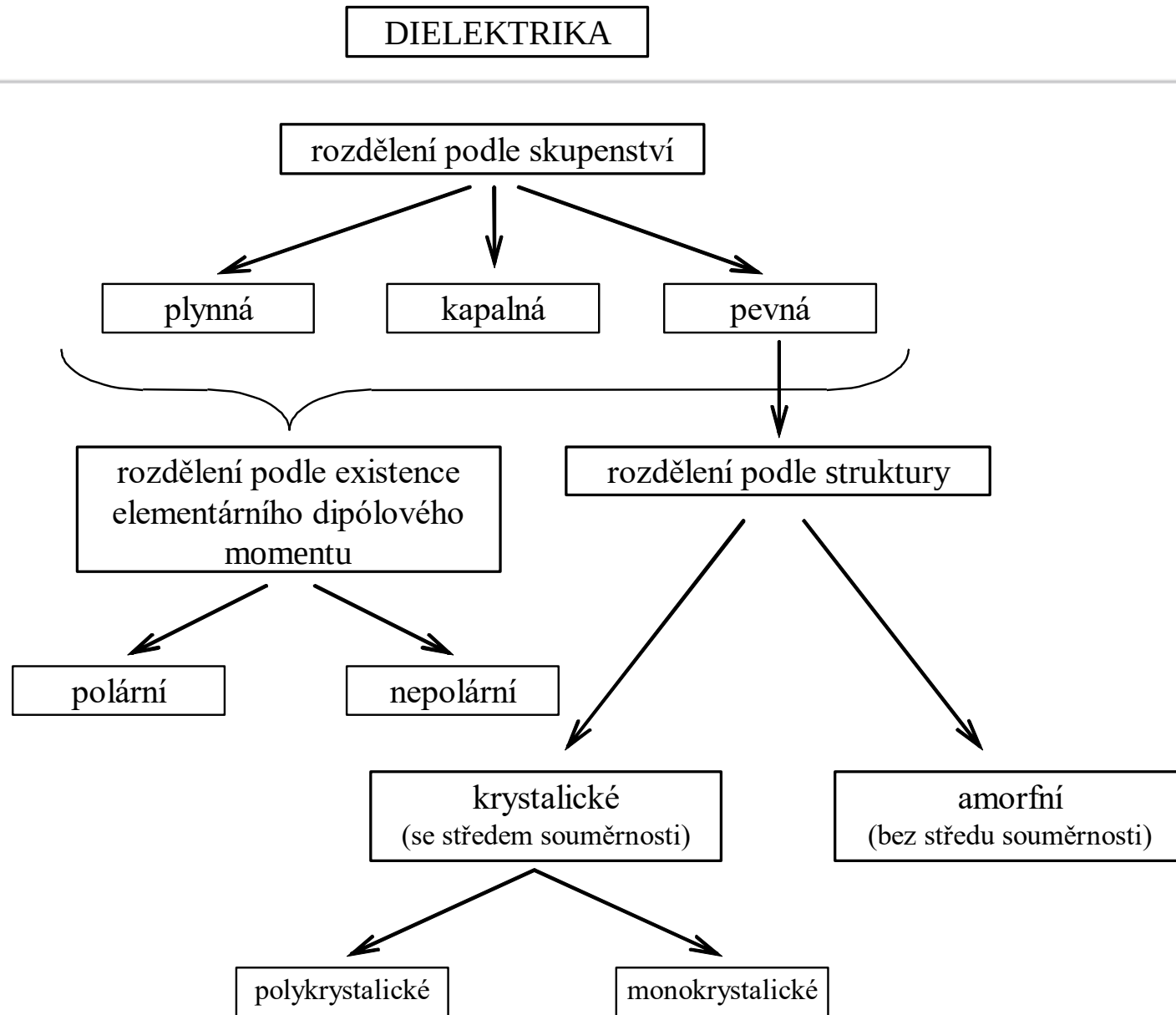
- ▶ Přes uvedené rozdíly spolu obě skupiny úzce souvisí. **Dielektrikum je obecnější pojem než izolant.** Znamená to, že každý izolant je dielektrikem, opak však obecně neplatí.
- ▶ **Izolanty jsou podmnožinou dielektrik, každý izolant je dielektrikem, nikoli však každé dielektrikum izolantem.**



Dělení dielektrik dle skupenství

- ▶ Dielektrika dělíme podle **skupenství, uspořádání a struktury**, jak je patrné z obr.
- ▶ Dělení podle **skupenství** je důležité jak z hlediska fyzikálních vlastností, tak z hlediska elektrických vlastností a zejména pak z hlediska náročnosti a proveditelnosti matematického popisu chování a vlastností.
- ▶ Používané a účelné je dále **dělení dielektrik** (v závislosti na jejich vnitřní struktuře) na **polární a nepolární**. **Polární** je látka obsahující ve svém objemu permanentní elementární dipólové momenty i bez působení vnějšího elektrického pole. Existence těchto dipólových momentů je dána strukturou látky. Molekuly – základní stavební prvky látek v nichž se neshodují těžiště kladných a záporných nábojů – jsou jejich nositeli. Polárnost či nepolárnost molekuly úzce souvisí s typem vazby mezi jednotlivými atomy které ji tvoří a dále s jejich prostorovým uspořádáním a složitostí. Iontová vazba vytváří zpravidla polární molekuly. Iontová molekula ze dvou iontů je vždy polární, ale iontová molekula složená z více než dvou iontů polární být může i nemusí. Závisí to na vzájemné orientaci jednotlivých vazeb mezi ionty v molekule.





- Kromě látek vzniklých iontovou vazbou může být polární i látka vzniklá vazbou kovalentní. Samotný druh vazby není pochopitelně ani v tomto případě postačující podmínkou pro vznik polární molekuly. Pokud jsou kovalentní vazbou vázány dva stejné atomy s dokonale symetrickým uspořádáním elektronových obalů, je výsledná molekula nepolární. Pokud je však vlivem vzájemné interakce atomů symetrie elektronových obalů porušena, těžiště kladného a záporného náboje již nesplývají a molekula je polární. Výsledný dipólový moment složité molekuly s několika vazbami v různých směrech je dán vektorovým součtem všech dipólových momentů jednotlivých vazeb. Polárnost látek je velice důležitá pro jejich chování v elektrickém poli, což úzce souvisí s jejich použitelností v dielektrických podsystémech elektrických zařízení. S polárností látek úzce souvisí děje, které v nich probíhají po jejich vložení do elektrického pole – tedy s polarizacemi, které pro dané dielektrikum přicházejí v úvahu. S tím pak souvisí hodnota relativní permitivity daného materiálu i velikost dielektrických ztrát. Stejně tak na polárnosti a skupenství závisí i náročnost matematického popisu chování daného dielektrika v elektrickém poli.

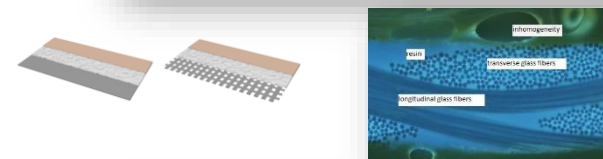
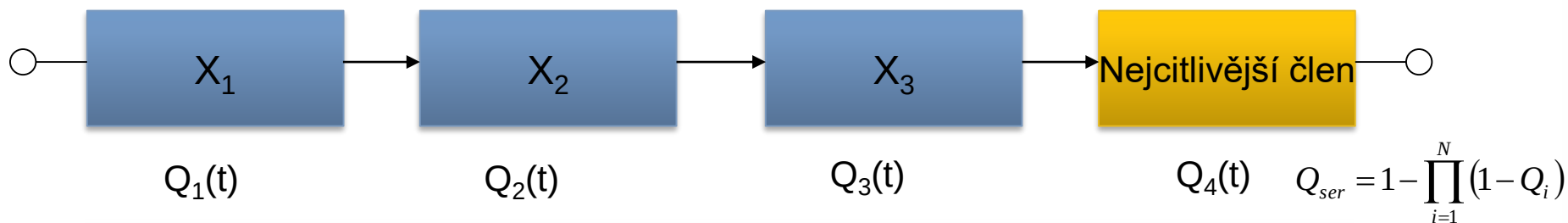
- Rozsáhlou skupinu pevných dielektrik dělíme **podle jejich vnitřní stavby – struktury**, která jak víme, je nositelkou – rozhodujícím faktorem – všech jejich podstatných vlastností. Užívané rozdělení na **krystalická a amorfní** dielektrika lze účelně rozšířit na rozdělení podle toho, existuje-li v jejich struktuře střed souměrnosti jejich struktury. Pak **struktury** mající **střed souměrnosti** nazýváme **středosymetrickými**, struktury **bez středu souměrnosti** označujeme jako **nestředosymetrické**. Tento pohled má svůj účel zejména v případě speciálních dielektrik se zvláštními vlastnostmi. Jedná se o piezoelektrika, u nichž je neexistence středu souměrnosti struktury nutnou (rozhodně ne však postačující) podmínkou pro vznik piezoejektu v daném dielektriku. Dalšími jsou tzv. pyroelektrika (rovněž nestředosymetrická dielektrika) vyznačující se spontánní polarizací. Ta dělíme na lineární a nelineární. U lineárních pyroelektrik lze polarizaci měnit teplotou. U nelineárních závisí změna polarizace nelineárně na intenzitě vnějšího pole.

Ve vysokonapětové technice - Elektroizolační systémy EIS spíše než EIM (materiály) - mnoho rozdílných požadavků na vlastnosti

Vícesložkové – **kompozitní materiály**

Kapalné a plynné – se strukturou pro modelaci tvaru intenzity elektrického pole

- Vlastnosti/parametry
- Degradční faktory a mechanismy



Kompozitní materiály – historický vývoj

Dřevěná konstrukce a jíl	> 4000 BC
Jíl a sláma – na stavbu zdí	> 3000 BC
Překližka	> 3000 BC
Len a papyrus namáčený v sádře – Egypt	Starověký Egypt
Zátky amfor od cca 1500 BC – kompozit jílu, ženských vlasů a kravských exkrementů, keramické víčko, korková zátka, piniové pryskyřice, sádra, olovo, omítka, vosk	1500 BC
Beton – 25 BC Opus caementum	25 BC
Mongolové – kompozitní luk: bambus, dřevo, rohovina, hedvábí, dobytčí šlachy a pryskyřice z borovice	1200 AD
FBR – Fiber Reinforced Polymers, vinyl, polystyren, fenolická pryskyřice, polyester	20 století AD



Ref.: <https://www.antickysvet.cz/26-pinterest>

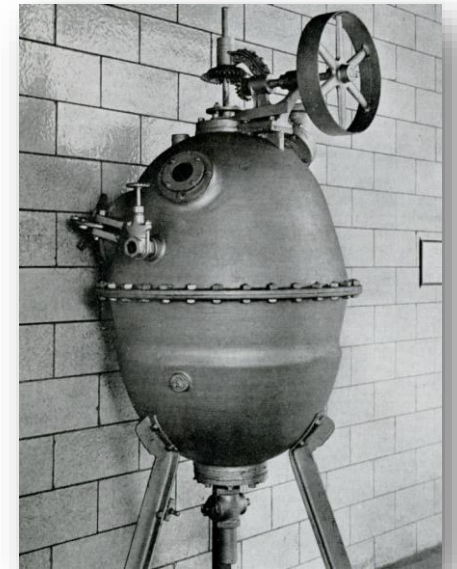
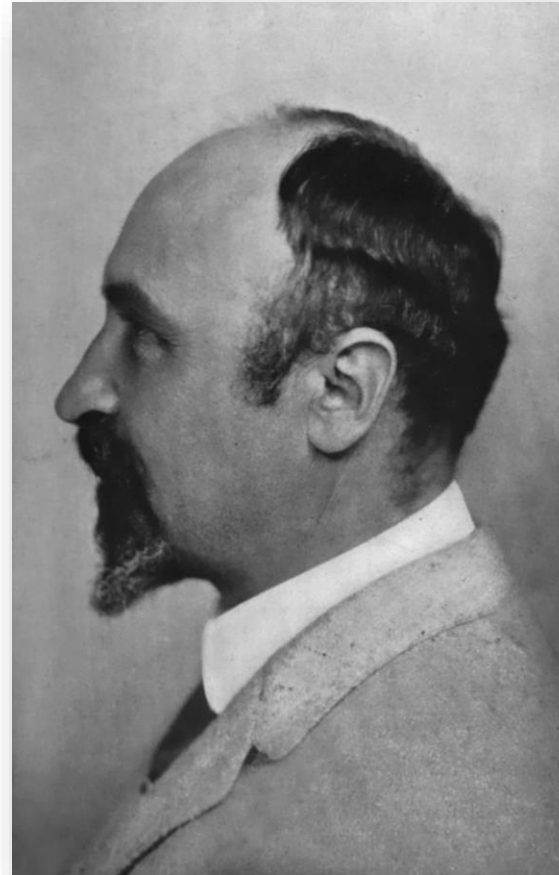
1907 přechod od přírodních pryskyřic k syntetickým

Náhrada za impregnační šelak

Červec lakový (*Kerria lacca*)



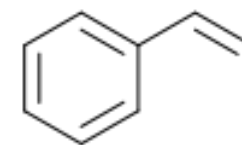
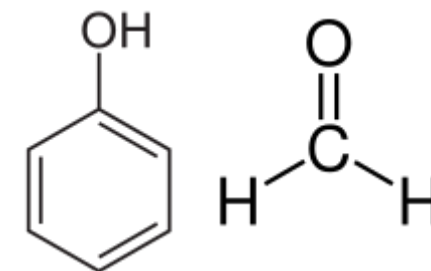
Leo Hendrik Baekeland



1935 Bakelizér

1907 přechod od přírodních pryskyřic k syntetickým

Fenol formaldehydová pryskyřice	1907	Fenol a formaldehyd
Polyester impregnační	1. Světová válka, historie polyesterů od 1926 DuPont	Reaktivní rozpouštědlo styren, delaminace, menší modul pružnosti a T_g
Močovinové pryskyřice	1884 Hölzerem, patent Hanns John z Prahy CS v r. 1919	Formaldehyd
Melaminové pryskyřice	William F. Talbot 1936	Formaldehyd
Epoxidy	Paul Schlack, Německo 1934	Rozpouštědla
Silikonové pryskyřice	Dr. J. Franklin Hyde 1940 – 1950 (historie silikonů od r. 1823)	Cyclopentasiloxanu (tetra)D4 a D5), Chlorsilan



Příklad

► Soubor **$N = 4\ 000$** motorů konstrukčně podobných za sledované období 7 let vykazuje při sumárním počtu **$4\ 000 \times 7 = 28\ 000$** servisních let (SY).

► Počet **$n_f = 100$** poruch.

► Pak intenzita poruch

$$\lambda\left(1/\text{rok}\right) = \frac{\sum \text{všech výpadků}}{\text{servisních let}} = \frac{100}{28\ 000} \doteq 3,57 \cdot 10^{-3}$$

Příklad

- Střední doba mezi poruchami

$$t_{stř} = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{3,57 \cdot 10^{-3}} = 280$$

- Provozní spolehlivost

$$Q_t = e^{-\lambda t} = e^{-3,57 \cdot 10^{-3} t}$$

Příklad

- Uvažujeme stav za 30 let provozu, pak spolehlivost

$$Q_{30} = e^{-3,57 \cdot 10^{-3} \cdot 30} \doteq 0,898$$

- Tudíž za období 30 let vykáže poruchu **$1 - 0,898 = 0,102$** , tj. **10,2 %** strojů.

- Při systému údržby **intenzitou údržby**

$$\mu = \frac{1}{rok}$$

- a maximální přípustnou dobu údržby

$$T = 1 \text{ týden} = \frac{1}{52} \text{ (rok)}$$

- je

$$e^{-\mu T} = e^{-1 \cdot \frac{1}{52}} \doteq 0,91$$

- Pak pohotovost zařízení celkem

$$\begin{aligned} \Lambda_z &= e^{-\lambda t} + (1 - e^{-\mu T})(1 - e^{-\lambda t}) \\ &= 0,898 + (1 - 0,91)(1 - 0,898) = 0,907 \end{aligned}$$

- **Tímto režimem údržby je zvýšení pohotovosti (o výnos udržovatelnosti) o 0,009 tj. o 0,9 % a v této konfiguraci je podstatný vliv intenzity poruch λ oproti zvolenému režimu údržby.**

Příklad

Zásoba bezpečnosti proti elektrickému namáhání a výpočet pravděpodobnosti porušení tímto činitelem.

- ▶ Třísložkový vysokonapěťový izolační systém technologie Resin-Rich na bázi modifikované epoxidové pryskyřice pro napětí **6 kV** s charakteristikami **$U_{p0} = 62 \text{ kV}$** , **$v_{pU} = 0,08$** , tloušťka izolační stěny **$d = 1,5 \text{ mm}$**
- ▶ Koeficient bezpečnosti ve výchozím čase $t = 0$ po vyrobení cívek je

$$k_U = \frac{U_{pU}}{U_{z0}} = \frac{62}{6} = 10,3$$

- a zásoba bezpečnosti

$$z_U = \frac{10,3-1}{10,3 \cdot 0,08} = 11,3$$

- Po založení cívek do stroje klesá střední hodnota průrazného napětí U_{p0} na hodnotu

$$U_{p01} = U_{p0} (1-a)$$

- kde $a = 0,1 \div 0,2$, v_{pU0} vzroste na $v_{pU1} = v_{pU} (1+b)$, kde $b = 0,1 \div 0,2$

- Zásoba bezpečnosti a koeficient bezpečnosti navinutého stroje při změněné formální bezpečnosti po navinutí jsou pak

► a

$$k_{U1} = \frac{U_{p01}}{U_{z0}} = \frac{62(1 - 0,15)}{6} = 8,8$$

$$z_{U1} = \frac{k_{U1} - 1}{k_{U1} v_{pU1}} = \frac{8,8 - 1}{8,8 \cdot 0,08(1 + 0,2)} = 9,25$$

► Poručte
k elektrické
pravidle

► Určete

► Pak s

		0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	
0	2	0,460172	0,420740	0,382088	0,344578	0,308537	0,274253	0,241963	0,211855	0,184060	0,158655	1
1	1	0,135666	0,115069	0,096800	0,080756	0,066807	0,054799	0,044565	0,035930	0,028716	0,022750	2
2	4	0,017864	0,013903	0,010724	0,008197	0,006209	0,004661	0,003467	0,002555	0,001865	0,001349	3
3	6	0,000967	0,000687	0,000483	0,000336	0,000232	0,000159	0,000107	0,000072	0,000048	0,000031	4
4	4	$0,207 \cdot 10^{-1}$	$0,133 \cdot 10^{-1}$	$0,854 \cdot 10^{-1}$	$0,541 \cdot 10^{-1}$	$0,340 \cdot 10^{-1}$	$0,211 \cdot 10^{-1}$	$0,130 \cdot 10^{-1}$	$0,793 \cdot 10^{-1}$	$0,479 \cdot 10^{-1}$	$0,287 \cdot 10^{-1}$	5
5	6	$0,170 \cdot 10^{-1}$	$0,996 \cdot 10^{-1}$	$0,579 \cdot 10^{-1}$	$0,333 \cdot 10^{-1}$	$0,190 \cdot 10^{-1}$	$0,107 \cdot 10^{-1}$	$0,599 \cdot 10^{-1}$	$0,332 \cdot 10^{-1}$	$0,182 \cdot 10^{-1}$	$0,987 \cdot 10^{-1}$	6
6	9	$0,530 \cdot 10^{-1}$	$0,282 \cdot 10^{-1}$	$0,149 \cdot 10^{-1}$	$0,777 \cdot 10^{-1}$	$0,402 \cdot 10^{-1}$	$0,206 \cdot 10^{-1}$	$0,104 \cdot 10^{-1}$	$0,523 \cdot 10^{-1}$	$0,260 \cdot 10^{-1}$	$0,128 \cdot 10^{-1}$	7
7	12	$0,624 \cdot 10^{-1}$	$0,301 \cdot 10^{-1}$	$0,144 \cdot 10^{-1}$	$0,681 \cdot 10^{-1}$	$0,319 \cdot 10^{-1}$	$0,148 \cdot 10^{-1}$	$0,680 \cdot 10^{-1}$	$0,310 \cdot 10^{-1}$	$0,139 \cdot 10^{-1}$	$0,622 \cdot 10^{-1}$	8
8	15	$0,275 \cdot 10^{-1}$	$0,120 \cdot 10^{-1}$	$0,521 \cdot 10^{-1}$	$0,223 \cdot 10^{-1}$	$0,948 \cdot 10^{-1}$	$0,399 \cdot 10^{-1}$	$0,166 \cdot 10^{-1}$	$0,684 \cdot 10^{-1}$	$0,279 \cdot 10^{-1}$	$0,113 \cdot 10^{-1}$	9
9	19	$0,452 \cdot 10^{-1}$	$0,179 \cdot 10^{-1}$	$0,702 \cdot 10^{-1}$	$0,273 \cdot 10^{-1}$	$0,105 \cdot 10^{-1}$	$0,400 \cdot 10^{-1}$	$0,151 \cdot 10^{-1}$	$0,563 \cdot 10^{-1}$	$0,208 \cdot 10^{-1}$	$0,762 \cdot 10^{-1}$	0 1
0	23	$0,276 \cdot 10^{-1}$	$0,991 \cdot 10^{-1}$	$0,352 \cdot 10^{-1}$	$0,124 \cdot 10^{-1}$	$0,432 \cdot 10^{-1}$	$0,149 \cdot 10^{-1}$	$0,509 \cdot 10^{-1}$	$0,172 \cdot 10^{-1}$	$0,576 \cdot 10^{-1}$	$0,191 \cdot 10^{-1}$	1 1
1	28	$0,627 \cdot 10^{-1}$	$0,204 \cdot 10^{-1}$	$0,656 \cdot 10^{-1}$	$0,209 \cdot 10^{-1}$	$0,660 \cdot 10^{-1}$	$0,206 \cdot 10^{-1}$	$0,637 \cdot 10^{-1}$	$0,195 \cdot 10^{-1}$	$0,592 \cdot 10^{-1}$	$0,178 \cdot 10^{-1}$	2 1
2	33	$0,528 \cdot 10^{-1}$	$0,155 \cdot 10^{-1}$	$0,453 \cdot 10^{-1}$	$0,131 \cdot 10^{-1}$	$0,373 \cdot 10^{-1}$	$0,106 \cdot 10^{-1}$	$0,296 \cdot 10^{-1}$	$0,820 \cdot 10^{-1}$	$0,225 \cdot 10^{-1}$	$0,612 \cdot 10^{-1}$	3 1
3	38	$0,165 \cdot 10^{-1}$	$0,439 \cdot 10^{-1}$	$0,116 \cdot 10^{-1}$	$0,302 \cdot 10^{-1}$	$0,782 \cdot 10^{-1}$	$0,200 \cdot 10^{-1}$	$0,508 \cdot 10^{-1}$	$0,127 \cdot 10^{-1}$	$0,317 \cdot 10^{-1}$	$0,779 \cdot 10^{-1}$	4 1
4	44	$0,190 \cdot 10^{-1}$	$0,458 \cdot 10^{-1}$	$0,109 \cdot 10^{-1}$	$0,259 \cdot 10^{-1}$	$0,606 \cdot 10^{-1}$	$0,140 \cdot 10^{-1}$	$0,322 \cdot 10^{-1}$	$0,732 \cdot 10^{-1}$	$0,165 \cdot 10^{-1}$	$0,367 \cdot 10^{-1}$	5 1
5	51	$0,810 \cdot 10^{-1}$	$0,177 \cdot 10^{-1}$	$0,382 \cdot 10^{-1}$	$0,818 \cdot 10^{-1}$	$0,173 \cdot 10^{-1}$	$0,364 \cdot 10^{-1}$	$0,756 \cdot 10^{-1}$	$0,156 \cdot 10^{-1}$	$0,317 \cdot 10^{-1}$	$0,639 \cdot 10^{-1}$	6 1
6	57	$0,128 \cdot 10^{-1}$	$0,252 \cdot 10^{-1}$	$0,493 \cdot 10^{-1}$	$0,956 \cdot 10^{-1}$	$0,183 \cdot 10^{-1}$	$0,348 \cdot 10^{-1}$	$0,655 \cdot 10^{-1}$	$0,122 \cdot 10^{-1}$	$0,225 \cdot 10^{-1}$	$0,411 \cdot 10^{-1}$	7 1
7	65	$0,742 \cdot 10^{-1}$	$0,133 \cdot 10^{-1}$	$0,235 \cdot 10^{-1}$	$0,413 \cdot 10^{-1}$	$0,716 \cdot 10^{-1}$	$0,123 \cdot 10^{-1}$	$0,201 \cdot 10^{-1}$	$0,353 \cdot 10^{-1}$	$0,590 \cdot 10^{-1}$	$0,974 \cdot 10^{-1}$	8 1

čí hustoty