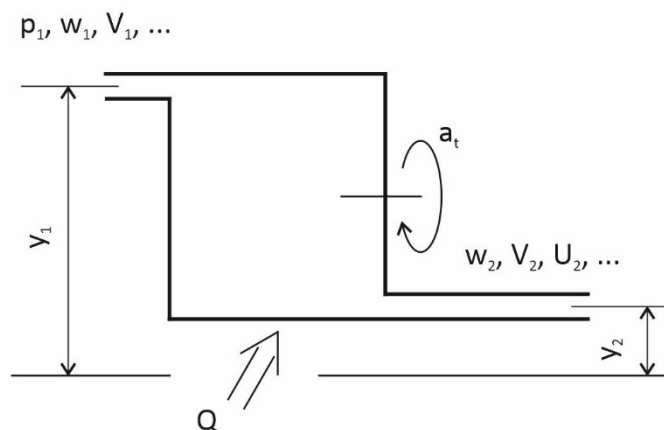




Základy termodynamiky pro výpočet vybraných konstrukčních prvků spalovací turbíny

První zákon termodynamiky pro kontrolní objem

Kontrolní objem, který je zobrazen na obr. 1, může znázorňovat libovolné zařízení, do kterého přivádíme tekutinu s určitými parametry a vlastnostmi (vstup 1), jako např. tlak, teplota, hustota a z něhož tekutinu opět odvádíme, avšak s parametry poněkud změněnými. Změna je způsobena dějem probíhajícím v uvedeném zařízení, např. v případě expanze v turbíně dojde k poklesu tlaku, teploty, ... Do kontrolního objemu je možné přivádět/odvádět teplo a mechanickou práci. Napíšeme-li na levou stranu energii do kontrolního objemu vstupující, tj. kinetickou energii, vlačovací práci, vnitřní energii a potenciální energii a s přihlédnutím k možnosti přívodu tepla a stejně tak na pravou stranu energii ze systému vystupující s přihlédnutím k odvedené práci, získáme energetickou bilanci systému.



obr. 1 kontrolní objem

$$m \cdot \frac{w_1^2}{2} + p_1 \cdot V_1 + U_1 + m \cdot g \cdot y_1 + Q \quad (1)$$

$$= m \cdot \frac{w_2^2}{2} + p_2 \cdot V_2 + U_2 + m \cdot g \cdot y_2 + A_t$$

Kde:

w [m/s] rychlost

p [Pa] tlak

V [m³] objem

U [J] vnitřní energie – vnitřní energie je energie všech částic, z nichž se látka skládá. Jde především o kinetickou a potenciální energii částic, ale může sem patřit také elektrická či chemická energie.



g	$[m/s^2]$	gravitační zrychlení
Q	$[J]$	teplo
m	$[kg]$	hmotnost

Rovnici upravíme pomocí definice entalpie, vydělíme hmotností a poté ji převedeme do diferenciálního tvaru.

Entalpie

Entalpie je fyzikální veličina představující energii obsaženou v termodynamické soustavě. Je definována jako součet vnitřní energie a tzv. vtláčovací práce, což je součin objemu a tlaku.

$$H = U + V \cdot p \quad (2)$$

Kde:

H	$[J]$	entalpie
$V \cdot p$		vtlačovací práce

$$\begin{aligned} m \cdot \frac{w_1^2}{2} + H_1 + m \cdot g \cdot y_1 + Q \\ = m \cdot \frac{w_2^2}{2} + H_2 + m \cdot g \cdot y_2 + A_t \quad | \cdot \frac{1}{m} \\ \frac{w_1^2}{2} + h_1 + g \cdot y_1 + q = \frac{w_2^2}{2} + h_2 + g \cdot y_2 + a_t \\ q = \frac{w_2^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} + h_2 - h_1 + g \cdot (y_2 - y_1) + a_t \\ dq = w \cdot dw + dh + g \cdot dy + da_t \end{aligned} \quad (3)$$

Tímto jsme získali první zákon termodynamiky ve tvaru pro elementární změny, představující ve své podstatě rovnici o zachování energie.

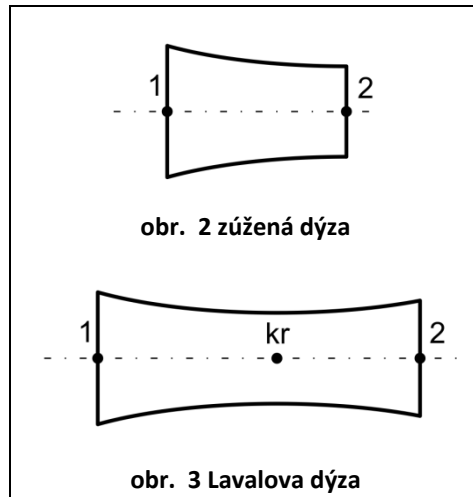
Dýza

Dýza je na první pohled jednoduché zařízení, u kterého dochází k plynulé změně průřezu. Ačkoliv se jedná o nenápadné zařízení, o jehož existenci většinou nemáme potuchy, ve skutečnosti se s ním setkáváme velice často. Umožňuje zvýšení rychlosti proudící tekutiny, přechod mezi dvěma tlakovými hladinami, můžeme jej používat pro omezení průtoku tekutin apod. Najít ji můžeme např. ve ventilech, kde pomocí dýzy a do ní zapadající kuželky regulujeme hmotnostní průtok, v domácnosti na ni narazíme v ledničkách, kde slouží k redukci tlaku za kondenzátorem, své nezastupitelné místo má v lopatkových strojích, kde dýzy tvoří jednotlivá lopatková kola – dýzy zde tvoří mezilopátkové kanály, geometrie těchto dýz je ovšem značně složitější. Setkat se s ní můžeme v leteckých motorech, kde tvoří výstupní část motoru nebo v karburátorech starších vozů.



Dle konstrukce rozlišujeme dva typy dýz:

- Zúžená dýza (obr. 2) – konstrukčně jednodušší, avšak nedovoluje dosáhnout na výstupu rychlosti vyšší než rychlost zvuku
- Lavalova dýza (obr. 3) – kde se dýza nejprve zužuje a po dosažení kritického bodu (kde dosáhne proudění rychlosti zvuku – za vhodných tlakových podmínek) se začne znovu rozšiřovat. V rozšiřující se části pak tekutina dosahuje nadzvukové rychlosti (pakliže je tlak za dýzou nižší nežli tlak kritický)



V tomto dokumentu budeme proudící médium považovat za ideální plyn. Obvykle je nám znám tlak a teplota na vstupu a tlak na výstupu. Příklad, kdy proudící tekutinou bude reálný plyn, si ukážeme při řešení konkrétních příkladů s vodou/vodní párou.

Při řešení dýzy hledáme tři důležité vztahy – rovnici pro výstupní rychlost, rovnici pro kritickou rychlost a kritický tlakový poměr. Při odvození těchto tří vztahů vycházíme z prvního zákona termodynamiky pro kontrolní objem (3):

$$dq = dh + g \cdot dy + w \cdot dw + da_t$$

Výstupní rychlost w_2

Rovnici nejprve zjednodušíme těmito předpoklady:

- $dy = 0$... proudění ve vodorovné rovině
- $dq = 0$... adiabatická expanze – nedochází k výměně tepla s okolím
- $da_t = 0$... není odváděna ani přiváděna práce

$$0 = dh + w \cdot dw$$

$$\int_1^2 w \cdot dw = - \int_1^2 dh = \int_2^1 dh$$

$$\frac{w_2^2 - w_1^2}{2} = h_1 - h_2$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2) + w_1^2} \quad |w_1 = 0$$

Předpokládáme, že vstupní rychlost tekutiny vtékající do dýzy je zanedbatelná oproti rychlosti vystupující. Pak si můžeme dovolit tvrdit, že vstupní rychlost $w_1 = 0$. Jak postupovat v případě, že vstupní rychlost nebude možné zanedbat, si ukážeme později.



$$w_2 = \sqrt{2 \cdot (h_1 - h_2)} \quad | h = c_p \cdot T; h_1 - h_2 = c_p \cdot (T_1 - T_2)$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_1 - T_2)} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right)} \quad | c_p = \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1}$$

Kde:

c_p [J/kg · K] měrná tepelná kapacita při konstantním tlaku

κ [1] Poissonova konstanta

r [J/kg · K] individuální plynová konstanta

Měření teplot je značně komplikované, výhodnější je vždy měření tlaků. Navíc proudění dýzou je dáno právě rozdílem tlaků mezi vstupem a výstupem, proto nahradíme poměr teplot poměrem tlaků. Vycházet budeme z rovnice adiabaty:

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa \quad (4)$$

Za měrný objem, který neznáme, dosadíme stavovou rovnici a vzniklou rovnici upravíme

$$p \cdot v = r \cdot T \rightarrow v = \frac{r \cdot T}{p} \quad (5)$$

$$p_1 \cdot \left(\frac{r \cdot T_1}{p_1}\right)^\kappa = p_2 \cdot \left(\frac{r \cdot T_2}{p_2}\right)^\kappa$$

$$\frac{p_1^\kappa}{p_1} \cdot r \cdot T_1 = \frac{p_2^\kappa}{p_2} \cdot r \cdot T_2$$

Individuální plynová konstanta r je pro případ ideálního plynu konstantní, proto se nám v rovnici zkrátí.

$$\begin{aligned} p_1^{\frac{1}{\kappa}} \cdot p_1^{-1} \cdot T_1 &= p_2^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} \cdot T_2 \\ \frac{T_2}{T_1} &= \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \end{aligned} \quad (6)$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot r \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]} \quad (7)$$

Výstupní rychlost proudící tekutiny je prvním důležitým vztahem, který jsme si odvodili. Tento vztah platí pro Lavalovu dýzu i pro dýzu zúženou, ovšem za předpokladu, že tlak za zúženou dýzou bude vyšší, případně rovný tlaku kritickému. Následovat bude odvození rychlosti kritické.



Kritická rychlost w_{kr}

Rychlost kritická je zároveň rychlostí zvuku v daném prostředí. Rychlost zvuku určíme dle následujícího vztahu:

$$a = \sqrt{\kappa \cdot r \cdot T} \quad (8)$$

Kritickou rychlost můžeme určit buď pro kritický bod nebo pro zúženou dýzu, ovšem za předpokladu kritického nebo nižšího tlaku za dýzou. Budeme předpokládat, že máme zúženou dýzu a kritické podmínky, kdy bude platit $w_2 = w_{kr} = a_2$. Pak platí, že:

$$w_{kr} = \sqrt{2 \cdot c_p \cdot (T_1 - T_2)} = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} - 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_2}{\kappa - 1}}$$

Jak je vidět, čítec ve druhém členu odpovídá druhé mocnině rychlosti zvuku pro bod 2, což je zároveň kritická rychlost $a_2^2 = \kappa \cdot r \cdot T_2 = w_{kr}^2$

$$\begin{aligned} w_{kr} &= \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} - 2 \cdot \frac{a^2}{\kappa - 1}} \quad | a^2 = w_{kr}^2 \\ w_{kr}^2 &= 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} - 2 \cdot \frac{w_{kr}^2}{\kappa - 1} \\ w_{kr}^2 + 2 \cdot \frac{w_{kr}^2}{\kappa - 1} &= w_{kr}^2 \cdot \left(1 + \frac{2}{\kappa - 1}\right) = 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} \\ w_{kr}^2 \cdot \left(\frac{\kappa - 1 + 2}{\kappa - 1}\right) &= w_{kr}^2 \cdot \frac{\kappa + 1}{\kappa - 1} = 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} \\ w_{kr}^2 &= 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} = 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa + 1} \\ w_{kr} &= \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa + 1}} \quad (9) \end{aligned}$$

Tímto jsme získali druhý důležitý vztah – výpočet kritické rychlosti.

Známe tedy kritickou a výtokovou rychlost. Avšak jak již bylo naznačeno, jejich použití je závislé hlavně na tlakovém poměru na vstupu a výstupu z dýzy. Pro výpočty je tedy důležité správně odhadnout, jaký typ dýzy by měl být pro daný případ použit.

Kritický tlakový poměr

Výběr vhodného typu dýzy pro konkrétní požadavky nám umožňuje kritický tlakový poměr β^* . Jeho odvození opět můžeme provádět buď pro kritický bod nebo pro výstupní průřez zúžené dýzy, v obou případech pro kritické nebo nadkritické proudění. My budeme předpokládat zúženou dýzu, tj. rychlost kritická je zároveň rychlostí výstupní.

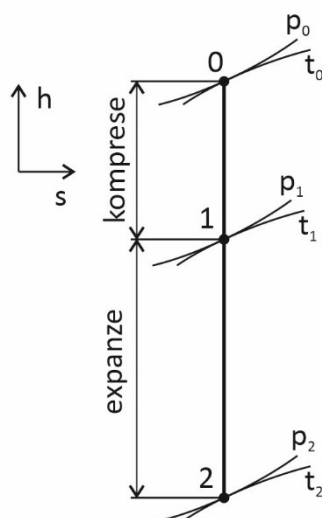


$$\begin{aligned}
 w_{kr}^2 &= w_2^2 \\
 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa + 1} &= 2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_1}{\kappa - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad | p_2 = p_{kr} \\
 \frac{1}{\kappa + 1} &= \frac{1}{\kappa - 1} \cdot \left[1 - \left(\frac{p_{kr}}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \\
 \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} &= 1 - \left(\frac{p_{kr}}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \\
 \left(\frac{p_{kr}}{p_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} &= 1 - \frac{\kappa - 1}{\kappa + 1} = \frac{\kappa + 1 - \kappa + 1}{\kappa + 1} = \frac{2}{\kappa + 1} \\
 \frac{p_{kr}}{p_1} &= \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = \beta^* \tag{10}
 \end{aligned}$$

Získali jsme vztah pro kritický tlakový poměr. Jak je vidět, jeho hodnota je závislá pouze na vlastnostech tekutiny. Tím jsme získali všechny rovnice potřebné pro řešení dýzy.

Klidové hodnoty

Vzorce, které jsme právě odvodili, byly odvozeny za předpokladu nulové (resp. zanedbatelné) vstupní rychlosti. Může však nastat případ, kdy je vstupní rychlost příliš vysoká, než abychom ji mohli zanedbat. Musíme tedy nalézt tzv. klidové hodnoty. Toho docílíme „zastavením proudu“, tj. vstupní rychlost bude nulová a my dodržíme původní podmínky. Změní se ovšem stavové veličiny na vstupu. Děj si můžeme znázornit v $h-s$ diagramu.



obr. 4 expanze a komprese v $h-s$ diagramu

Z obrázku je patrný průběh děje v dýze. V případě, kdy platí odvozené vztahy, tj. rychlost na vstupu je zanedbatelná, probíhá v dýze expanze ideálního plynu z bodu 1 (vstup do dýzy) do



bodů 2 (výstup z dýzy). V případě, že vstupní rychlost nelze zanedbat, musíme nalézt zastavením proudu již zmíněné klidové hodnoty. Celý děj si můžeme představit tak, že proudícímu médiu vložíme do cesty překážku, která proud zastaví, tj. docílíme nulové rychlosti. Dojde ke kompresi (stlačení) tekutiny, což je pochopitelně doprovázeno mimo jiné změnou tlaku a teploty. V $h - s$ diagramu je tento děj znázorněn izoentropickou kompresí z bodu 1 do bodu 0. Poněvadž jsme splnili podmínku nulové rychlosti, pro kterou jsme odvodili základní rovnice pro řešení dýzy, můžeme tyto rovnice opět použít.

Při hledání klidových hodnot budeme opět vycházet z prvního zákona termodynamiky pro kontrolní objem (3).

$$dq = dh + da_t + g \cdot dy + w \cdot dw$$

Rovnici opět zjednodušíme:

- komprese probíhá adiabaticky ... $dq = 0$
- během stlačování nedodáváme ani nevykonáváme žádnou práci ... $da_t = 0$
- výškový rozdíl je nulový ... $dy = 0$

Upravená rovnice pak má následující tvar:

$$0 = dh + w \cdot dw$$

Rovnici nyní upravíme s cílem nalézt teplotu plynu po zastavení proudu. Stlačení probíhá z bodu 1 do bodu 0, přičemž dojde k zastavení proudící tekutiny, tj. rychlost bude rovna nule.

$$\begin{aligned} \int_1^0 w \cdot dw &= - \int_1^0 dh = \int_0^1 dh \\ \frac{w_0^2 - w_1^2}{2} &= \frac{w_0^2}{2} - \frac{w_1^2}{2} = h_1 - h_0 \\ \frac{w_0^2}{2} + h_0 &= \frac{w_1^2}{2} + h_1 \quad | \quad w_0 = 0; \quad h = c_p \cdot T \\ c_p \cdot T_0 &= \frac{w_1^2}{2} + c_p \cdot T_1 \quad \left| \cdot \frac{1}{c_p} \right. \\ T_0 &= T_1 + \frac{w_1^2}{2 \cdot c_p} \quad \left| c_p = \frac{\kappa \cdot r}{\kappa - 1} \right. \\ T_0 &= T_1 + \frac{w_1^2}{2} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa \cdot r} \end{aligned} \tag{11}$$

Známe teplotu v bodě 0, zbývá určit v tomto bodě ještě tlak. Nejprve najdeme poměr mezi stavovými veličinami na začátku a na konci komprese:

$$\begin{aligned} p_0 \cdot v_0 &= r \cdot T_0 \\ p_1 \cdot v_1 &= r \cdot T_1 \\ \hline \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{v_0}{v_1} &= 1 \cdot \frac{T_0}{T_1} \end{aligned}$$



Získali jsme závislost mezi poměrem tlaků a teplot, ještě musíme vyřešit poměr měrných objemů. K tomu nám poslouží rovnice adiabaty (4).

$$p_0 \cdot v_0^\kappa = p_1 \cdot v_1^\kappa$$

$$\frac{v_0}{v_1} = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^{\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{-\frac{1}{\kappa}}$$

$$\frac{T_0}{T_1} = \frac{p_0}{p_1} \cdot \frac{v_0}{v_1} = \frac{p_0}{p_1} \cdot \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{-\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{1-\frac{1}{\kappa}} = \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$$

$$\frac{p_0}{p_1} = \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

$$p_0 = p_1 \cdot \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad (12)$$

Nyní, když známe teplotu i tlak v novém bodě 0, pro který platí, že rychlost tekutiny je nulová, můžeme řešit proudění dýzou pomocí rovnic (7), (9) a (10) odvozených výše.

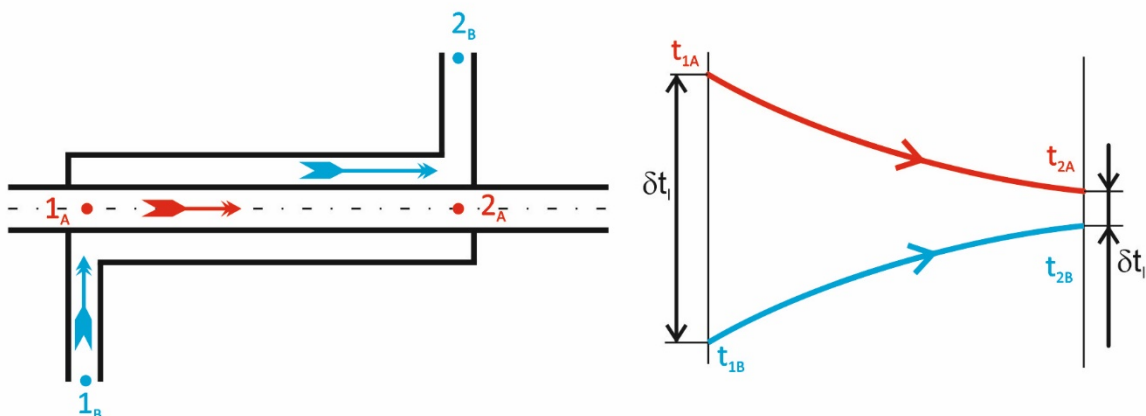
Výměníky

Výměníky lze dělit dle více hledisek. Některé z nich, důležité z hlediska konstrukce, si nyní představíme.

Dělení dle vzájemného toku tekutin:

- souproudý

Obě média proudí ve výměníku stejným směrem, jak je vidět na následujícím obr. 5:



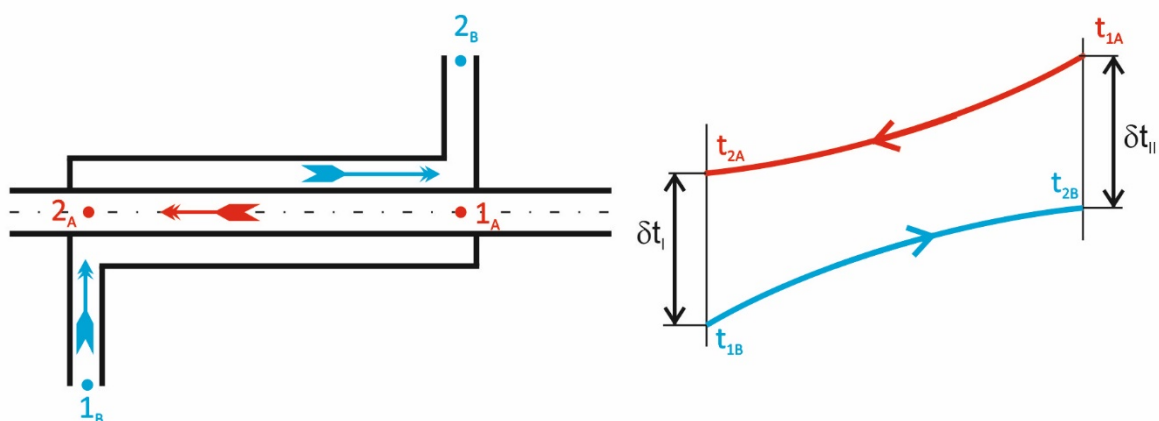
obr. 5 souproudý výměník a průběh teplot

Zároveň je na obrázku vidět průběh teplot a koncové rozdíly teplot δt_I a δt_{II} .



- protiproudý

V tomto případě obě média proudí vůči sobě v opačném směru. Vše je opět vidět na následujícím obr. 6



obr. 6 protiproudý výměník a průběh teplot

- křížový výměník je z hlediska proudění mnohem složitější, v nejjednodušším případě je směr proudění obou tekutin na sebe kolmé, což si lze představit např. u jedoucího auta, kdy chladič je nastaven kolmo na směr jízdy a při dostatečně vysoké rychlosti tedy proud okolního vzduchu nabíhá na chladič proti směru jízdy, tudíž také kolmo na chladič

Dělení dle principu činnosti:

- rekuperační výměníky tepla – kdy teplo předáváme z jednoho média do druhého prostupem teplosměnnou plochou; jedná se o nejrozšířenější druh výměníku, typickým příkladem jsou např. radiátory ústředního topení nebo chladiče u automobilů
- regenerační výměníky tepla – teplo se periodicky ukládá a odebírá z pracovní látky, v principu tedy dochází k akumulaci tepla; v energetice se s rotačním regeneračním výměníkem setkáváme při přehřevu spalovacího vzduchu, kdy na výstupu z kotle spaliny předávají tímto způsobem teplo do vzduchu přiváděného do hořáků
- směšovací výměníky tepla – k přenosu tepla dochází směšováním alespoň dvou tekutin; tento typ výměníku se v energetice používá např. v nízkotlaké regeneraci při termickém odplynění napájecí vody parního cyklu

Výpočet výměníku

Při výpočtu výměníků používáme několik rovnic. První z nich opět odvodíme z prvního zákona termodynamiky pro kontrolní objem (3):

$$dq = w \cdot dw + dh + g \cdot dy + da_t$$



Rovnici zjednodušíme následujícími předpoklady:

- rychlost na vstupu do výměníku a na výstupu z něj je shodná ... $dw = 0$
- výškový rozdíl je zanedbatelný ... $dy = 0$
- výměník neodebírání ani nevykonáváme žádnou práci ... $da_t = 0$

$$dq = dh$$

$$\int_I^{II} dq = \int_I^{II} dh$$

$$q_{I-II} = h_{II} - h_I = c_p \cdot (T_{II} - T_I) \quad (13)$$

Získali jsme první z rovnic – kalorimetrickou rovnici, díky níž známe množství tepla (v této verzi velikost měrného tepla) odebraného/předaného do jednoho z médií.

Druhá rovnice, kterou můžeme při výpočtu použít, je tepelná bilance výměníku.

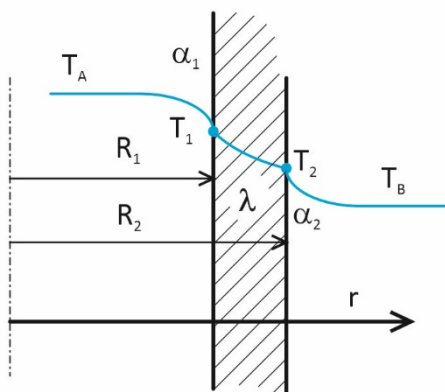
$$\dot{Q}_A + \dot{Q}_B = 0$$

$$\int_1^2 \dot{Q}_A = - \int_1^2 \dot{Q}_B = \int_2^1 \dot{Q}_B$$

$$\dot{m}_A \cdot c_p \cdot (T_{2A} - T_{1A}) = \dot{m}_B \cdot c_p \cdot (T_{1B} - T_{2B}) \quad (14)$$

Z této rovnice vyplývá, že teplo odebrané jedné tekutině se rovná teplu předanému druhé tekutině. Toto platí pro ideální výměník, u reálného výměníku bychom museli do výpočtu zahrnout také účinnost výměníku.

Poslední ze vzorců se používá pro určení velikosti teplosměnné plochy výměníku. Jeho odvození provedeme na trubkovém výměníku. Nejprve si na obrázku znázorníme prostup tepla z tekutiny A do tekutiny B skrze materiál trubky.



obr. 7 prostup tepla válcovou stěnou

Jak je vidět, prostup tepla se skládá ze tří částí – 1) přestup tepla z tekutiny A proudící trubkou do materiálu výměníku; 2) vedení tepla trubkou; 3) přestup tepla z vnějšího povrchu trubky do tekutiny B.

Nejprve stručně shrneme informace o přestupu a vedení tepla.



Vedení tepla

Vedení tepla řeší Biot-Fourierův zákon:

$$q = -\lambda \cdot \text{grad } T$$

respektive

$$\dot{Q} = -S \cdot \lambda \cdot \text{grad } T \quad (15)$$

Kde:

$\dot{Q}$	[W]	tepelný tok
S	[m ²]	plocha, kterou teplo prostupuje
λ	[W/m · K]	součinitel vedení tepla

Součinitel vedení tepla vyjadřuje schopnost látky vést teplo. Součinitel λ se pohybuje v rozmezí:

plyny	0,005 – 0,5
kapaliny	0,09 – 0,7
stavebniny	0,02 – 3
kovy	2 – 400

Nejvyšší hodnotu mají chemicky čisté kovy (stříbro ... 418,68; měď ... 395,42; zlato ... 310,52), se zhoršujícími se vlastnostmi hodnota součinitele klesá.

$\text{grad } T$ je vektor největšího spádu ve směru nárůstu teploty. Záporné znaménko je dáno opačným směrem oproti tepelnému toku. V našem případě se teplo šíří pouze jedním směrem, jedná se tedy o 1D úlohu. Vzorec pro vedení tepla válcovou stěnou pak bude mít následující tvar:

$$\dot{Q} = -S \cdot \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \quad (16)$$

Přestup tepla

Přestup tepla je složitý termokinetický děj a závisí na mnoha faktorech. Důležitou roli mají fyzikální vlastnosti tekutiny – např. hustota, kinematická viskozita, měrná tepelná kapacita, tepelná vodivost tekutiny a jiné. Dalším důležitým faktorem je rychlost proudění tekutiny. Podle způsobu proudění rozlišujeme konvekci přirozenou a nucenou (kdy proudění tekutiny je částečně, případně zcela způsobeno dalším zdrojem, např. ventilátorem). V neposlední řadě přestup tepla ovlivňuje tvar a jakost povrchu. Všechny tyto vlivy shrnul Newton do součinitele přestupu tepla α a výsledný vztah pro přestup tepla má tvar:

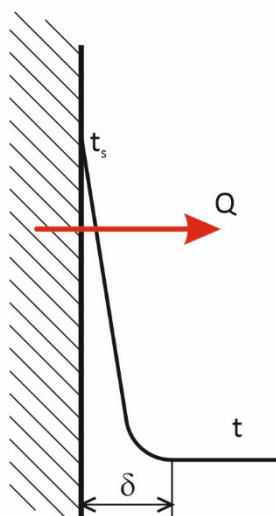
$$q = \alpha \cdot \Delta T = \alpha \cdot (t_s - t)$$

respektive

$$\dot{Q} = S \cdot \alpha \cdot (t_s - t) \quad (17)$$



kde $\alpha [W/(m \cdot K)]$ je již zmíněný součinitel přestupu tepla, $t_s [^{\circ}C]$ je povrchová teplota zdroje tepla a $t [^{\circ}C]$ je teplota tekutiny v dostatečné vzdálenosti od plochy (tj. mimo mezní vrstvu – viz obr. 8). Toto platí pro případ znázorněný na obrázku, kdy teplo přestupuje z teplosměnné plochy do okolní tekutiny. V případě, že tepelný tok naopak směřuje z tekutiny do teplosměnné plochy, budou teploty prohozeny $\dot{Q} = S \cdot \alpha \cdot (t - t_s)$. Obecně tedy rozdíl teplot respektuje směr tepelného toku, jak uvidíme později.



obr. 8 přestup tepla z teplosměnné plochy do okolní tekutiny

Výpočet součinitele přestupu tepla je velmi obtížný a používá se ve výjimečných případech, v praxi používáme tabulkové hodnoty. Tyto hodnoty byly získány proměřením několika případů a pomocí teorie podobnosti pak naměřené hodnoty přenášíme na podobné děje. S použitím kritériálních rovnic získáme potřebný součinitel přestupu tepla.

Součinitel prostupu tepla

Při řešení prostupu tepla sečteme vztahy pro všechny tři změny, tj. přestup tepla z tekutiny A na vnitřní válcový povrch teplosměnné plochy, dále pak vedení tepla válcovou plochou a na závěr z vnějšího povrchu válcové teplosměnné plochy do tekutiny B – jak je vidět na obr. 7.

Nejprve si však připravíme vztah pro vedení tepla. Vzhledem k tomu, že teplosměnná plocha je tvořena trubkou, bude se nám pochopitelně plocha, kterou teplo prochází, se zvyšováním poloměru také zvětšovat. Úpravami rovnice (16) získáme vztah:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -S \cdot \lambda \cdot \frac{dT}{dr} \quad | \quad S = o \cdot L = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \\ \int_1^2 dT &= \int_1^2 - \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \cdot \lambda} \cdot dr \\ \int_2^1 dT &= \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \int_1^2 \frac{dr}{r} \\ T_1 - T_2 &= \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot |\ln r|_1^2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}\end{aligned}$$



Taktéž u přestupu tepla převedeme rozdíl teplot na levou stranu rovnice, zbývající parametry budou po úpravě vpravo:

$$\dot{Q} = S \cdot \alpha \cdot (T_I - T_{II}) \quad | \quad S = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot L$$

$$T_I - T_{II} = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot L \cdot \alpha}$$

Vše potřebné pro určení prostupu tepla máme připraveno, sestavíme tedy soustavu rovnic a rovnice poté sečteme. Indexy budeme dodržovat dle obr. 7:

$$T_A - T_1 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot L \cdot \alpha_1}$$

$$T_1 - T_2 = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1}$$

$$T_2 - T_B = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot L \cdot \alpha_2}$$

Rovnice sečteme, čímž získáme následující vztah, který budeme dále upravovat.

$$T_A - T_B = \dot{Q} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_1 \cdot L} \cdot \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot R_2 \cdot L} \cdot \frac{1}{\alpha_2} \right)$$

$$T_A - T_B = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L} \cdot \left(\frac{1}{R_1} \cdot \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{1}{R_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2} \right)$$

$$T_A - T_B = \frac{\dot{Q}}{2 \cdot \pi \cdot L \cdot R_1} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{R_1}{\lambda} \cdot \ln \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_1}{R_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2} \right)$$

$$T_A - T_B = \frac{\dot{Q}}{S_1} \cdot \left(\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2} \right) \quad (18)$$

Získali jsme výsledný vztah pro konkrétní případ prostupu tepla válcovou stěnou. Pro budoucí práci se vzorcem je velmi důležité si pamatovat, že teplosměnná plocha S_1 je odvozena pro vnitřní průměr trubky.

Provedeme poslední úpravu vzorce, spočívající v osamostatnění tepelného toku. Celou rovnici pak převedeme do zjednodušeného tvaru.

$$\dot{Q} = \underbrace{(T_A - T_B)}_{\Delta T} \cdot S_1 \cdot \underbrace{\frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2}}}_{k}$$

$$\dot{Q} = S_1 \cdot k \cdot \Delta T \quad (19)$$

Určit rozdíl teplot není snadné, při odvozování jsme vycházeli z teplot v jednom konkrétním řezu výměníkem, v průběhu výměníku se teploty plynule mění, navíc u reálné tekutiny není změna teplot přímo úměrná, ale je dána funkcí respektující změnu teploty média. V takovém

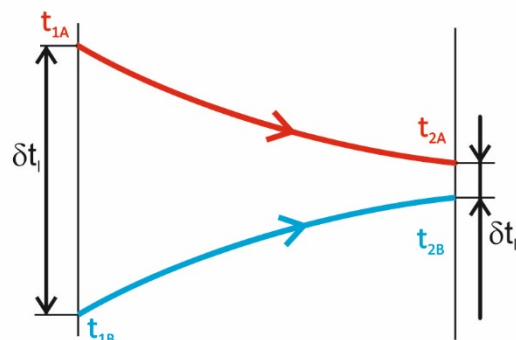


případě je obtížné stanovit jednoduchý rozdíl teplot, proto se používá tzv. střední teplotní logaritmický spád, jeho vzorec včetně vyznačení hodnot v grafu průběhu teplot je:

$$\Delta \bar{t} = \frac{\delta t_I - \delta t_{II}}{\ln \frac{\delta t_I}{\delta t_{II}}}$$

$$\delta t_I = t_{1A} - t_{1B}$$

$$\delta t_{II} = t_{2A} - t_{2B}$$



obr. 9 průběh teplot ve výměníku

Výsledný tvar rovnice pak je:

$$\dot{Q} = S \cdot k \cdot \Delta \bar{t} \quad (20)$$

S	$[m^2]$	velikost teplosměnné plochy
k	$[J/m^2 \cdot K]$	součinitel prostupu tepla
$\Delta \bar{t}$	$[K]$	střední teplotní logaritmický spád

Otázky pro studenty

- Napište první zákon pro kontrolní objem.
- Kde se můžeme setkat s dýzou? Uveďte několik příkladů z technické praxe.
- Jaké známe druhy dýz?
- Co jsou klidové parametry a za jakých okolností je hledáme?
- Jak dělíme výměníky?
- Co je součinitel prostupu tepla?

Použitá a doporučená literatura

1. Mareš, R.: Kapitoly z termomechaniky, ZČU v Plzni, 2008
2. Kadrnožka, J.: Tepelné elektrárny a teplárny, SNTL, 1984
3. Horlock, J.H.: Advanced Gas Turbine Cycles, Elsevier Science Ltd., 2003, ISBN 0-08-044273-0