



Dýza

1. příklad

Navrhněte dýzu pro tlakový poměr $p_2/p_1 = 0,8$. Dýzou budou protékat 4 kg vzduchu za sekundu. Počáteční tlak je 3 MPa a teplota 300 °C. Určete nejmenší průměr dýzy. Zanedbejte rychlost na vstupu.

Zadání:

$$\beta = 0,8$$

$$\dot{m} = 4 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$p_1 = 3 \text{ MPa}$$

$$t_1 = 300 \text{ °C}$$

Médium – ideální vzduch ... $\kappa = 1,4$

$$d_{\min} = ?$$

Řešení:

Nejprve určíme, o jaký typ dýzy se bude jednat. K tomu použijeme kritický tlakový poměr odvozený v doprovodném textu.

$$\beta^* = \left(\frac{2}{\kappa + 1} \right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} = \left(\frac{2}{1,4 + 1} \right)^{\frac{1,4}{1,4 - 1}} = 0,528$$

Pro určení typu dýzy porovnáme kritický tlakový poměr s poměrem výstupního a vstupního tlaku β

$$\beta^* = 0,528 < \beta = 0,8$$

$$\beta^* = \frac{p_{kr}}{p_1} < \beta = \frac{p_2}{p_1}$$

$$p_{kr} < p_2$$

Kritický tlak je nižší nežli tlak za dýzou, nedosáhneme tudíž kritického tlaku a rychlost bude nižší nežli rychlost zvuku. Použijeme tedy dýzu zúženou, platí, že nejmenší průřez dýzy bude na výstupu $d_{\min} = d_2$.

Výstupní průřez určíme z rovnice kontinuity:

$$\dot{m} = S_2 \cdot w_2 \cdot \rho_2 = \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} \cdot w_2 \cdot \rho_2$$

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot w_2 \cdot \rho_2}} \quad (1)$$



V rovnici máme dvě neznámé – výstupní rychlost w_2 a hustotu tekutiny na výstupu ρ_2 . Nejprve vyřešíme hustotu tekutiny. Víme, že proudění dýzou je adiabatický děj, použijeme proto rovnici adiabaty mezi vstupem a výstupem.

$$p_1 \cdot v_1^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa = p_2 \cdot \frac{1}{\rho_2^\kappa}$$

Neznáme měrný objem na vstupu do dýzy, proto jej nahradíme stavovou rovnicí. Zároveň odmocníme Poissonovou konstantou κ celou rovnici.

$$\sqrt[\kappa]{p_1} \cdot \frac{r \cdot T}{p_1} = p_2^{\frac{1}{\kappa}} \cdot \frac{1}{\rho_2}$$

$$\rho_2 = \sqrt[\kappa]{\frac{p_2}{p_1}} \cdot \frac{p_1}{r \cdot T_1} = \sqrt[0,8]{0,8} \cdot \frac{3 \cdot 10^6}{287 \cdot 573} = 15,55 \quad \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Pro výpočet výstupní rychlosti použijeme vztah odvozený v doprovodném textu.

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot r \cdot T_1 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}} \right]}$$

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4 - 1} \cdot 287 \cdot 573 \cdot \left[1 - (0,8)^{\frac{0,4}{1,4}} \right]} = 266,7 \quad \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nyní již známe vše potřebné pro zjištění minimálního průměru dýzy, tj. můžeme dosadit do vztahu (1):

$$d_2 = \sqrt{\frac{4 \cdot \dot{m}}{\pi \cdot w_2 \cdot \rho_2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 4}{\pi \cdot 266,7 \cdot 15,55}} = 0,035 \quad \text{m}$$

Nejmenší průměr dýzy je 3,5 cm. Vzhledem k tomu, že tlak za dýzou je vyšší nežli tlak kritický, použijeme zúženou dýzu. Nejmenší průměr kruhové dýzy je tudíž zároveň průměrem výstupním.

2. příklad

Určete výstupní průměr dýzy. Je znám tlak, teplota a rychlost na vstupu, nejmenší průměr a tlak na výstupu z dýzy. Proudícím médiem je ideální plyn – vzduch.

Zadání:

$$p_1 = 1 \quad \text{MPa}$$

$$p_2 = 0,25 \quad \text{MPa}$$

$$T_1 = 600 \quad \text{K}$$

$$d_{\min} = 45 \quad \text{mm}$$

$$w_1 = 250 \quad \text{m/s}$$

Proudící médium ... ideální plyn – vzduch



Řešení:

Vzorce, které jsme odvodili v doprovodném textu a které jsme použili v předchozím příkladu, byly odvozeny za předpokladu nulové (resp. zanedbatelné) vstupní rychlosti. V tomto příkladu je ovšem vstupní rychlost příliš vysoká, než abychom ji mohli zanedbat. Musíme tedy nalézt tzv. klidové hodnoty. Jejich odvození opět nalezneme v doprovodném textu.

Nejprve vypočítáme klidovou teplotu T_0 , poté tlak p_0 v zastaveném proudu. K jejich výpočtu použijeme již zmíněné odvozené rovnice.

$$T_0 = T_1 + \frac{w_1^2}{2} \cdot \frac{\kappa - 1}{\kappa \cdot r} = 600 + \frac{(250)^2}{2} \cdot \frac{1,4 - 1}{1,4 \cdot 287} = 631 \text{ K}$$

$$p_0 = p_1 \cdot \left(\frac{T_0}{T_1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} = 1 \cdot 10^6 \cdot \left(\frac{631}{600}\right)^{\frac{1,4}{1,4-1}} = 1,193 \cdot 10^6 \text{ Pa}$$

Známe tedy hlavní klidové veličiny. Odteď budeme všude používat místo původních vstupních veličin veličiny klidové.

Díky znalosti klidových veličin můžeme přistoupit k řešení samotné dýzy. Nejprve zjistíme, o jaký typ dýzy se jedná. V minulém příkladu jsme zjistili kritický tlakový poměr pro vzduch. Ještě dopočítáme poměr tlaků na výstupu/vstupu z dýzy. Z jejich porovnání budeme schopni určit, o jaký typ dýzy by se mělo jednat.

$$\beta^* = 0,528 \quad [1]$$

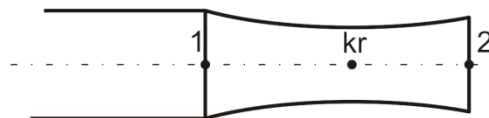
$$\beta = \frac{p_2}{p_0} = \frac{0,25 \cdot 10^6}{1,193 \cdot 10^6} = 0,21$$

$$\beta < \beta^* \Rightarrow \text{nadkritické proudění; lavalova dýza}$$

Minimální průměr je tedy zároveň průměrem kritickým. Nehledáme tedy průměr minimální, ale průměr d_2 . Využijeme toho, že každým řezem dýzy musí protékat stejný hmotnostní průtok.

$$\dot{m} = S_{KR} \cdot w_{KR} \cdot \rho_{KR} = S_2 \cdot w_2 \cdot \rho_2$$

$$\pi \cdot \frac{d_{KR}^2}{4} \cdot w_{KR} \cdot \rho_{KR} = \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} \cdot w_2 \cdot \rho_2$$



obr. 1 Lavalova dýza

$$d_{KR}^2 \cdot w_{KR} \cdot \rho_{KR} = d_2^2 \cdot w_2 \cdot \rho_2 \quad | \quad d_{KR} = d_{min}$$

$$d_2^2 = d_{min}^2 \cdot \frac{w_{KR}}{w_2} \cdot \frac{\rho_{KR}}{\rho_2} \quad (2)$$

Získali jsme koncový vztah pro výpočet výstupního průměru, dopočítáme neznámé ve vzorci. Začneme výstupní rychlostí, použijeme vzorec odvozený v doprovodném textu.

$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa}{\kappa - 1} \cdot r \cdot T_0 \cdot \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_0}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$



$$w_2 = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4}{1,4-1} \cdot 287 \cdot 631 \cdot \left[1 - (0,21)^{\frac{1,4-1}{1,4}}\right]} = 675,3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Nyní dopočítáme kritickou rychlost, opět použijeme vztah z doprovodného textu.

$$w_{kr} = \sqrt{2 \cdot \frac{\kappa \cdot r \cdot T_0}{\kappa + 1}} = \sqrt{2 \cdot \frac{1,4 \cdot 287 \cdot 631}{1,4 + 1}} = 459,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Jak je vidět, výstupní rychlost je vyšší nežli rychlost kritická, což potvrzuje nutnost použití Lavalovi dýzy. Zbývá dopočítat obě hustoty. K jejich výpočtu použijeme rovnici adiabaty:

$$p_0 \cdot v_0^\kappa = p_2 \cdot v_2^\kappa = p_2 \cdot \frac{1}{\rho_2^\kappa}$$

$$\sqrt[\kappa]{p_0} \cdot v_0 = \sqrt[\kappa]{p_2} \cdot \frac{1}{\rho_2}$$

$$\rho_2 = \sqrt[\kappa]{\frac{p_2}{p_0}} \cdot \frac{1}{v_0} = \sqrt[\kappa]{\beta} \cdot \frac{p_0}{r \cdot T_0}$$

$$\rho_2 = \sqrt[1,4]{0,21} \cdot \frac{1,193 \cdot 10^6}{287 \cdot 631} = 2,16 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\rho_{KR} = \sqrt[\kappa]{\beta^*} \cdot \frac{p_0}{r \cdot T_0} = \sqrt[1,4]{0,528} \cdot \frac{1,193 \cdot 10^6}{287 \cdot 631} = 4,17 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Všechny potřebné hodnoty máme vypočítané, dosadíme tedy do vztahu pro výpočet výstupního průměru (2) a určíme jej.

$$d_2 = 0,045 \cdot \sqrt{\frac{459,6}{675,3} \cdot \frac{4,17}{2,16}} = 5,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

Výměníky

3. příklad

Ve výměníku se ohřívá vzduch z teploty 20 °C na teplotu 210 °C. Spaliny se současně ochlazují z teploty 410 °C na 250 °C. Určete poměr ploch souproutého a protiproutého výměníku.

Zadání:

A: spaliny

$$t_{1A} = 410 \text{ °C} \quad t_{2A} = 250 \text{ °C}$$

B: vzduch

$$t_{1B} = 20 \text{ °C} \quad t_{2B} = 210 \text{ °C}$$



Řešení:

Poměr ploch vyřešíme z teplotní bilance výměníku. Výpočet zjednodušíme tím, že budeme uvažovat ideální výměník, tj. zanedbáme jeho účinnost. Vzhledem k tomu, že v obou případech jsou stejné teploty spalin i vzduchu, musí být stejný i tepelný tok.

$$\dot{Q}_S = \dot{Q}_P$$

$$S_S \cdot k_S \cdot \Delta \bar{t}_S = S_P \cdot k_P \cdot \Delta \bar{t}_P$$

Abychom mohli výměníky vzájemně porovnávat, musíme v obou případech kromě teplot dodržet ještě další parametry, tj. oba výměníky – souproudý i protiproudý – jsou vyrobeny ze stejného materiálu a tudíž mají stejný součinitel prostupu tepla $k_S = k_P$. Dostaneme se tak k závislosti poměru ploch na poměru středních teplotních logaritmických spádů.

$$\frac{S_S}{S_P} = \frac{\Delta \bar{t}_P}{\Delta \bar{t}_S}$$

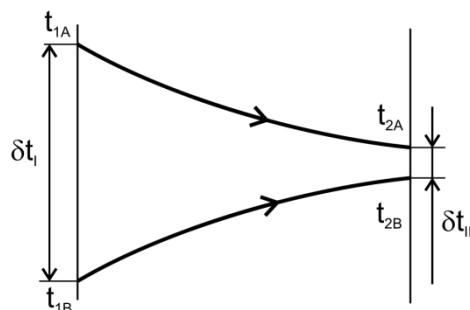
Vyřešíme tedy střední teplotní spády obou typů výměníků.

a) souproudý

$$\delta t_I = t_{1A} - t_{1B} = 410 - 20 = 390 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\delta t_{II} = t_{2A} - t_{2B} = 250 - 210 = 40 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta \bar{t}_S = \frac{\delta t_I - \delta t_{II}}{\ln \frac{\delta t_I}{\delta t_{II}}} = \frac{390 - 40}{\ln \frac{390}{40}} = 154 \text{ } ^\circ\text{C}$$



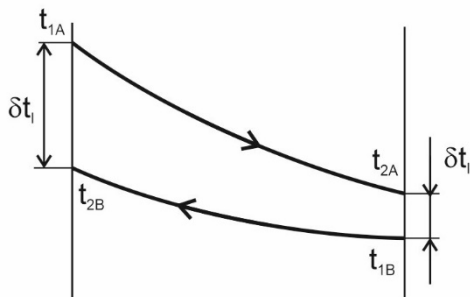
obr. 2 průběh teplot v souproudém výměníku

b) protiproudý

$$\delta t_I = t_{1A} - t_{2B} = 410 - 210 = 200 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\delta t_{II} = t_{2A} - t_{1B} = 250 - 20 = 230 \text{ } ^\circ\text{C}$$

$$\Delta \bar{t}_P = \frac{\delta t_I - \delta t_{II}}{\ln \frac{\delta t_I}{\delta t_{II}}} = \frac{200 - 230}{\ln \frac{200}{230}} = 215 \text{ } ^\circ\text{C}$$



obr. 3 průběh teplot v protiproudém výměníku

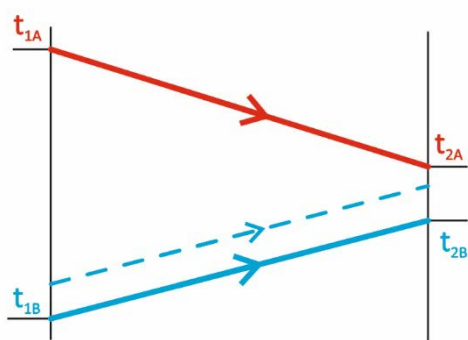


Vypočítali jsme teplotní spády, tím pádem můžeme dopočítat poměr ploch obou výměníků.

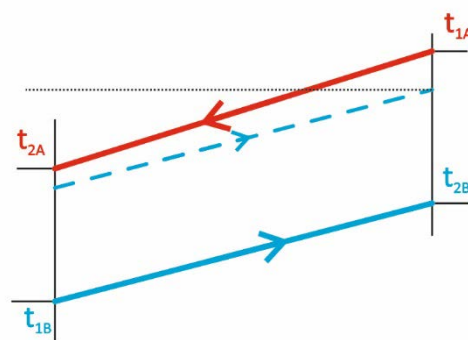
$$\frac{S_S}{S_P} = \frac{\Delta \bar{t}_P}{\Delta \bar{t}_S} = \frac{215}{154} \doteq 1,4$$
$$S_S = 1,4 \cdot S_P$$

Z tohoto příkladu vyplývá několik zajímavých závěrů.

- 1) Plocha souproudého výměníku vychází při stejných podmínkách o 40% větší než v případě výměníku protiproudého. S tím jsou pochopitelně spojené také vyšší investiční náklady.
- 2) Jak je vidět z průběhu teplot v obou výměnících, v případě souproudého výměníku je za provozu na vstupu velký rozdíl teplot ($\delta t_I = 390^\circ\text{C}$), což bude způsobovat problémy s teplotním namáháním výměníku při najíždění a odstavování výměníku. V případě protiproudého výměníku je rozdíl teplot výrazně menší a taktéž rozdíl teplot po délce výměníku je vyrovnanější ($\delta t_I = 200^\circ\text{C}$; $\delta t_{II} = 230^\circ\text{C}$), výměník tedy bude oproti souproudému méně teplotně namáhán.
- 3) Třetí výhoda protiproudého oproti souproudému výměníku nesouvisí přímo s řešeným příkladem, avšak z průběhu teplot lze výhodu protiproudého výměníku vystopovat. V případě reálného výměníku existuje vždy koncový rozdíl teplot, proto jsme jej také uvažovali. Jak je vidět z následujících obrázků, v případě souproudého výměníku (obr. 4) bude vždy teplota ohřátí ohřívaného média t_{2B} nižší, nežli výstupní teplota druhého média t_{2A} , protiproudý výměník nám však dovoluje docílit výstupní teplotu ohřívaného média t_{2B} vyšší nežli výstupní teplotu t_{2A} média, kterému teplo odebíráme.



obr. 4 možnosti ohřátí v souproudém výměníku



obr. 5 možnosti ohřátí v protiproudém výměníku



4. příklad

Dle zadaných parametrů určete teplosměnnou plochu protiproudého výměníku. Výměník je konstrukčně navržen jako „trubka v trubce“, kdy vnitřní trubkou proudí vzduch, kterému teplo odebíráme, vnější trubkou proudí ohřívaná voda. Zároveň z teplosměnné plochy určete potřebnou délku výměníku.

Zadání:

A: vzduch

$\dot{m}_A = 2 \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}$	hmotnostní průtok vzduchu
$p_A = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa}$	tlak proudícího vzduchu
$t_{1A} = 140 \text{ }^\circ\text{C}$	vstupní teplota
$t_{2A} = 25 \text{ }^\circ\text{C}$	výstupní teplota
$c_{pA} = 1004,5 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	měrná tepelná kapacita ideálního vzduchu
$r_A = 287 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	individuální plynová konstanta ideálního vzduchu
$w_A = 15 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost proudění

B: voda

$t_{1B} = 18 \text{ }^\circ\text{C}$	vstupní teplota
$t_{2B} = 24 \text{ }^\circ\text{C}$	výstupní teplota
$c_{pB} = 4187 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	měrná tepelná kapacita vody
$w_B = 0,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$	rychlost proudění
$\rho_B = 1000 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$	hustota vody

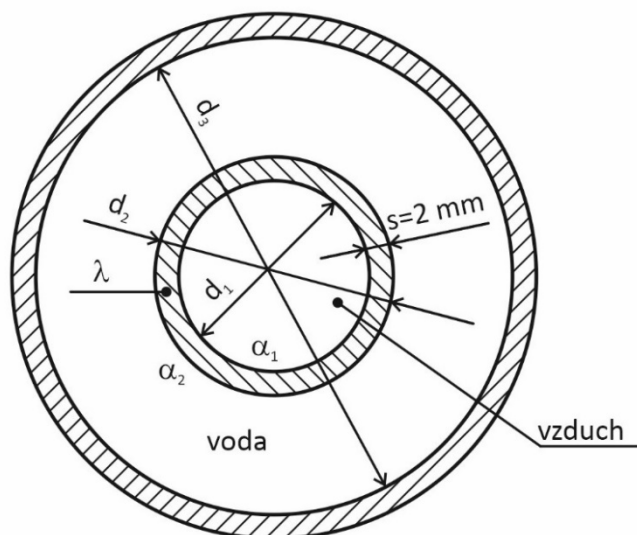
Další parametry

$s = 0,002 \text{ m}$	tloušťka stěny vnitřní trubky
-----------------------	-------------------------------



Řešení:

Řez výměníkem vidíme na následujícím obrázku.



obr. 6 řez řešeným trubkovým výměníkem

Teplosměnná plocha

Hlavním úkolem je vyřešit velikost teplosměnné plochy, začneme tedy vztahem pro její výpočet, který jsme si odvodili v doprovodném textu.

$$\dot{Q} = S \cdot k \cdot \overline{\Delta t} \quad (3)$$

$$S = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \overline{\Delta t}}$$

Jak je vidět, žádný z potřebných parametrů neznáme, musíme je tedy postupně vyřešit. Začneme určením předávaného tepla.

Tepelný tok

Vycházíme z kalorimetrické rovnice:

$$d\dot{Q} = \dot{m} \cdot c_p \cdot dT$$

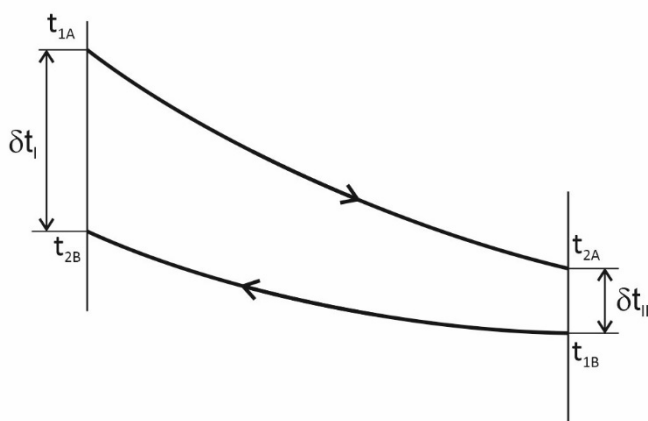
$$\dot{Q} = \dot{m}_A \cdot c_{pA} \cdot (t_{1A} - t_{2A})$$

$$\dot{Q} = 2 \cdot 1004,5 \cdot (140 - 25) = 231\,035 \text{ W}$$



Střední logaritmický tepelný spád

První parametr máme určený, dalším bude střední teplotní logaritmický spád. Pro lepší orientaci je na obr. 7 zobrazen teplotní průběh ve výměníku.



obr. 7 průběh teplot v řešeném výměníku

$$\overline{\Delta t} = \frac{\delta t_I - \delta t_{II}}{\ln \frac{\delta t_I}{\delta t_{II}}}$$

$$\delta t_I = t_{1A} - t_{2B} = 140 - 24 = 116 \text{ K}$$

$$\delta t_{II} = t_{2A} - t_{1B} = 25 - 18 = 7 \text{ K}$$

$$\overline{\Delta t} = \frac{116 - 7}{\ln \frac{116}{7}} = 38,8 \text{ K}$$

Součinitel prostupu tepla

Poslední neznámou ve vztahu pro výpočet teplosměnné plochy je součinitel prostupu tepla. K jeho určení použijeme následující vztah, odvozený pro válcovou teplosměnnou plochu v doprovodném textu.

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2}} \quad (4)$$

Jak je z předchozího vztahu vidět, jeho určení není jednoduché a závisí na mnoha dalších parametrech, které budeme muset postupně vyřešit. Nejprve vyřešíme geometrické rozměry vyplývající z obr. 6.

Vnitřní průměr trubky vzduchu d_1

Pro určení vnitřního průměru vnitřní trubky použijeme rovnici kontinuity.

$$\dot{m}_A = S_1 \cdot w_A \cdot \rho_A \Rightarrow S_1 = \frac{\dot{m}_A}{w_A \cdot \rho_A} \quad (5)$$



Hmotnostní průtok a rychlost proudění vzduchu máme zadané, zbývá určit hustotu vzduchu. K jejímu určení použijeme stavovou rovnici.

$$p_A \cdot v_A = r \cdot T_A \quad \left| \quad v_A = \frac{1}{\rho_A} \right.$$

$$\frac{p_A}{\rho_A} = r \cdot T_A \Rightarrow \rho_A = \frac{p_A}{r \cdot T_A} \quad (6)$$

Tlak a individuální plynovou konstantu máme zadané, zbývá stanovit teplotu vzduchu. Ta se pochopitelně během proudění vzduchu výměníkem snižuje, pro zjednodušení budeme předpokládat, že snižování teploty probíhá lineárně a do vztahu pro výpočet hustoty (6) dosadíme střední teplotu.

$$T_A = \frac{T_{1A} + T_{2A}}{2} = \frac{413 + 298}{2} = 355,5 \text{ K}$$

$$\rho_A = \frac{4 \cdot 10^5}{287 \cdot 355,5} = 3,92 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Nyní již můžeme dopočítat vnitřní plochu vnitřní trubky (5) a z ní následně určit její průměr.

$$S_1 = \frac{\dot{m}_A}{w_A \cdot \rho_A} = \frac{2}{15 \cdot 3,92} = 0,034 \text{ m}^2$$

$$d_1 = \sqrt{\frac{4 \cdot S_1}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,034}{\pi}} = 0,208 \text{ m}$$

Vnější průměr trubky vzduchu d_2

Výpočet vnějšího průměru vnitřní trubky je vzhledem k zadané tloušťce stěny snadný:

$$d_2 = d_1 + 2 \cdot s = 0,208 + 2 \cdot 0,002 = 0,212 \text{ m}$$

Vnitřní průměr trubky vody d_3

Vnitřní průměr vnější trubky opět určíme pomocí rovnice kontinuity.

$$S_3 = \frac{\dot{m}_B}{w_B \cdot \rho_B}$$

Tentokrát ovšem nemáme zadáný hmotnostní průtok vody, proto jej musíme určit z kalorimetrické rovnice.

$$\dot{Q} = \dot{m}_B \cdot c_{pB} \cdot (t_{B1} - t_{B2})$$

$$\dot{m}_B = \frac{\dot{Q}}{c_{pB} \cdot (t_{B1} - t_{B2})} = \frac{231\,035}{4\,187 \cdot (24 - 18)} = 9,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$

$$S_3 = \frac{\dot{m}_B}{w_B \cdot \rho_B} = \frac{9,2}{0,5 \cdot 1\,000} = 0,018 \text{ m}^2$$

$$S_3 = \frac{\pi}{4} \cdot (d_3^2 - d_2^2)$$



$$d_3 = \sqrt{\frac{4 \cdot S_3}{\pi} + d_2^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 0,018}{\pi} + 0,212^2} = 0,261 \text{ m}$$

Součinitel přestupu tepla na straně vzduchu α_1

Výpočet součinitele přestupu tepla je velmi obtížný a používá se ve výjimečných případech, v praxi používáme tabulkové hodnoty. Tyto hodnoty byly získány proměřením několika případů a pomocí teorie podobnosti pak naměřené hodnoty přenášíme na podobné děje. Pro získání hledaného součinitele přestupu tepla použijeme odpovídající kritériální rovnici.

Vzhledem k problémům spojeným se zjišťováním důležitých parametrů na skutečném díle, se jejich hodnota určí na modelu a poté se výsledek přenesse pomocí bezrozměrných čísel na samotné dílo. Pro určení součinitele přestupu tepla se používá Nusseltovo bezrozměrné číslo.

$$Nu_A = \frac{\alpha_1 \cdot d_1}{\lambda_{tA}}$$

Jak je vidět, Nusseltovo číslo obsahuje kromě součinitele přestupu tepla α také tzv. charakteristický rozměr d daný geometrií řešeného případu a součinitel tepelné vodivosti v tekutině λ_t . Určit ovšem musíme také samotné Nusseltovo číslo Nu . K tomu použijeme tzv. kritériální rovnici, ta je opět dána řešeným případem, např. geometrií, rychlostí proudění apod. Kritériální rovnice jsou dohledatelné v odborné literatuře zabývající se přenosem tepla a hmoty. Pro náš případ má kritériální rovnice tvar:

$$Nu_A = 0,023 \cdot Re_A^{0,8} \cdot Pr_A^{0,4} \quad (7)$$

Nusseltovo číslo je funkcí Reynoldsova a Prandtlova čísla $Nu = f(Re, Pr)$. Prandtlovo číslo je dáno termofyzikálními veličinami a je tudíž pro konkrétní hodnoty tekutiny dohledatelné. Reynoldsovo číslo je funkcí rychlosti proudění, opět charakteristickým rozměrem a v neposlední řadě také součinitelem kinematické vazkosti tekutiny: $Re = f(w, d, \nu)$:

$$Re_A = \frac{w_A \cdot d_1}{\nu_A} \quad (8)$$

Některé parametry vzduchu dohledáme ve fyzikálních tabulkách. Pro jejich vyhledání potřebujeme znát mimo jiné také teplotu, která se pochopitelně průběžně ve výměníku mění. Proto se stanoví střední určovací teplota.

$$t_k = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{t_{A1} + t_{A2}}{2} + \frac{t_{B1} + t_{B2}}{2} \right) = 51,75 \div 50 \text{ } ^\circ\text{C}$$

Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda \text{ [W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}]$	0,02721
Kinematická viskozita	$\nu \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	$18,6 \cdot 10^{-6}$
Prandtlovo číslo	Pr	0,722



Nyní již můžeme vypočítat Reynoldsovo číslo (8)

$$Re_A = \frac{w_A \cdot d_1}{\nu_A} = \frac{15 \cdot 0,208}{18,6 \cdot 10^{-6}} = 167\,742$$

Reynoldsovo číslo máme vypočítané, dle jeho hodnoty se jedná o turbulentní proudění s vysokým stupněm turbulence. Prandtlovo číslo jsme zjistili z fyzikálních tabulek, nic nám nebrání v určení Nusseltova čísla (7).

$$Nu_A = 0,023 \cdot Re_A^{0,8} \cdot Pr_A^{0,4} = 0,023 \cdot 167\,742^{0,8} \cdot 0,722^{0,4}$$

$$Nu_A = 305,391$$

$$Nu_A = \frac{\alpha_1 \cdot d_1}{\lambda_A}$$

$$\alpha_1 = \frac{Nu_A \cdot \lambda_A}{d_1} = \frac{305,391 \cdot 0,02721}{0,208} = 39,95 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Součinitel přestupu tepla na straně vody α_2

Postup řešení je stejný jako v případě vzduchu. Poněvadž jsou podmínky proudění vody podobné proudění vzduchu, používáme stejnou kritériální rovnici (7).

$$Nu_B = 0,023 \cdot Re_B^{0,8} \cdot Pr_B^{0,4}$$

$$Re_B = \frac{w_B \cdot d_s}{\nu_B}$$

Charakteristickým rozměrem tentokrát není průměr potrubí, poněvadž voda proudí mezikruží. Z toho důvodu použijeme náhradní průměr d_s , vycházející ze smáčené plochy mezikruží S_s a ze smáčeného obvodu mezikruží o_s .

$$d_s = \frac{4 \cdot S_s}{o_s} = \frac{4 \cdot \left[\pi \cdot \frac{d_3^2}{4} - \pi \cdot \frac{d_2^2}{4} \right]}{\pi \cdot d_2 + \pi \cdot d_3} = \frac{4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot (d_3^2 - d_2^2)}{\pi \cdot (d_2 + d_3)}$$

$$d_s = \frac{\pi \cdot (d_3 - d_2) \cdot (d_3 + d_2)}{\pi \cdot (d_2 + d_3)}$$

$$d_s = (d_3 - d_2) = (0,261 - 0,212) = 0,049 \text{ m}$$

Pro další výpočty potřebujeme opět znát fyzikální parametry vody.

Součinitel tepelné vodivosti	$\lambda \text{ [W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-1}]$	0,647
Kinematická viskozita	$\nu \text{ [m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$	$0,562 \cdot 10^{-6}$
Prandtlovo číslo	Pr	3,58

$$Re_B = \frac{w_B \cdot d_s}{\nu_B} = \frac{0,5 \cdot 0,049}{0,562 \cdot 10^{-6}} = 43\,594$$

$$Nu_B = 0,023 \cdot Re_B^{0,8} \cdot Pr_B^{0,4} = 0,023 \cdot 43\,594^{0,8} \cdot 3,58^{0,4}$$

$$Nu_B = 197,162$$



$$Nu_B = \frac{\alpha_2 \cdot d_s}{\lambda_B}$$

$$\alpha_2 = \frac{Nu_B \cdot \lambda_B}{d_s} = \frac{197,162 \cdot 0,647}{0,049} = 2\,603,343 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Součinitel prostupu tepla

Nyní již můžeme dosadit do vztahu pro součinitel prostupu tepla (4) a vypočítat jej:

$$k = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \frac{d_1}{2 \cdot \lambda} \cdot \ln \frac{d_2}{d_1} + \frac{d_1}{d_2} \cdot \frac{1}{\alpha_2}}$$

$$k = \frac{1}{\frac{1}{39,95} + \frac{0,208}{2 \cdot 45} \cdot \ln \frac{0,212}{0,208} + \frac{0,208}{0,212} \cdot \frac{1}{2603,343}}$$

$$k = 39,289 \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$$

Tímto jsme vypočítali poslední neznámou ve vzorci pro výpočet teplosměnné plochy (3).

Teplosměnná plocha

$$S = \frac{\dot{Q}}{k \cdot \Delta t} = \frac{231\,035}{39,289 \cdot 38,8} = 152 \text{ m}^2$$

Z velikosti teplosměnné plochy můžeme dopočítat hledanou celkovou délku potrubí výměníku.

Celková délka potrubí výměníku

$$S = \pi \cdot d_1 \cdot L \Rightarrow L = \frac{S}{\pi \cdot d_1}$$

$$L = \frac{152}{\pi \cdot 0,208} = 232 \text{ m}$$

Abychom zajistili dostatečné ohřátí vody, je třeba teplosměnná plocha o velikosti 152 m², čemuž odpovídá délka potrubí 232 m.

Otázky pro studenty

- Jaké parametry porovnáváme pro určení typu dýzy.
- Porovnejte vlastnosti zúžené a Lavalovi dýzy.
- Co jsou klidové parametry a kdy je používáme.
- Napište vztah pro výpočet teplosměnné plochy výměníku, jednotlivé parametry popište.
- Porovnejte souprůdný a protiprůdný výměník.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Použitá a doporučená literatura

1. Mareš, R.: Kapitoly z termomechaniky, ZČU v Plzni, 2008
2. Kadrnožka, J.: Tepelné elektrárny a teplárny, SNTL, 1984
3. Horlock, J.H.: Advanced Gas Turbine Cycles, Elsevier Science Ltd., 2003, ISBN 0-08-044273-0