



Měření integrálních charakteristik na experimentální vzduchové turbíně

Tento učební text slouží jako podklad pro laboratorní cvičení v laboratořích KKE.

Obsah

Obsah.....	1
Úvod	2
Vyhodnocení integrální charakteristiky.....	2
Užitečný spád	2
Ztrátový výkon	4
Moment valivého tření	5
Moment smykového tření	6
Třecí moment těsnění	7
Třecí moment způsobený odporem brodění, hnětením, odstřikováním atd.....	7
Redukční součinitel vířivého ohřevu	8
Redukční součinitel následného nezalítí stopy	8
Izoentropický spád	9
Vstupní a výstupní rychlost	9
Účinnost total to total	11
Účinnost total to static	11
Otázky k procvičení látky:.....	12
Reference	12



Úvod

Výzkum proudění průtočnou částí parních turbín je velice důležitý pro zvyšování účinnosti a spolehlivosti tohoto typu lopatkového stroje. Ze získaných dat se vyhodnocuje několik ukazatelů, jedním z nich jsou integrální charakteristiky. Jedná se hlavně o závislost termodynamické účinnosti stupně na poměru obvodové rychlosti a fiktivní rychlosti představující zpracovaný entalpický spád ve stupni u/c . Tato závislost nám ukazuje několik důležitých údajů, např.: nejvyšší dosaženou účinnost, optimální hodnotu u/c , při které se dosáhne nejvyšší účinnosti a z průběhu křivky je možné určit citlivost stupně na provozování v jiných provozních stavech, nežli ve stavu návrhovém.

Vyhodnocení integrální charakteristiky

Výstupem vyhodnocení integrálních charakteristik je hlavně závislost účinnosti stupně na u/c . Účinnost *total to total* můžeme určit ze vztahu:

$$\eta^{T-T} = \frac{H_{u\dot{z}}}{H_{iz}^{S-S} + \frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}} \quad [1] \quad (1)$$

V čitateli předchozího vztahu je užitečný spád stupně představující skutečnou práci stupně, ve jmenovateli pak celková energie, kterou stupeň může zpracovat, přičemž člen $c_2^2/2$ představuje ztrátu výstupní rychlostí a do výpočtu se zahrnuje pouze v případě vícestupňové turbíny vyjma posledního stupně. Zmíněné členy je možné nalézt v i -s diagramu na obr. 1.

Užitečný spád

Nejprve se budeme věnovat čitateli, tj. užitečnému spádu, který reprezentuje práci vykonanou stupněm. Řešit jej můžeme buďto výpočtem vyplívajícím z i -s diagramu (obr. 1) nebo pomocí výkonu a hmotnostního toku.

V prvním případě lze technickou práci stupně získat z prvního zákona termodynamiky.

$$dq = di + da_t \quad (2)$$

Práce stupně je dána expanzí vzduchu v rozváděcím a oběžném kole mezi celkovými stavy na vstupu 0_c a na výstupu 2_c .

$$\int_{0_c}^{2_c} dq = \int_{0_c}^{2_c} di + \int_{0_c}^{2_c} da_t \quad (3)$$

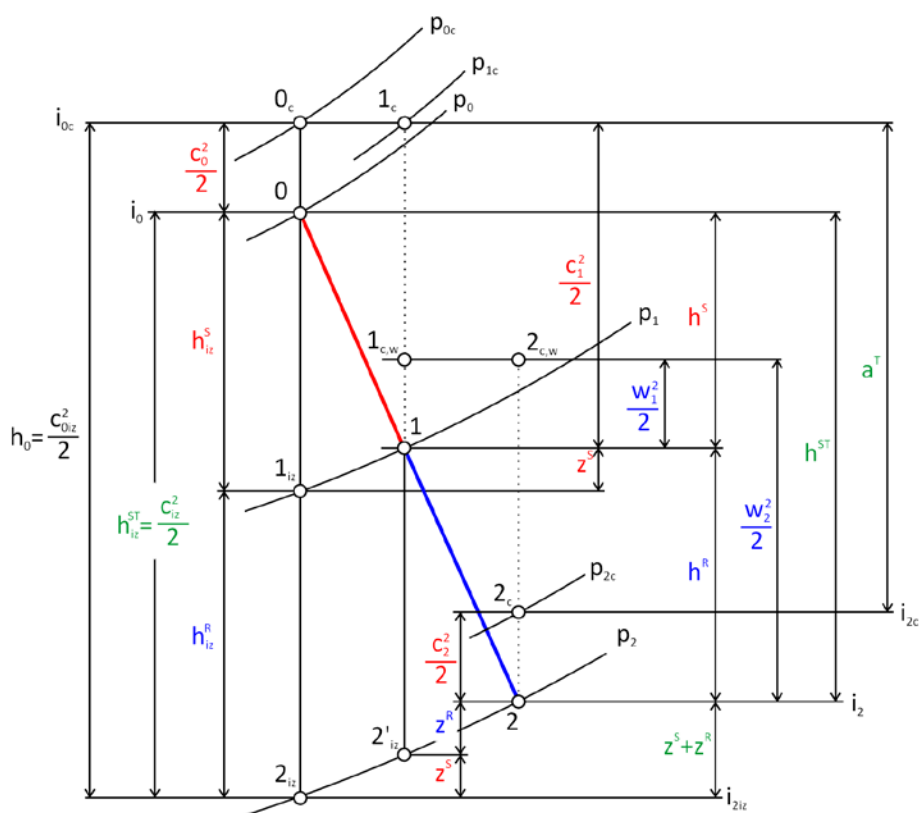
Předpokládáme adiabatickou expanzi, nedochází tedy k výměně tepla s okolím – uvažujeme $dq = 0$. Dostaneme tak závislost technické práce (resp. užitečného spádu) na změně entalpie.



$$0 = \int_{0_c}^{2c} di + \int_{0_c}^{2c} da_t$$

$$\int_{0_c}^{2c} da_t = - \int_{0_c}^{2c} di = \int_{2c}^{0_c} di$$

$$a_t^{ST} = i_{0c} - i_{2c} = H_{už} \quad (4)$$



obr. 1 i-s diagram expanze ve stupni

Druhou možností je určení užitečného spádu pomocí výkonu stupně a hmotnostního průtoku:

$$P^{ST} = \dot{m} \cdot a_t^{ST} = \dot{m} \cdot H_{už}$$

$$H_{už} = \frac{P^{ST}}{\dot{m}} \quad (5)$$

Výkon stupně je určen z krouticího momentu, který získáváme z momentové příruby. Nejedná se však přímo o výkon stupně, nýbrž o výkon rotorové soustavy:

$$P_{rotor} = M_k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} \quad [W] \quad (6)$$



Výkon rotorové soustavy je oproti výkonu samotného stupně menší o ztrátový výkon. Ten je tvořen ztrátami v ložiskách, třením hřídele, disku a bandáže o okolní vzduch a dalšími. Abychom tedy zjistili výkon stupně, musíme k výkonu rotorové soustavy připočítat ztrátový výkon:

$$P^{ST} = P^{rotor} + P^{ztr} = M_k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} + P^{ztr} \quad [W] \quad (7)$$

Výsledný vztah pro určení užitečného spádu bude mít tvar:

$$H_{už} = \frac{M_k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} + P^{ztr}}{\dot{m}} \quad \left[\frac{J}{kg} \right] \quad (8)$$

Ztrátový výkon

Pro určení ztrátového výkonu existuje několik možností, některé z nich byly popsány např. [1], [2]. Jedná se, jak již bylo řečeno, např. o ztráty třením disku a bandáže o okolní prostředí (vzduch) nebo tření hřídele o vzduch v uzavřeném prostoru uložení hřídele. Největší ztráty ovšem vznikají v ložiskách. Pro zjednodušení tedy budeme uvažovat pouze ztráty v ložiskách, ztrátový výkon určíme pomocí vztahů dodaných výrobcem ložisek [3].

Rotor je osazen dvěma jednořadovými kuličkovými ložisky (6018 2Z SKF a 6215 2Z SKF). Jednořadá kuličková ložiska jsou univerzální ložiska vyznačující se jednoduchou konstrukcí, jsou nerozebíratelná, vhodná pro vysoké otáčky, velmi odolná a nenáročná na údržbu. Konstrukce kuličkových ložisek umožňuje přenášet kromě radiálního zatížení i axiální zatížení v obou směrech, a to i při vysokých otáčkách.

Ztrátový výkon těchto ložisek se dá vypočítat následujícím postupem [3]:

$$P_L = 1,05 \cdot 10^{-4} \cdot M \cdot n \quad (9)$$

kde:

$M [N \cdot mm]$ je celkový třecí moment ložiska
 $n [ot \cdot min^{-1}]$ jsou otáčky hřídele

Třecí moment ložiska vypočítáme:

$$M = M_{rr} + M_{sl} + M_{seal} + M_{drag} \quad (10)$$

kde:

$M_{rr} [N \cdot mm]$ je moment valivého tření
 $M_{sl} [N \cdot mm]$ je moment smykového tření
 $M_{seal} [N \cdot mm]$ je třecí moment těsnění



$M_{drag} [N \cdot mm]$ je třecí moment způsobený odporem broděním, hnětením, odstříkáváním atd.



obr. 2 jednořadé kuličkové ložisko; zdroj: www.skf.com

Výpočet platí za následujících podmínek:

- Mazání plastickým mazivem nebo běžnými způsoby olejového mazání: olejová lázeň, mazání olej-vzduch a mazání vstřikovaným olejem.
- Pro párovaná ložiska je třeba vypočítat třecí moment pro každé ložisko zvlášť a výsledné momenty sečíst. Radiální zatížení je rovnoměrně rozděleno na obě ložiska – axiální zatížení je přenášeno v závislosti na uspořádání ložisek.
- Zatížení je rovno nebo větší než doporučené minimální zatížení.
- Zatížení má konstantní velikost a směr.
- Normální provozní vůle.

Moment valivého tření

Pro výpočet momentu valivého tření je určen vztah:

$$M_{rr} = G_{rr} \cdot (v \cdot n)^{0.6} \quad (11)$$

kde:

$M_{rr} [N \cdot mm]$ je moment valivého tření

$G_{rr} [N \cdot mm]$ je proměnná závisující na:

- typu ložiska
- středním průměru ložiska:
o $d_m = 0,5 \cdot (d + D) [mm]$; d ... vnitřní průměr ložiska, D ... vnější průměr ložiska
- radiálním zatížením $F_r [N]$
- axiálním zatížením $F_a [N]$



$n [\text{min}^{-1}]$ jsou otáčky
 $\nu [\text{mm}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$ kinematická viskozita maziva při provozní teplotě

Hodnotu G_{rr} lze určit z následujících vztahů:

a) při $F_a = 0$

$$G_{rr} = R_1 \cdot d_m^{1,96} \cdot F_r^{0,54} \quad (12)$$

b) při $F_a > 0$

$$G_{rr} = R_1 \cdot d_m^{1,96} \cdot \left(F_r + \frac{R_2}{\sin \alpha_F} \cdot F_a \right)^{0,54} \quad (13)$$

$$\alpha_F = 24,6 \cdot \left(\frac{F_a}{C_0} \right)^{0,24} [^\circ]$$

$$R_1 = 5,03 \cdot 10^{-7}$$

$$R_2 = 1,97$$

Pro ložisko 6018	Pro ložisko 6215
$d = 90 [\text{mm}]$	$d = 75 [\text{mm}]$
$D = 140 [\text{mm}]$	$D = 130 [\text{mm}]$
$C_0 = 50 [\text{kN}]$	$C_0 = 49 [\text{kN}]$

Moment smykového tření

Moment smykového tření se vypočítá dle vztahu:

$$M_{sl} = G_{sl} \cdot \mu_{sl} \quad (14)$$

kde:

$M_{sl} [\text{N} \cdot \text{mm}]$ je moment smykového tření

$G_{sl} [\text{N} \cdot \text{mm}]$ je proměnná závisující na:

- typu ložiska
- středním průměru ložiska:
o $d_m = 0,5 \cdot (d + D) [\text{mm}]$; d ... vnitřní průměr ložiska, D ... vnější průměr ložiska
- radiálním zatížením $F_r [\text{N}]$
- axiálním zatížením $F_a [\text{N}]$



μ_{sl} [$N \cdot mm$] je součinitel smykového tření:

- 0,05 pro mazání minerálními oleji
- 0,04 pro mazání syntetickými oleji
- 0,1 pro mazání převodovými oleji

Hodnotu G_{sl} lze určit z následujících vztahů:

a) při $F_a = 0$

$$G_{sl} = S_1 \cdot d_m^{-0,26} \cdot F_r^{5/3} \quad (15)$$

b) při $F_a > 0$

$$G_{sl} = S_1 \cdot d_m^{-0,145} \cdot \left(F_r^5 + \frac{S_2 \cdot d_m^{1,5}}{\sin \alpha_F} \cdot F_a^4 \right)^{1/3} \quad (16)$$

$$\alpha_F = 24,6 \cdot \left(\frac{F_a}{C_0} \right)^{0,24} [^\circ]$$

$$S_1 = 1,3 \cdot 10^{-2}$$

$$S_2 = 0,68$$

Třecí moment těsnění

Třecí moment těsnění ložisek, která mají těsnění po obou stranách, lze odhadnout podle následujícího empirického vztahu:

$$M_{seal} = K_{S1} \cdot d_s^\beta + K_{S2} \quad (17)$$

kde:

M_{seal} [$N \cdot mm$] je třecí moment těsnění

K_{S1} je konstanta, která závisí na typu ložiska

K_{S2} je konstanta, která závisí na typu ložiska a těsnění

d_s je průměr těsnicí plochy

β je exponent, který závisí na typu ložiska a těsnění

U ložisek použitých v experimentální turbíně je třecí moment těsnění zanedbáván.

Třecí moment způsobený odporem broděním, hnětením, odstříkáváním atd.

Ztráty způsobené odporem broděním, hnětením, odstříkáváním se berou v úvahu pouze v případě, že ložisko je mazáno olejovou lázní. Ložiska v turbíně jsou mazaná plastickým mazivem, tyto ztráty se tudíž v případě experimentální turbíny neuvažují. Chceme-li výpočet zpřesnit a zahrnout do něho vliv maziva, řešíme to použitím redukčního součinitele vířivého ohřevu.



Redukční součinitel vířivého ohřevu

I když je v ložisku dostatečné množství maziva, ne vše může proniknout mezi stykové plochy. Na tvorbu mazivového filmu je spotřebováno pouze malé množství maziva. Vlivem tohoto jevu je část maziva, která se nachází v blízkosti vstupu do stykové plochy, vytlačena a mazivo začne proudit opačným směrem (obr. 3). Tento zpětný tok vyvolává tření v mazivu, které způsobuje jeho ohřev, a tedy snížení viskozity maziva, zeslabení tloušťky mazivového filmu i zmenšení složky valivého tření.



obr. 3 Zpětný tok maziva [3]

Výše uvedený jev může být vyjádřen redukčním součinitelem vířivého ohřevu:

$$\phi_{ish} = \frac{1}{1 + 1,84 \cdot 10^{-9} \cdot (n \cdot d_m)^{1,28} \cdot \nu^{0,64}} \quad (18)$$

kde:

ϕ_{ish} je redukční součinitel vířivého ohřevu

ν je kinematická viskozita maziva při provozní teplotě

Redukční součinitel následného nezalítí stopy

Při mazání plastickým mazivem může být při opakovaném převalování oběžných drah mazivo vytlačováno z oběžných drah. Vlivem otáček ložiska nebo vysoké viskozity nemusí mít mazivo na okrajích místa styku dostatečný čas, aby se vrátilo na oběžné dráhy. Tento jev se nazývá “následné nezalítí stopy” a vyvolává úbytek tloušťky mazivového filmu a zmenšení složky valivého tření.

Pro výše uvedené podmínky mazání lze vypočítat přibližnou hodnotu redukčního součinitele následného nezalítí stopy podle vztahu



$$\phi_{rs} = \frac{1}{e^{K_{rs} \cdot v \cdot n \cdot (d+D) \cdot \sqrt{\frac{K_z}{2 \cdot (D-d)}}}} \quad (19)$$

kde:

ϕ_{rs}	je redukční součinitel následného nezalití stopy
e	je základ přirozeného logaritmu
K_{rs}	je konstanta následného nezalití stopy, pro mazání plastickým mazivem $6 \cdot 10^{-8}$
K_z	je geometrická konstanta; pro jednořadá kuličková ložiska 3,1
d [mm]	je průměr díry ložiska
D [mm]	je vnější průměr ložiska

Pro výpočet zahrnující redukční součinitel vířivého ohřevu a redukční součinitel následného nezalití stopy a zároveň s přihlédnutím k tomu, že třecí moment těsnění je pro tento typ ložiska zanedbatelný a třecí moment způsobený odporem broděním, hnětením, odstřikováním atd. se bere v úvahu pouze v případě, že ložisko je mazáno olejovou lázní, získáme výsledný vztah:

$$M = \phi_{ish} \cdot \phi_{rs} \cdot M_{rr} + M_{sl} \quad (20)$$

Izoentropický spád

Prvním členem ve jmenovateli je izoentropický spád, jehož význam je vidět na obr. 1. Výpočet lze opět odvodit z prvního zákona termodynamiky (2):

$$dq = di + da_t$$

$$\int_{0s}^{2s} dq = \int_{0s}^{2s} di + \int_{0s}^{2s} da_t$$

$$0 = \int_{0s}^{2s} di + \int_{0s}^{2s} da_t$$

$$\int_{0s}^{2s} da_t = - \int_{0s}^{2s} di = \int_s^{0s} di$$

$$a_{t\text{ teor}}^{ST} = i_{0s} - i_{2s} = H_{iz}^{S-S} \quad (21)$$

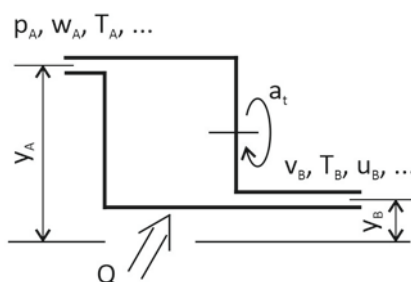
Vstupní a výstupní rychlost

Pro získání celkových stavů je nutné získat klidové parametry média. Ty můžeme získat např. „zastavením proudu vzduchu“. K tomuto využijeme první zákon termodynamiky pro kontrolní objem (obr. 4).



Jedná se vlastně o zákon zachování energie, kdy na levé straně rovnice máme energii do soustavy vstupující a na pravé straně rovnice pak energii vystupující:

$$q_A + \frac{p_A}{\rho_A} + u_A + g \cdot y_A + \frac{c_A^2}{2} + a_{tA} = q_B + \frac{p_B}{\rho_B} + u_B + g \cdot y_B + \frac{c_B^2}{2} + a_{tB} \quad (22)$$



obr. 4 kontrolní objem

Entalpie je definována jako součet vnitřní energie a vtláčovací práce:

$$i_A = u_A + p_A \cdot v_A \quad (23)$$

Dosazením rovnice (23) do (22) získáme vztah:

$$q_A + i_A + g \cdot y_A + \frac{c_A^2}{2} + a_{tA} = q_B + i_B + g \cdot y_B + \frac{c_B^2}{2} + a_{tB} \quad (24)$$

Převedeme-li měrné teplo na pravou stranu rovnice a zbytek na stranu levou a celou rovnici pak derivujeme, získáme výše zmíněný první zákon termodynamiky pro kontrolní objem:

$$dq = di + g \cdot dy + c \cdot dc + da_t \quad (25)$$

Nyní pro náš případ – získání stagnačních parametrů – provedeme zjednodušení vztahu:

$dq = 0$ ke kompresy zastaveného vzduchu dojde adiabaticky, nedochází k výměně tepla s okolím

$dy = 0$ vstupní i výstupní část turbíny je přibližně ve stejné výšce, změnu potenciální energie tudíž můžeme zanedbat

$da_t = 0$ zastavený proud vzduchu nebude pohánět žádné zařízení ani nebude žádnou práci spotřebovávat

Po zjednodušení úlohy získáme následující vztah, který budeme dále upravovat – postup si ukážeme na vstupní rychlosti:

$$0 = \int_{0_s}^{0_c} di + \int_{0_s}^{0_c} c \cdot dc$$



$$-\int_{0_S}^{0_C} c \cdot dc = \int_{0_C}^{0_S} c \cdot dc = \int_{0_S}^{0_C} di$$

$$\frac{c_{0S}^2}{2} - \frac{c_{0C}^2}{2} = i_{0C} - i_{0S}$$

Jak již bylo řečeno, cílem je získat celkové hodnoty, čehož docílíme „zastavením“ proudícího vzduchu. Tím dojde ke kompresy způsobené přeměnou kinetické energie. Na konci děje tedy bude mít proudící vzduch nulovou rychlost $c_{0C}^2 = 0$.

$$\frac{c_{0S}^2}{2} - 0 = i_{0C} - i_{0S} \quad (26)$$

Stejným způsobem bychom vypočítali výstupní rychlost c_{2S}

$$\frac{c_{2S}^2}{2} = i_{2C} - i_{2S} \quad (27)$$

Účinnost total to total

Po dosazení vztahů pro výpočet užitečného spádu (8), izoentropického spádu (21), vstupní (26) a výstupní (27) rychlosti do vzorce pro účinnost (1) získáme:

$$\eta^{T-T} = \frac{H_{už}}{H_{iz}^{S-S} + \frac{c_0^2}{2} - \frac{c_2^2}{2}} = \frac{\frac{M_k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} + P_{ztr}}{\dot{m}}}{(i_{0S} - i_{2S}) + (i_{0C} - i_{0S}) - (i_{2C} - i_{2S})} \quad [1] \quad (28)$$

Účinnost total to static

Jak již bylo řečeno, účinnost *total to total* se používá pro výpočet stupňů u vícestupňových strojů vyjma posledních stupňů, kdy předpokládáme využití kinetické energie tekutiny na výstupu z oběžného kola v dalším stupni. V případě jednostupňových turbín a posledních stupňů turbín vícestupňových však toto neplatí a kinetickou energii odcházející tekutiny považujeme za ztrátu výstupní rychlostí.

V těchto případech tedy hledáme účinnost *total to static*, který výstupní rychlost proudu považuje za ztrátu:

$$\eta^{T-S} = \frac{H_{už}}{H_{iz}^{S-S} + \frac{c_0^2}{2}} = \frac{\frac{M_k \cdot \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{60} + P_{ztr}}{\dot{m}}}{(i_{0S} - i_{2S}) + (i_{0C} - i_{0S})} \quad [1] \quad (29)$$



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Otázky k procvičení látky:

- Proč zjišťujeme integrální charakteristiky?
- Jak určíme účinnost stupně? Jaký je rozdíl mezi účinností *total to total* a *total to static*?
- Jaké jsou možnosti určení užitečného spádu turbínového stupně?
- Nakreslete expanzi v $i - s$ diagramu.
- Co ovlivňuje ztrátový výkon rotorové soustavy?

Reference

1. ŽITEK, P., KLIMKO, M., NOGA, T. (2017): *Power of dissipation in a rotating machine*. EPJ Web of Conferences. DOI: 10.1051/epjconf/201714302147
2. NOGA, T., ŽITEK P. (2016): *Power dissipation of air turbine VT-400*. AIP Conference Proceedings, vol. 1745. DOI: 10.1063/1.4953730
3. SKF: Общий каталог

Dokument vznikl za podpory projektu:

*ESF II - projekt Západočeské univerzity v Plzni
registrační číslo CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239*