

Vybrané partie z elektrických strojů

(KEV/VPS)

Modelování vibrací buzených magnetickými silami
v elektrických strojích

(Podklady pro cvičení a samostatnou práci)

ESF II projekt Západočeské univerzity v Plzni

reg. č. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239

Jan Šobra

2021



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání



Obsah

Obsah

Obsah.....	2
Seznam symbolů a zkratk	3
Úvod	5
1 Metodika modelování elektromagneticky buzených vibrací	6
1.1 Magnetická tranzientní analýza	6
1.2 Diskrétní Fourierova transformace	8
1.3 Analýza harmonické odezvy	10
2 Postup modelování v programovém balíku ANSYS.....	13
2.1 Magnetická tranzientní analýza	15
2.2 Mechanické analýzy	18
Závěr	26
Seznam literatury a informačních zdrojů	27



Seznam symbolů a zkratek

Symbol	Jednotka	Význam
B	T	Magnetická indukce
$\mathbf{B}$	[-]	Matice tlumení
D	C/m ²	Elektrická indukce
E	V/m	Intenzita elektrického pole
F	N	Síla
$\mathbf{f}$	N	Vektor budících sil
f_{max}	Hz	Frekvenční rozsah FFT
f_{vz}	Hz	vzorkovací frekvence
H	A/m	Intenzita magnetického pole
J	A/m ²	Proudová hustota
K	N/m	Matice tuhosti
M	kg	Matice hmotnosti
n	min ⁻¹	Počet otáček za minutu
$\mathbf{n}$	[-]	Normálový vektor plochy
n_{vz}	-	Počet vzorků pro FFT
$\mathbf{q}$	m	Vektor zobecněných souřadnic
S	m ²	Plocha
T	s	Časový interval pro ukládání vzorků
$\mathbf{T}$	[-]	Maxwellův tenzor pnutí
t	s	Čas



V		Modální matice
V	m^3	Objem
x		Vektor modálních souřadnic
Δf	Hz	Frekvenční krok FFT
Δf	N/m^3	Objemová hustota síly
Δp	N/m^2	Plošná hustota síly
Δt	s	Časový krok simulace
A	[-]	Spektrální matice s vlastními čísly
μ	H/m	Permeabilita
ζ	rad	Úhlová poloha po obvodu statoru
ρ	C/m^3	Objemová hustota elektrického náboje
ω	$rad.s^{-1}$	úhlová frekvence
Ω	Hz	Vlastní frekvence

Zkratky

DFT	diskrétní Fourierova transformace
FFT	rychlá Fourierova transformace
MKP	Metoda konečných prvků
MST	Maxwellův tenzor pnutí (Maxwell Stress Tensor)



Úvod

Vibrace statorového systému jsou úzce propojeny s hlukem, který stroj vydává. Spektrum a do určité míry též úroveň magneticky buzených vibrací a hluku lze pomocí modelů předběžně ověřit již během návrhu stroje a případně včas provést opatření k jejich redukci. V případě návrhu opatření na omezení vibrací u již vyrobených strojů, mohou modely pomoci odhalit příčinu vibrací a ověřit účinnost navržených opatření. Elektromagneticky buzené vibrace jsou způsobeny časově proměnnými magnetickými silami, které působí na zuby statoru a jsou přenášeny přes jeho dále do kostry stroje, odkud mohou být přenášeny na další součásti pohonu a také jsou vyzařovány do okolního prostředí v podobě hluku.

Velikost magnetických sil působících na stator a rotor stroje je odvozena od kvadrátu průběhu magnetické indukce ve vzduchové mezeře stroje. Na velikost vibrací má nejvýznamnější vliv radiální složka indukce, resp. síly. Ovšem určité vibrace jsou buzeny také jejich tečnou složkou, která zároveň způsobuje ohybové namáhání zubů. V případě zešíkmených drážek statoru nebo rotoru, resp. zešíkmení permanentních magnetů, vzniká též axiální složka síly. Tyto síly vznikají na rozhraní dvou materiálů s různou permeabilitou a dají se vypočítat pomocí Maxwellova tenzoru pnutí (MST – *Maxwell Stress Tensor*). Dále pak vznikají vibrace plechového svazku v důsledku magnetostrikce, tedy uvnitř feromagnetického materiálu. Lorentzovy síly působící na vodiče uložené v drážkách jsou zde zanedbány. Více informací k silám v magnetickém poli lze najít například v [1], [2].

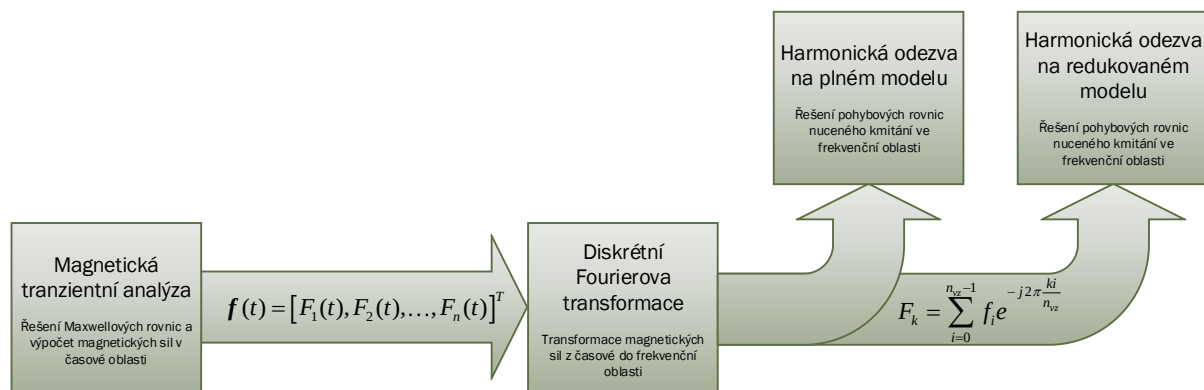
Cílem dokumentu je shrnout podklady k počítačovým cvičením předmětu a poskytnout studentům oporu pro řešení samostatné práce. Je zde poskytnut návod k modelování magneticky buzených vibrací statoru s využitím softwaru pro multifyzikální analýzy založeném na metodě konečných prvků (MKP) a popsána metodika, na které je modelování založeno.

Níže uvedený návod je proveden v softwarovém balíku ANSYS [3], ovšem lze ho realizovat i v jiných softwarech, které umožňují řešení níže uvedených druhů analýz. Je předpokládána znalost prostředí programu ANSYS Maxwell a zkušenosti s modelováním elektrických strojů získané v rámci předchozí studia. Seznámení s uživatelským prostředím programů ANSYS Workbench a Mechanical proběhne v rámci cvičení předmětu a v tomto textu není blíže popisováno.



1 Metodika modelování elektromagneticky buzených vibrací

Metodika modelování vibrací statoru buzených magnetickými silami je založena na propojení magnetické tranzientní analýzy (časově proměnné magnetické síly) a analýzy harmonické odezvy (vibrace). Obecné blokové schéma metody je uvedeno na Obr. 1.1 a je použitelné pro různé softwarové nástroje [4].



Obr. 1.1: Blokové schéma metodiky.

1.1 Magnetická tranzientní analýza

Magnetická tranzientní analýza je založena na řešení Maxwellových rovnic pro elektromagnetické pole v časové oblasti a lze v ní uvažovat také vliv otáčení rotoru. Maxwellovy rovnice v diferenciálním tvaru pro časově proměnné elektromagnetické pole o nízké frekvenci, kdy je možné zanedbat posuvné proudy v 1. Maxwellově rovnici, jsou uvedeny v (1) až (4).

$$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \quad (1)$$

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2)$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho \quad (3)$$

$$\text{div } \mathbf{B} = 0 \quad (4)$$



Jsou počítány magnetické síly působící v ustáleném stavu na jednotlivé zuby statoru, příp. rotoru. Magnetickou tranzientní analýzu je možné řešit na konkrétní geometrii stroje ve 2D i 3D, ovšem v případě 2D je nutné přepočítat výsledné síly na skutečnou (efektivní) délku statorového/rotorového paketu v axiálním směru. Síly působící na jednotlivé zuby pak lze podle druhu analýzy (2D/3D) počítat pomocí Maxwellova tenzoru pnutí z plošné nebo objemové hustoty síly.

Pro výpočet síly na rozhraní dvou prostředí s různou permeabilitou se používá Maxwellův tenzor pnutí (MST). V případě analýzy silového působení na zuby statoru a rotoru se tedy jedná o rozhraní železo – vzduch. V obecném případě, tedy v prostředí o permeabilitě μ vystavenému působení magnetického pole o indukci $\mathbf{B} = (B_x, B_y, B_z)$, lze vyjádřit MST symetrickou maticí [1], [5]

$$\mathbf{T} = \frac{1}{\mu} \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 & B_x B_y & B_x B_z \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 & B_y B_z \\ B_x B_z & B_y B_z & B_z^2 - \frac{1}{2}|\mathbf{B}|^2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pomocí MST lze následně určit celkovou sílu působící na určitou plochu, případně objem.

Z Maxwellova tenzoru pnutí lze určit objemovou hustotu síly $\Delta \mathbf{f}$

$$\Delta \mathbf{f} = \text{div} \mathbf{T} \quad (6)$$

a následně celkovou sílu $\mathbf{F}$, která působí na těleso o objemu V

$$\mathbf{F} = \int_V \Delta \mathbf{f} dV \quad (7)$$

Plošnou hustotu síly nebo také magnetický tlak (jednotkou je $N \cdot m^{-2} = Pa$) lze vyjádřit přímo Maxwellovým tenzorem pnutí

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{n} \quad (8)$$

kde $\mathbf{n}$ je normálový vektor plochy.

Sílu, působící na celé těleso o povrchu S , lze stanovit jako



$$\mathbf{F} = \int_S \Delta \mathbf{p} dS \quad (9)$$

Pro 2D analýzu silového působení na rozhraní feromagnetikum – vzduch je tedy v kartézském souřadném systému celková síla počítána následujícím způsobem

$$\mathbf{F} = \frac{1}{\mu_0} \int_S \begin{bmatrix} B_x^2 - \frac{1}{2}|B|^2 & B_x B_y \\ B_x B_y & B_y^2 - \frac{1}{2}|B|^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} n_x \\ n_y \end{Bmatrix} dS \quad (10)$$

kde: $\mathbf{F}$ je celková síla, která působí na těleso o povrchu S

μ_0 je permeabilita vakua (relativní permeabilita vzduchu $\mu_r \cong 1$)

B_x, B_y jsou složky magnetické indukce v kartézském souřadném systému

$|B|$ je absolutní hodnota vektoru magnetické indukce

n_x, n_y jsou složky jednotkového normálového vektoru plochy.

Pro názornost je často vhodnější provést transformaci na radiální a tečnou složku dle následujících rovnic.

$$F_r = F_x \cos \xi_z + F_y \sin \xi_z \quad (11)$$

$$F_t = -F_x \sin \xi_z + F_y \cos \xi_z \quad (12)$$

V rovnicích (11) a (12) jsou F_r a F_t síly transformované do radiálního, resp. tangenciálního směru, F_x a F_y jsou složky síly působící na konkrétní zub v ose x , resp. y a ξ_z je úhel osy konkrétního zubu měřený proti směru hodinových ručiček od osy x .

1.2 Diskrétní Fourierova transformace

Jelikož magnetické síly získané jako výstup z magnetické tranzientní analýzy jsou funkcí času, je třeba provést jejich transformaci do frekvenční oblasti, ve které je řešena analýza harmonické odezvy. To je řešeno prostřednictvím diskrétní Fourierovy transformace (DFT), kdy je časový průběh



sil rozložen na reálné a imaginární složky amplitud odpovídajících jednotlivým superponovaným harmonickým průběhům.

Časový vektor budících sil lze zapsat pomocí Fourierovy řady dle (13), diskretní Fourierova transformace je pak provedena dle (14), kde n_{vz} je počet vzorků a $0 \leq k \leq n_{vz} - 1$. Je důležité, aby byla DFT prováděna na časovém vzorku získaném v ustáleném stavu (jak elektrickém, tak mechanickém).

$$f(t) = F_0 + \sum_{i=0}^n F_{ci} \cos(\omega_i t) + F_{si} \sin(\omega_i t) \quad (13)$$

$$F_k = \sum_{i=0}^{n_{vz}-1} f_i e^{-j2\pi \frac{ki}{n_{vz}}} \quad (14)$$

Velmi rozšířeným algoritmem pro DFT je rychlá Fourierova transformace (FFT). Níže jsou uvedeny parametry FFT vyplývající z nastavení magnetické tranzientní analýzy. Vzorkovací frekvence průběhu magnetických sil je při konstantním kroku simulace dána jeho převrácenou hodnotou dle (15)

$$f_{vz} = \frac{1}{\Delta t}, \quad (15)$$

kde f_{vz} je vzorkovací frekvence a Δt je časový krok simulace.

Počet vzorků pro FFT je potom

$$n_{vz} = \frac{T}{\Delta t}, \quad (16)$$

kde n_{vz} je počet vzorků a T je časový interval, po který jsou ukládány vzorky pro FFT.

Frekvenční krok (rozlišení) FFT Δf je dán (17)

$$\Delta f = \frac{f_{vz}}{n_{vz}}. \quad (17)$$

Frekvenční rozsah FFT $f_{\max}$ (Nyquistova frekvence) je



$$f_{\max} = \frac{f_{vz}}{2}. \quad (18)$$

Z uvedených vztahů je zřejmé, že pro dosažení většího frekvenčního rozsahu FFT s dostatečně jemným krokem, je třeba provést tranzientní analýzu na poměrně dlouhém časovém úseku s velmi malým časovým krokem. To pochopitelně vede k dlouhé době řešení a značným nárokům na volnou kapacitu pevného disku, kam se ukládají výsledkové soubory. S ohledem na dobu trvání výpočtu je tedy vhodné využít licencí pro paralelní výpočty na více jádrech nebo pracovních stanicích.

1.3 Analýza harmonické odezvy

Analýzu harmonické odezvy pak lze řešit s využitím plného modelu, kdy jsou rovnice tlumeného nuceného kmitání řešeny pro každou budící frekvenci nebo s využitím redukováného modelu, kdy je řešení zúženo pouze na oblast vlastních vektorů (modální superpozice).

Vektor magnetických sil převedený do frekvenční oblasti je použit jako vstup (buzení) v analýze harmonické odezvy. Níže uvedená teorie nuceného kmitání a modální transformace je zpracována dle [6], kde lze také nalézt kompletní odvození níže uvedených rovnic.

Pohybovou rovnici nucených tlumených kmitů lineární soustavy se soustředěnými parametry lze v maticovém tvaru zapsat jako

$$M\ddot{q} + B\dot{q} + Kq = f(t), \quad (19)$$

kde $M = [m_{ij}]$ je matice hmotnosti, $B = [b_{ij}]$ je matice tlumení, $K = [k_{ij}]$ je matice tuhosti, $q(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ je vektor zobecněných souřadnic a $f(t) = [F_1(t), F_2(t), \dots, F_n(t)]^T$ je vektor buzení.

Model dle (19) se nazývá konzervativní, pokud je $K=K^T$ a $B=0$ a slabě nekonzervativní, pokud je $K=K^T$ a matice tlumení ve tvaru (20) nebo (21).

Matici tlumení B splňující podmínku proporcionálního tlumení

$$B = \sum_{j=0}^{r-1} c_j M (M^{-1} K)^j \quad \text{pro } 1 \leq r \leq n \quad (20)$$

nebo komutativní matici tlumení



$$KM^{-1}B = BM^{-1}K \quad (21)$$

Ize u reálných soustav (modelů) použít pouze v případě slabě tlumených soustav, kde nejsou přítomny funkční tlumící členy (tlumiče pérování atd.) a matice tlumení B představuje pouze materiálové nebo slabé konstrukční tlumení.

Při modelování volného kmitání konzervativních soustav se uvažuje nulové tlumení i buzení, tedy $B=0$ a $f(t)=0$. Pohybová rovnice volného kmitání je v tomto případě

$$M\ddot{q}(t) + Kq(t) = 0. \quad (22)$$

Transformace zobecněných souřadnic $q(t) = [q_1(t), q_2(t), \dots, q_n(t)]^T$ na modální souřadnice $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ dle (23) se nazývá modální transformace. Řešení dynamické odezvy soustav založené na modální transformaci se nazývá modální analýza.

$$q(t) = \sum_{v=1}^n v_v x_v(t) = Vx(t) \quad (23)$$

Dosazením (23) do rovnice (22) přejde pohybová rovnice volného kmitání do tvaru

$$MV\ddot{x}(t) + KVx(t) = 0, \quad (24)$$

kde $V = [v_v] \in R^{n,n}$ je modální matice sestavená z vlastních vektorů, které popisují vlastní tvar kmitání na odpovídající vlastní frekvenci. Násobením zleva transponovanou modální maticí V^T lze rovnici (24) převést na tvar

$$\ddot{x}(t) + Ax(t) = 0, \quad (25)$$

kde $A = \text{diag}(\lambda_v) \in R^{n,n}$ je diagonální spektrální matice s vlastními čísly $\lambda_v = \Omega_v^2$ a odpovídající vlastní frekvence lze určit jako $\Omega_v = +\sqrt{\lambda_v}$.

Zredukováním řádu matice z původní hodnoty n na m a uvažováním nenulového buzení lze zúžit řešení odezvy nucených kmitů na oblast vlastních vektorů o předem definovaném rozsahu (26) a tím model zjednodušit a významně ušetřit výpočetní čas.

$$\ddot{x}(t) + A^m x(t) = V^{mT} f(t) \quad (26)$$



Pokud by se časové vektory budících sil v (19) a (26) nahradily vektory sil transformovaných do frekvenční oblasti, odpovídalo by řešení harmonické odezvy dle (27) využití plného modelu a řešení dle (28) využití redukováného modelu.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{B}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{f}(\omega) \quad (27)$$

$$\ddot{\mathbf{x}}(\omega) + \mathbf{A}^m \mathbf{x}(\omega) = \mathbf{V}^{mT} \mathbf{f}(\omega) \quad (28)$$



2 Postup modelování v programovém balíku ANSYS

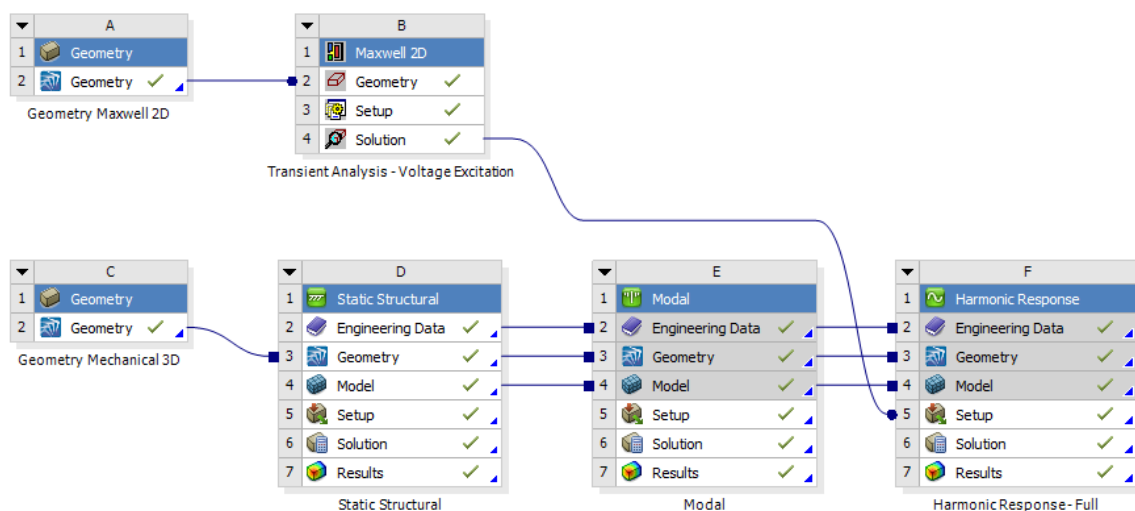
Výše uvedená metodika je aplikována v programovém balíku ANSYS. Magnetická tranzientní analýza je provedena v programu ANSYS Maxwell a analýza harmonické odezvy v programu ANSYS Mechanical, kde je zároveň provedena modální analýza a jako doplněk též statická strukturální analýza. Obecný způsob propojení magnetismu (harmonická analýza sil) a mechaniky (harmonická odezva vibrací) v prostředí ANSYS Workbench je popsán v systémech náповědy jednotlivých produktů [7], [8]. V podkapitolách níže jsou uvedena specifika pro točivé elektrické stroje.

Kompletní schéma řešených multifyzikálních úloh v závislosti na zvolené metodě analýzy harmonické odezvy, je uvedeno v blokovém schématu na Obr. 2.1, resp. Obr. 2.2. V programu ANSYS Mechanical je řešení harmonické odezvy s využitím plného modelu nazýváno *Full* analýza, zatímco řešení s využitím redukováného modelu je zde uváděno jako *Mode Superposition* analýza.

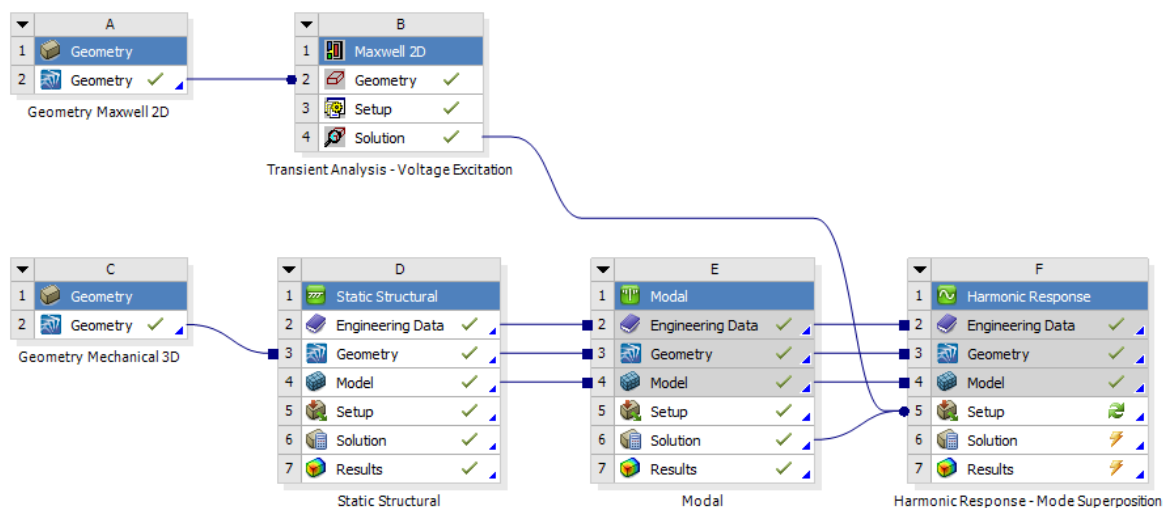
Ze schématu je patrné, že modely pro magnetickou a mechanickou analýzu mají v uvedeném příkladu každý vlastní geometrii. To je dáno rozdílným zjednodušením geometrie stroje, a tím i potřebného výpočetního času a hardwarovým nárokům, pro oba druhy analýz.

Magnetismus je zde počítán ve 2D na geometrii příčného řezu magnetického obvodu (ovšem lze řešit i ve 3D) a není zde s ohledem na řešenou úlohu nezbytně nutné uvažovat vliv kostry na rozložení magnetického pole. Mechanika je počítána vždy na 3D geometrii samotného statorového paketu nebo statorového paketu uloženého v kostře. Vliv kostry je pro modální analýzu a analýzu harmonické odezvy klíčový. Naopak, vliv rotoru na vibrace statorového paketu lze často kvůli předimenzovaným ložiskovým štítům zanedbat. Záleží ovšem na konkrétních okolnostech modelu a především oblasti řešení, o kterou má řešitel v dané analýze zájem.

Pokud by byly obě analýzy (magnetismus/harmonická odezva) řešeny ve 3D, je také možné použít společnou geometrii a v jednotlivých analýzách nastavit zanedbatelné části geometrie jako nezahrnuté do modelu (*non-model object*).



Obr. 2.1: Schéma řešené úlohy v prostředí ANSYS Workbench pro analýzu harmonické odezvy s využitím plného modelu.



Obr. 2.2: Schéma řešené úlohy v prostředí ANSYS Workbench pro analýzu harmonické odezvy s využitím redukovaného modelu.



2.1 Magnetická tranzientní analýza

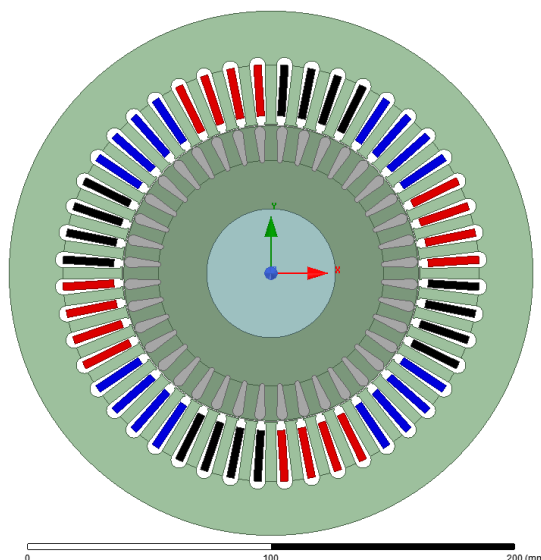
V programu ANSYS Maxwell je nutno provést 2D nebo 3D magnetickou tranzientní analýzu stroje v požadovaném provozním stavu (zatížení). Pro správný výpočet magnetických sil je v případě 2D analýzy nutné zadat axiální délku plechového svazku. Pro úsporu výpočetního času, hardwarových nároků a místa na datovém úložišti je možné využít případné symetrie v geometrii analyzovaného stroje. To však neplatí pro modelování závad nebo poruchových stavů stroje, které ze své podstaty způsobují nesymetrii magnetického pole ve stroji, případně jsou způsobeny nesymetrií konstrukčního uspořádání stroje (excentricky uložený rotor, apod.).

V případě 2D analýzy není standardně uvažováno zešíkmení drážek, příp. permanentních magnetů na statoru, resp. rotoru v axiálním směru. Ovšem to lze případně aproximovat řešením analýzy s využitím tzv. *multi-slice modelu*. V tom případě je stroj po definované délce v axiálním směru rozdělen na požadovaný počet dílčích paketů, které jsou vzájemně natočeny o takový úhel, aby mezi prvním a posledním paketem byl úhel odpovídající celkovému úhlu zešíkmení statoru nebo rotoru.

Jak je uvedeno výše, je nutné nastavit buzení a otáčky odpovídající řešenému zatížení. Zároveň není nutné uvažovat mechanický přechodový děj, jelikož je předpokládáno řešení harmonické odezvy v ustáleném stavu. V praxi odpovídá toto nastavení případu, kdy je roztočený nenabuzený stroj náhle připojen ke zdroji napětí. Pak dochází na začátku analýzy pouze k elektrickému přechodovému ději, jehož odeznění lze významně urychlit volbou *Fast reach transient* a zadáním napájecí frekvence v nastavení analýzy.

Pomocí *Mesh Operations* je možné nastavit zjemnění konečněprvkové sítě v důležitých oblastech geometrie. Jelikož řešič Maxwella neumožňuje pro tranzientní analýzy adaptivní meshování, je pro dosažení požadované přesnosti výpočtu nutné nastavit zjemnění sítě manuálně. Sít je v tomto případě třeba zjemnit zejména v zubech statoru/rotoru a vzduchové mezeře, kde jsou počítány silové účinky.

Z hlediska výpočtu magnetických sil na jednotlivé zuby statoru a/nebo rotoru je třeba v geometrii úlohy modelovat každý zub jako samostatný objekt (viz Obr. 2.3) a v položce *Parameters* zadat výpočet sil na vybrané části geometrie (zuby).



Obr. 2.3: Příklad geometrie stroje – zuby statoru i rotoru jsou modelovány jako samostatné objekty.

V položce *Analysis* je v případě tranzientní analýzy nutné nastavit zejména čas počátku a konce a časový krok simulace. Volba časového kroku a délky simulace přímo udává frekvenční rozsah a krok rychlé Fourierovy transformace (FFT) při transformaci průběhu sil působících na zuby z časové do frekvenční oblasti – viz kapitola 1.2.

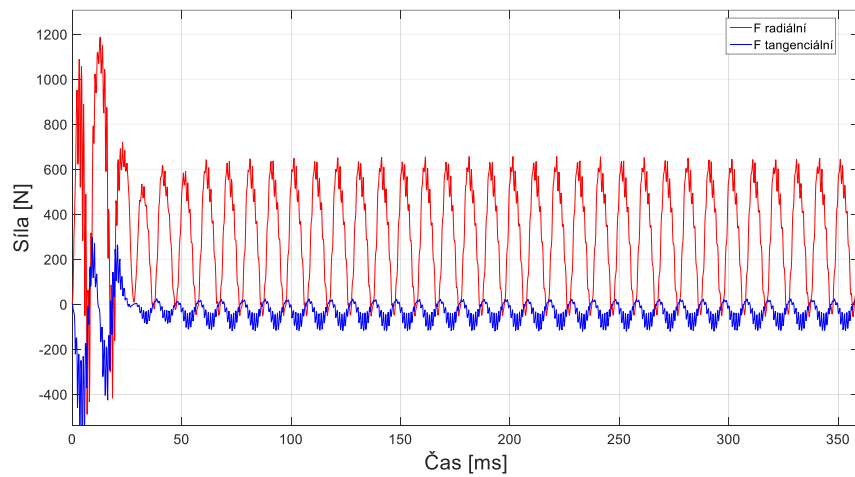
Dále je možné zadat časové okamžiky, ve kterých mají být uloženy vypočtené veličiny magnetického pole, v tomto případě zejména síly působící na zuby. Ukládání výsledků veličin magnetického pole v každém řešeném bodě vyžaduje značnou volnou kapacitu úložiště a je vhodné spíše pro vizualizaci (obrázky, animace) sil působících za zuby v průběhu analýzy. V příkladu na Obr. 2.4, řešeném na čtyřpólovém asynchronním stroji o výkonu 18 kW, je uveden časový průběh magnetických sil, které působí na jeden zub statoru v radiálním a tečném směru. Na začátku průběhu je vidět výše zmíněný krátký přechodový děj. Příklad vektorů plošné hustoty síly působících na ten samý zub v čase 60 ms je uveden na Obr. 2.5.

Pro převod sil do frekvenční oblasti pomocí FFT není ukládání výsledků rozložení magnetického pole nutné. Je však nutné definovat časový interval a síly, na kterých má být provedeno FFT. To lze provést v položce *Enable harmonic force calculation*, kde lze vybrat pouze síly, jejichž výpočet byl dříve zadán v položce *Parameters*.

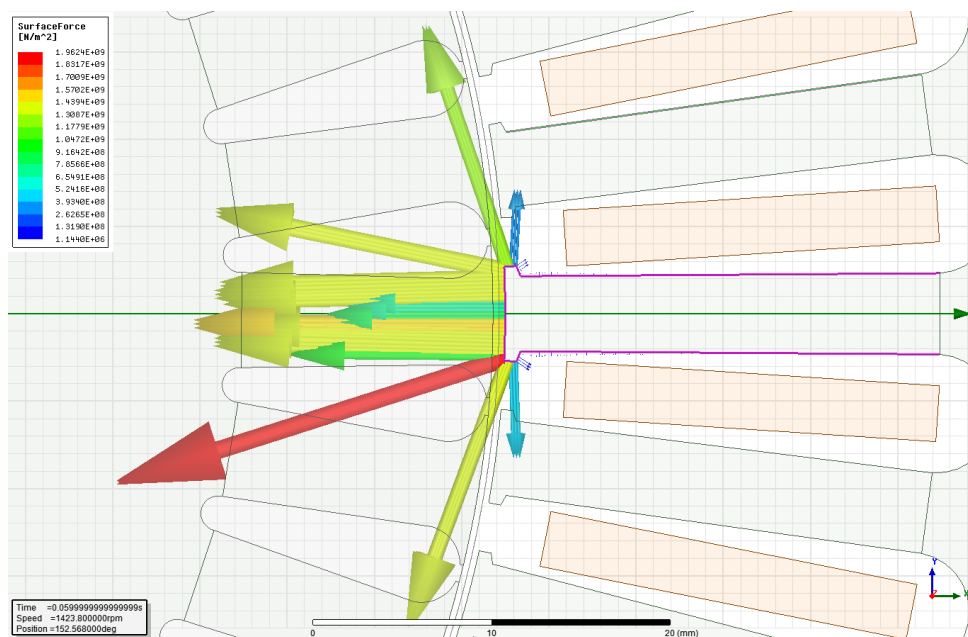
Kromě intervalu před koncem simulace je také možné definovat časový úsek pro FFT jako počet mechanických otáček, resp. cyklů před koncem simulovaného časového úseku. Zde je vhodné vybrat časový interval, kdy je stroj již v ustáleném stavu. V příkladu na Obr. 2.4 tomu odpovídá



interval cca 60 až 360 ms. Při požadavku na delší časové okno pro FFT lze pro úsporu výpočetního času zadat vícenásobné opakování vybraného intervalu, resp. počtu mechanických otáček.



Obr. 2.4: Radiální a tečná složka síly působící na jeden zub v průběhu tranzientní analýzy.



Obr. 2.5: Vektory plošné hustoty síly působící na jeden zub statoru.



2.2 Mechanické analýzy

Jak je patrné z Obr. 2.1 a Obr. 2.2, „mechanická větev“ modelů je tvořena statickou strukturální analýzou, modální analýzou a nakonec analýzou harmonické odezvy – vše v programu ANSYS Mechanical. Ovšem ne vždy je nutné zahrnout do modelu všechny uvedené analýzy. Analýzy mohou vzájemně sdílet geometrii, materiálové parametry a síť – není tedy nutné tyto definovat pro každou analýzu zvlášť.

Statickou strukturální analýzu je vhodné předřadit v případě geometrie sestávající z většího množství objemových těles (např. zuby modelované jako samostatné objemy). Účelem analýzy je v tomto případě ověřit konzistentnost modelu, tedy, zda jsou správně nastaveny kontakty mezi jednotlivými tělesy. V případě, že je geometrie tvořena jediným objemovým tělem, není tato analýza prakticky nutná.

Předřazení modální analýzy je nutné v případě řešení harmonické odezvy s využitím redukovaného modelu. Harmonická odezva je pak řešena pouze v okolí vlastních frekvencí získaných právě z modální analýzy. Pokud je harmonická odezva řešena na plném modelu, není předřazení modální analýzy nutné. V tom případě však může modální analýza sloužit jako užitečný doplněk, kdy lze ověřit, zda zvýšené vibrace nesouvisí s blízkostí vlastní frekvence statorového paketu, resp. celého statorového systému.

Harmonickou odezvu, resp. všechny zmíněné mechanické analýzy, lze řešit na 3D modelu buď samostatného paketu statoru (Obr. 2.6) nebo paketu uloženého v kostře (Obr. 2.7), která může být případně dále upevněna k základu nebo jiné konstrukci. Základem každé varianty je však vždy paket statoru, do jehož středu je také umístěn počátek souřadného systému a ke kterému jsou postupně přidávány další součásti. To je důležité s ohledem na pozdější vyhodnocení analýzy. Pokud do středu paketu nelze umístit počátek globálního souřadného systému, je vhodné definovat zde vlastní souřadný systém.

Materiálem paketu je anizotropní materiál s náhradními parametry odpovídajícími reálnému chování této součásti stroje. Je nutné brát v úvahu nehomogenitu statorového svazku, kdy se nejedná o celistvý díl z jednoho materiálu, ale o celek složený z tenkých plechů opatřených z každé strany ještě tenkou vrstvou izolačního laku. Je zjištěno [9], že vlastní frekvence a vlastní tvary a tím pádem ani harmonickou odezvu paketu nelze modelovat pomocí materiálových vlastností oceli ani podobného izotropního materiálu.

Měřením skutečného paketu a následným laděním konečnoprvkového modelu lze stanovit náhradní moduly pružnosti statorového paketu (resp. ekvivalentního anizotropního materiálu) jako

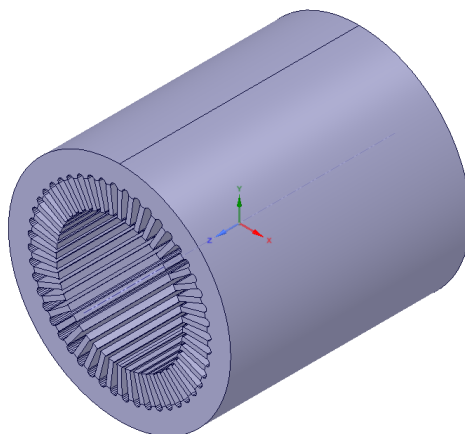


celku. Měřením a modelováním v [9] byl zjištěn značný rozdíl dvou řádů v modulu pružnosti v axiálním směru. Takto určené náhradní moduly pružnosti paketu jsou shrnuty v Tab. 1 a lze je s relativně dobrou přesností použít i u jiných strojů obdobných rozměrů (vnější průměr statoru $D_e = 220 \text{ mm}$, vnitřní průměr statoru $D_i = 129 \text{ mm}$, délka paketu $l = 100 \text{ mm}$) ovšem u výrazněji větších strojů už se výsledky modální analýzy značně liší.

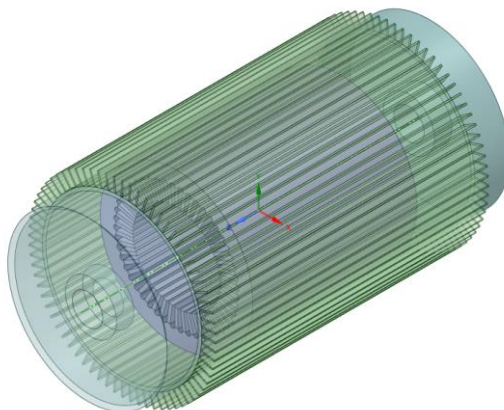
Tab. 1: Náhradní parametry statorového paketu dle [9].

<i>Parametr</i>	<i>Hodnota</i>	<i>Jednotka</i>
Modul pružnosti E_x	$2,05E^{11}$	Pa
Modul pružnosti E_y	$2,05E^{11}$	Pa
Modul pružnosti E_z	$1,5E^9$	Pa
Modul pružnosti ve smyku G_{xy}	$2,5E^{10}$	Pa
Modul pružnosti ve smyku G_{yz}	$1,5E^9$	Pa
Modul pružnosti ve smyku G_{xz}	$1,5E^9$	Pa
Poissonova konstanta ν_{xy}	0,3	-
Poissonova konstanta ν_{yz}	0,3	-
Poissonova konstanta ν_{xz}	0,3	-

Při definování náhradních materiálových parametrů paketu je také vhodné zahrnout do hustoty tohoto náhradního materiálu příspěvek od hmotnosti vinutí. Hmotnost statorového systému totiž ovlivňuje tlumení vibrací a modelování vinutí jako samostatného celku je problematická záležitost ať už z hlediska dělení závitů, vyvázání a upevnění čel nebo definování kontaktů mezi vinutím a drážkou.



Obr. 2.6: Geometrie samotného statorového paketu.



Obr. 2.7: Geometrie statorového paketu uloženého v kostře.

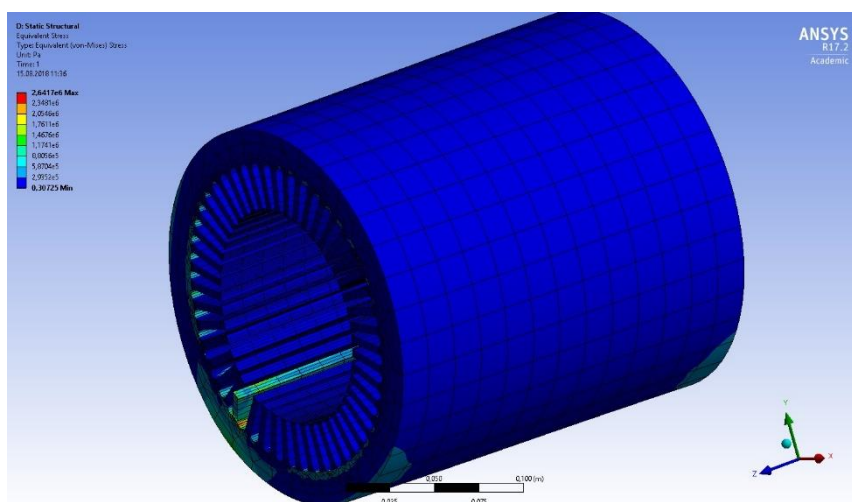
2.2.1 Statická strukturální analýza

Statická strukturální analýza v tomto případě slouží pouze pro ověření soudržnosti jednotlivých částí modelu a její provedení tedy není bezpodmínečně nutné pro analýzu vibrací (pokud není třeba uvažovat předepnutí některých konstrukčních prvků). Určitá část geometrie, zpravidla plocha, je vetknuta a na celý model působí pouze gravitační síla. Poté je ověřeno, zda jsou jednotlivé části geometrie stále pevně spojeny v jedné sestavě, tedy zda jsou správně nastaveny vazby mezi



jednotlivými objekty geometrie – např. mezi zuby a jhem statoru, plechovým svazkem statoru a kostrou apod. – a sestava se nerozpadne na dílčí součásti.

Na Obr. 2.8 je uveden příklad pro model samotného statorového paketu, kde jsou jednotlivé zuby geometricky sice odděleny od jha statoru, ale v modelu je mezi nimi nastaven pevný (*bonded*) kontakt a nedochází tedy k deformaci kontaktních ploch. Z fyzikálního hlediska se tedy paket chová jako jeden celek. Vetknuta je plocha zubu směřující do vzduchové mezery stroje a gravitace působí v záporném směru osy z. Vetknutá plocha tedy při působení gravitace zůstává stále na původní pozici, zatímco zbytek zubu a také ostatní zuby a jho se posouvají ve směru působící síly. Tomu odpovídá také namáhání jednotlivých objektů na Obr. 2.8, kde nejvíce namáhaný je právě zub s vetknutou plochou.



Obr. 2.8: Namáhání modelu statorového paketu ve statické strukturální analýze.

2.2.2 Modální analýza

V modální analýze lze jako okrajovou podmínku nastavit vetknutí (*fixed support*) určitých částí geometrie s ohledem na očekávané upevnění paketu v kostře nebo celého motoru k základu nebo jiné nosné konstrukci. Pokud je modelován pouze samotný paket, bývají zpravidla vetknuty čelní plochy jha statoru na obou koncích paketu (je nutné geometricky oddělit jho od zubů – viz Obr. 2.11), příp. lze provést analýzu pro volně uložený paket (bez vetknutí). U větších strojů, kde lze předpokládat stažení paketu stahovacími deskami s přítláčnými palci na jednotlivých zubech, je možné vetknout celé čelní plochy paketu – tedy jho i zuby. V případě modelování paketu uloženého



v kostře, lze v závislosti na tvaru kostry vetknout dosedací plochy patek, příp. otvory pro šrouby v patkách nebo přírubě na kostře.

Ve vlastním nastavení analýzy je potom nutné nastavit maximální počet vlastních tvarů (módů) a odpovídajících vlastních frekvencí, které mají být identifikovány, a lze omezit frekvenční rozsah, ve kterém má být modální analýza řešena. Také lze nastavit, zda má být analýza řešena jako tlumená (nutno zadat koeficienty tlumení, tuhosti a hmotnosti) nebo netlumená.

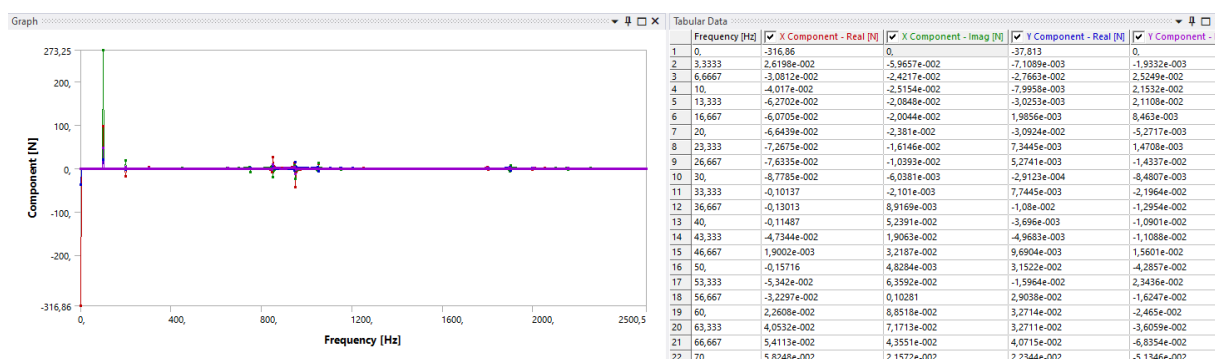
Po vyřešení analýzy lze pro každý zjištěný mód a frekvenci vizualizovat tvar kmitání. Výsledky lze také použít jako vstup (nastavení rozsahu analýzy) pro analýzu harmonické odezvy na redukovaném modelu.

2.2.3 Analýza harmonické odezvy

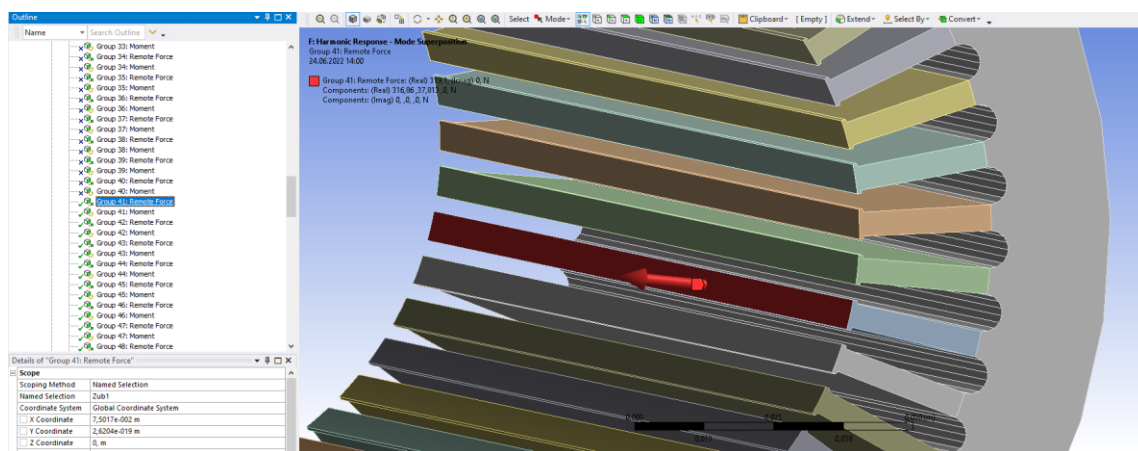
V případě odezvy řešené s využitím plného modelu je třeba nastavit tabulkově rozsah frekvencí budících sil a počáteční podmínky (např. vetknutí určitých částí geometrie – viz podkapitola 2.2.2). V případě odezvy řešené s využitím redukovaného modelu jsou frekvence budících sil a počáteční podmínky dány řešením modální analýzy (nutno propojit analýzy dle Obr. 2.2) a v případě potřeby lze zadat tabulkově vybrané frekvence, na kterých je požadováno řešení s využitím plného modelu (značně prodlužuje dobu řešení). Pokud bude řešení s využitím plného modelu porovnáváno s výsledky modální analýzy, je vhodné nastavit stejné okrajové podmínky pro obě úlohy.

Import sil z magnetické tranzientní analýzy je nutné provést kliknutím pravým tlačítkem myši na položku *Imported Remote Loads* (dostupné po propojení s Ansys Maxwell) a následně vybrat možnost *Generate Remote Loads*. Síly jsou pro každou frekvenci z FFT rozloženy na reálné a imaginární složky působící v osách x a y (v příp. 3D magnetické analýzy též v ose z) a moment síly (opět rozložený na reálnou a imaginární složku) působící v ose z (příp. ostatních osách pro 3D magnetickou analýzu) viz Obr. 2.9.

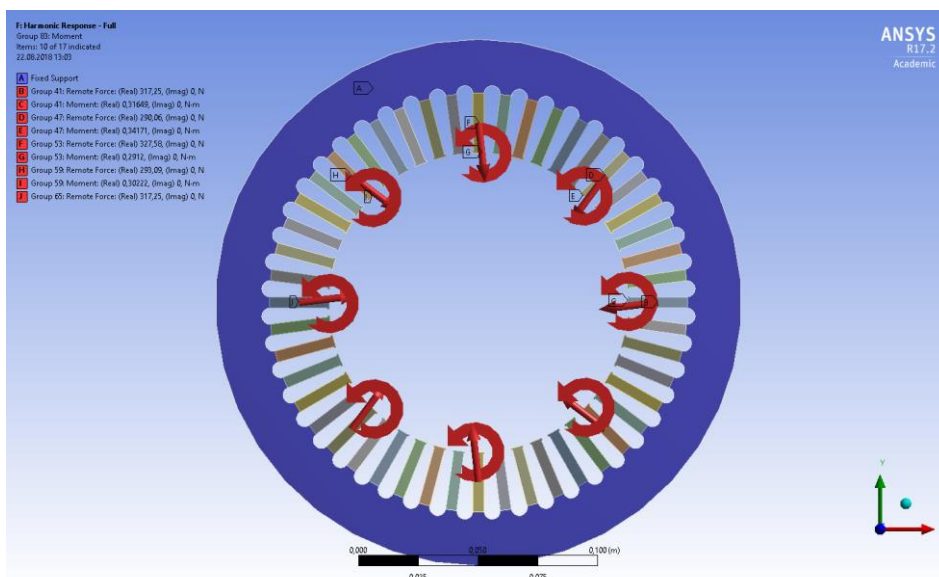
V nastavení harmonické odezvy je nutné nastavit působení každé síly a momentu na plochu odpovídající hlavy zubu směřující do vzduchové mezery – viz Obr. 2.10. To lze provést přímým výběrem dané plochy (Geometry Selection) nebo předem nastaveným pojmenováním plochy (Named Selection). Příklad importovaných sil a momentů, působících na několik vybraných zubů, je uveden na Obr. 2.11. Z orientace šipek je zřejmé, že síly nepůsobí pouze v radiálním směru a je zde patrný vliv tečné složky. Stejným způsobem je třeba zadat silové působení na všechny zuby statoru.



Obr. 2.9: Rozložení vektoru síly na reálnou a imaginární část ve směru os x a y po provedení 2D magnetické analýzy a FFT.



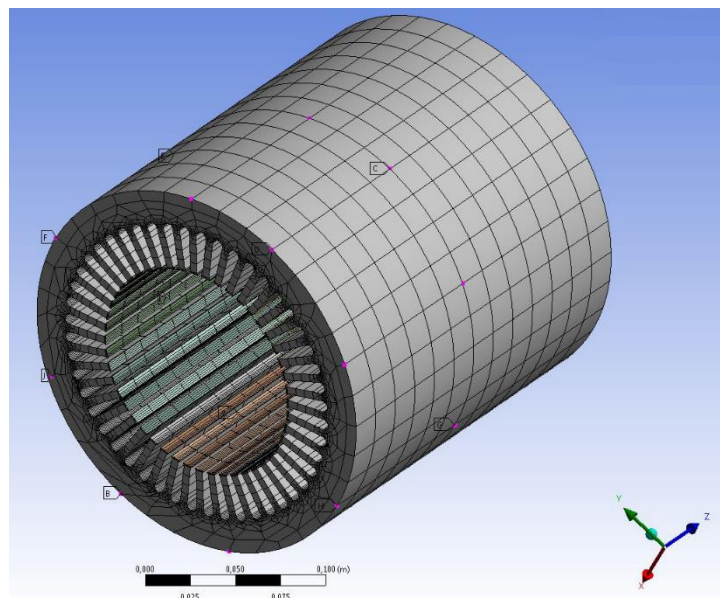
Obr. 2.10: Přřazení náhradního silového vektoru k příslušnému zubu, resp. ploše na hlavě zubu směrem do vzduchové mezery.



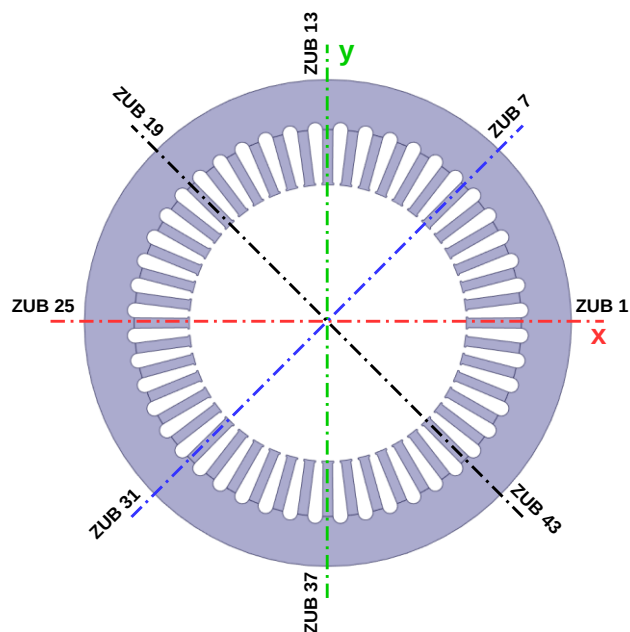
Obr. 2.11: Magnetické síly a momenty přiřazené k příslušným zubům v harmonické odezvě – červené šipky. Vetknutá plocha jha statoru vyznačena modře.

Frekvenční odezva vibrací spočítaná v ANSYS Mechanical – Harmonic Response je dána amplitudou a fází výchylky, rychlosti nebo zrychlení v osách x, y a z – lze vykreslit grafy s frekvenčními spektry jednotlivých veličin. Frekvenční odezvu lze vykreslit v určitém objemu, ploše a bodu geometrie nebo v uzlu sítě (nikoli v elementu) z minimálních, maximálních nebo středních hodnot jednotlivých veličin. Za nejvhodnější řešení lze považovat vykreslení odezvy pouze v jediném bodě geometrie nebo uzlu sítě, jelikož výsledek není zkrácen výpočtem střední hodnoty vibrací na celou plochu nebo objem. Principiálně tedy nejlépe odpovídá měření vibrací, kdy je akcelerometr připevněn k malé ploše na povrchu měřeného objektu (v případě elektrických strojů nejčastěji kostry nebo ložiskových štítů) a měří odezvu v určitém místě.

Pro účely této analýzy je tedy vhodné frekvenční odezvu sledovat v uzlech sítě na vnějším obvodu statoru (viz Obr. 2.12), resp. kostry, ležících nejbližě osám vybraných zubů. Počet zubů, resp. „měřících míst“, je vhodné volit s ohledem na počet pólů analyzovaného stroje, aby nedošlo ke zjišťování odezvy v uzlu vlastního tvaru. Příklad pro čtyřpólový stroj s 48 drážkami statoru je uveden na Obr. 2.13.



Obr. 2.12: Uzly sítě na konci a uprostřed paketu, ve kterých je zjišťována frekvenční odezva (růžově).



Obr. 2.13: Osy zubů, ve kterých je zjišťována odezva u čtyřpólového stroje s 48 statorovými drážkami.



Závěr

V podkladech pro počítačová cvičení a samostatnou práci studentů v předmětu Vybrané partie z elektrických strojů jsou uvedeny teoretické podklady pro modelování vnitřně buzených vibrací elektrických strojů vlivem působení magnetických sil. Dále je v podkladech popsán postup modelování vibrací – harmonické odezvy – od magnetických sil s využitím programového balíku ANSYS využívajícího k řešení analýz metodu konečných prvků. Jako doplňkové, příp. nutné, jsou popsány modální analýza a statická strukturální analýza.

Hlavní výhodou analýzy harmonické odezvy s využitím redukovaného modelu je rychlost řešení. Výsledky jsou však spíše informativního charakteru ve smyslu, zda se některá z frekvencí buzení neshoduje s vlastní frekvencí sestavy a není tedy známa odezva na celé spektrum budících sil. V nastavení analýzy je sice možné zadat tabulkově další frekvence k řešení, ovšem to jde na vrub zmiňované rychlosti řešení. Výsledek této analýzy je jistě v mnoha aplikacích nebo v prvotních analýzách během návrhu zařízení postačující. Pro přesnější výsledek harmonické odezvy na celé spektrum budících sil je ale vhodnější zvolit analýzu s využitím plného modelu.



Seznam literatury a informačních zdrojů

- [1] D. Mayer, *Aplikovaný elektromagnetismus*. České Budějovice: KOPP, 2012.
- [2] J. F. Gieras, C. Wang, and J. C. Lai, *Noise of Polyphase Electric Motors*. Boca Raton: CRC/Taylor & Francis, 2006.
- [3] "ANSYS® Academic Research Mechanical and CFD, Release 17.2." ANSYS, Inc.
- [4] J. Šobra, "Dynamické chování konstrukčních částí elektrických strojů," Západočeská univerzita v Plzni, Fakulta elektrotechnická, Plzeň, 2018.
- [5] M. Promberger, *Použití matic a tenzorů v theoretické elektrotechnice*. Praha: SNTL, 1955.
- [6] V. Zeman and Z. Hlaváč, *Kmitání mechanických soustav*, 2. Plzeň: Západočeská univerzita, 2004.
- [7] "ANSYS® Electromagnetics Suite, Release 17.2, Help System, Maxwell to ANSYS Harmonic Force Coupling," 2016.
- [8] "ANSYS® Mechanical, Release 17.2, Help System, Importing Data into a Harmonic Analysis," 2016.
- [9] L. Bouzek, "Elektromagnetické pole, síly, chvění a hluk v elektrických strojích," Západočeská univerzita v Plzni, 2014.