EUROPEAN UNION
European Structural and Investment Funds
Operational Programme Research,
Development and Education

MINISTRY OF EDUCATION,
YOUTH AND SPORTS

Stationary and nonstationary magnetic fields - examples

Modeling of multiphysics problems

Department of electrical engineering and computer modeling
Faculty of electrical engineering
University of West Bohemia in Pilsen

26. května 2021

Typické příklady z magnetického pole (analytické řešení)

- Belt Guide (Poisson's Equation in the Cartesian System)
- Force acting on solenoid conductors
- Force acting on the electromagnet armature

Praktické příklady z magnetostatiky

- Permanent magnet
- Four-pole lens
- Geomagnetic field mapping
- Magnetic field of Halbach arrangement in motor

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Pásové vedení (Poissonova rovnice v kartézském systému)

Consider two conductors of infinite length and height, see Fig. The magnetic vector potential can be described by the Poisson equation

$$\triangle \boldsymbol{A} = -\mu J_z.$$

The one - dimensional form of this equation in the Cartesian coordinate system can be written as

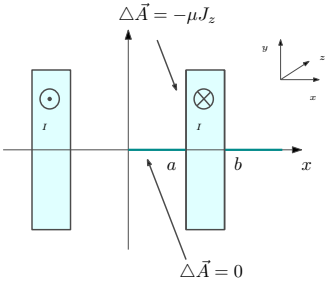
$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} = -\mu J_z.$$

We integrate the equation

$$\frac{\partial A_z}{\partial x} = -\mu J_z x + k_{11}.$$

After reintegration, we obtain a general solution for the magnetic vector potential

$$A_z(x) = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + k_{11}x + k_{12}.$$



Principiální schéma uspořádání

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

The resulting solution of the potential is a solution in two sub-areas, where the first of them can be written

$$A_{z_1}(x) = k_{11}x + k_{12}$$

and for another

$$A_{z_2}(x) = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + k_{21}x + k_{22}.$$

We standardize the potential at the origin of the coordinates

$$A_{z_1}(0) = 0,$$

then we get the integration constant k_{11}

$$0 = k_{11} \cdot 0 + k_{12} \quad \Rightarrow \quad k_{12} = 0.$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Integration constants k_{11}, k_{21}, k_{22} can be obtained from boundary conditions and interface conditions.

$$A_{z_1}(a) = A_{z_2}(a)$$

and

$$\frac{\partial A_{z_1}(a)}{\partial x} = \frac{\partial A_{z_2}(a)}{\partial x}.$$

From the equation we get

$$k_{11} = -\mu J_a + k_{21}\,.$$

After substituting k_{11} we then get the constant k_{22}

$$k_{22} = -\mu J_z \frac{a^2}{2}.$$

Assume $B_y = 0$ in the immediate vicinity of the line, then we determine the remaining constants from the boundary condition

$$B_y(b) = \frac{\partial A_{z_2}(b)}{\partial x} = 0.$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

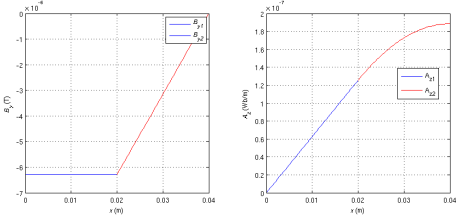
We express the solution for k_{21} and then we obtain k_{11}

$$k_{21} = \mu J_z b \quad \rightarrow k_{11} = \mu J_z (b - a).$$

The resulting solution can be written in the form

$$A_{z_1} = \mu J_z (b - a) x$$

$$A_{z_2} = -\mu J_z \frac{x^2}{2} + \mu J_z b \cdot x - \mu J_z \frac{a^2}{2}.$$



Dependence of magnetic induction and magnetic vector potential

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Solenoid - síla

Consider a solenoid with a winding of N turns flowing through a current I. To determine the force acting on the solenoid winding, we will use Ampère's law

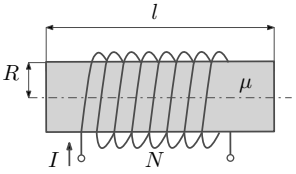
$$NI = \oint_l \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}.$$

If we consider a homogeneous magnetic field only in the nucleus, this equation can be simplified:

$$NI = Hl \quad \rightarrow \quad H = \frac{NI}{l}.$$

After substituting the relation for the intensity of the magnetic field into the relation for the energy density of the magnetic field, we obtain

$$w_m = \frac{1}{2}BH = \frac{\mu(NI)^2}{2l^2}.$$



Principiální schéma uspořádání

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

By integrating the density over the volume of the nucleus, we obtain the relation for the energy of the magnetic field

$$W_m = \int_V w_m \, \mathrm{d}V = \frac{\mu (NI)^2}{2l^2} \cdot \pi R^2 l = \frac{\mu \pi R^2}{2l} (NI)^2 \, .$$

We determine the force in the axial direction as a partial derivative of the obtained energy according to the dimension l (the threads will be attracted):

$$F_z = \frac{\partial W_m}{\partial l} = -\frac{\mu \pi R^2}{2l^2} (NI)^2,$$

similarly force in the radial direction (threads will repel)

$$F_r = \frac{\partial W_m}{\partial R} = \frac{\mu \pi R}{l} (NI)^2.$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Elektromagnet - síla

Consider an electromagnet with a core and an armature δ distant, whose permeability $\mu_r \to \infty$ and cross section S are constant. To determine the force acting on the armature of the electromagnet, it is again possible to use Ampère's law

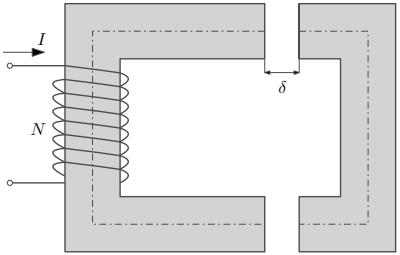
$$NI = \oint_l \boldsymbol{H}\,\mathrm{d}\boldsymbol{l}.$$

This equation can be simplified again

$$NI = Hl \quad \to \quad H = \frac{NI}{l}.$$

Since the force acting on the armature of the electromagnet depends on the air gap, it can be assumed $l \approx 2\delta$, then we obtain

$$H = \frac{NI}{2\delta}.$$



Principiální schéma uspořádání

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

The energy density of a magnetic field is

$$w_m = \frac{1}{2} BH = \frac{\mu_0 (NI)^2}{8\delta^2}.$$

Then again by integrating the density over the volume of the nucleus we get the relation for the energy of the magnetic field

$$W_m = \int_V w_m \, \mathrm{d}V = \frac{\mu_0 (NI)^2}{8\delta^2} S\delta = \frac{\mu_0 (NI)^2}{8\delta} S,$$

the force is obtained as a partial derivative of the energy according to the distance of the anchor

$$F = \frac{\partial W_m}{\partial \delta} = -\frac{\mu_0 (NI)^2}{8\delta^2} S.$$

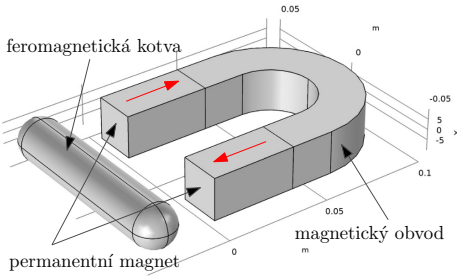
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Permanentní magnet

A simple model of a magnetic circuit with a permanent magnet is shown in the figure. The source of the magnetostatic field is a pair of permanent magnets with opposite orientation.



The magnetic field is described by the equation in the form

$$\operatorname{rot} \frac{1}{\mu} \left(\operatorname{rot} \boldsymbol{A} - \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}\right) = \boldsymbol{J}$$

supplemented by boundary conditions. The whole environment forms a force line with a constant (in this case zero) value of the magnetic vector potential

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{0}.$$

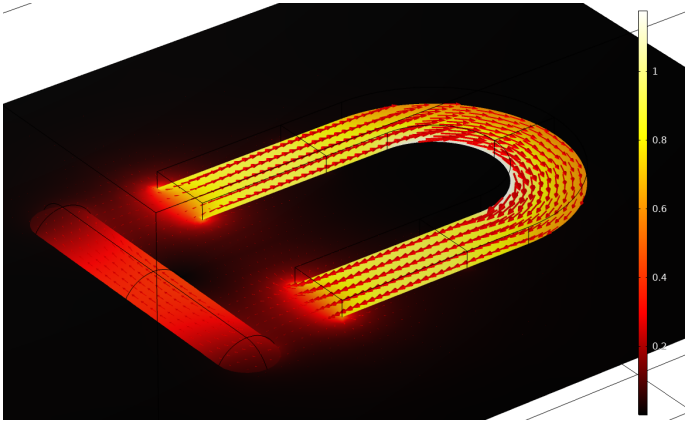
Permanent magnets are defined using a magnetization vector

$$\boldsymbol{B} = \mu(\boldsymbol{H} + \boldsymbol{M}),$$

where M_x=750 kA/m.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Distribution of magnetic induction

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

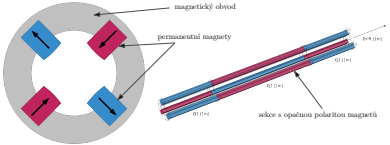
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Čtyřpólová čočka

Like an optical lens, a magnetic lens allows you to focus the beam to a specific point. This type of lens can be found, for example, in particle accelerators in research centers such as CERN. The magnetic field is described by the equation for the scalar magnetic potential φ_m in the form

$$-\mathrm{div}\,\mu_0\,(\mathrm{grad}\;\varphi_m - \boldsymbol{M}) = 0$$

supplemented by boundary conditions.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Due to the speeds approaching the speed of light, a relativistic weight correction in the shape must be entered into the model

$$m_\mathrm{p} = \frac{m_\mathrm{r}}{\sqrt{1 - \frac{\boldsymbol{v}^2}{c^2}}},$$

where m_r is the rest mass of the electron, $\boldsymbol{v}$ is the speed of motion of the particle and c is the speed of light.

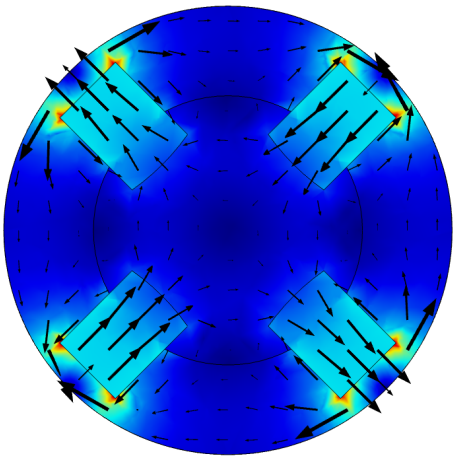
The motion of particles is described by Newton's laws of motion in the form

$$\frac{\mathrm{d}(m_\mathrm{r}\boldsymbol{v})}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{F}_\mathrm{L} = Q(\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

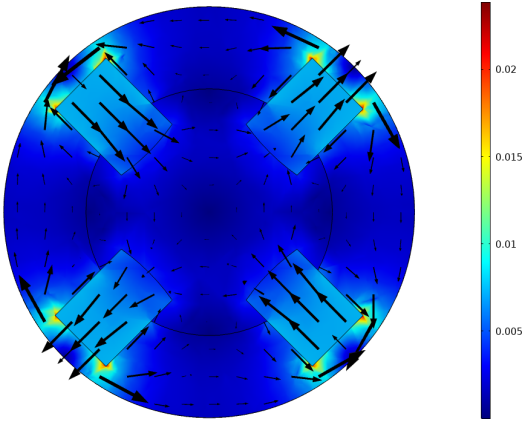
and

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{s}}{\mathrm{d}t} = \boldsymbol{v},$$

where $\boldsymbol{F}_\mathrm{L}$ is the Lorentz force. Q is the charge of a particle and $\boldsymbol{B}$ is the

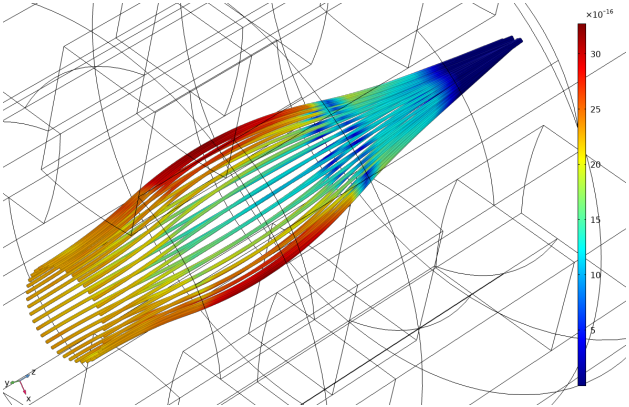


Magnetic induction distribution for $x = 0.2\ \mathrm{m}$ (1st section)

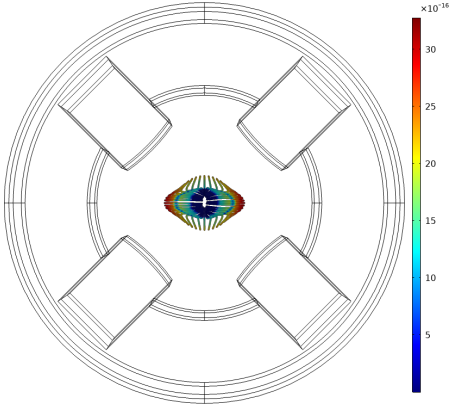


Magnetic induction distribution for $x = 2.0\ \mathrm{m}$ (2nd section)

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Trajectories of charged particles in 3D



Trajectories of charged particles in a plane xy

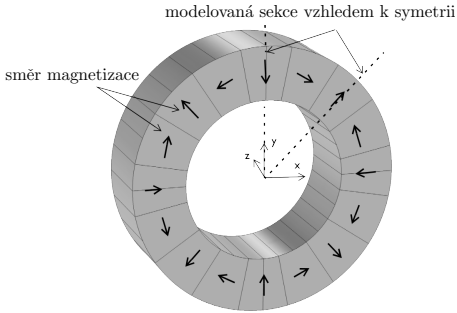
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetické pole Halbachova uspořádání v motoru

The magnetic circuit with permanent magnets in the Halbach arrangement is found in a number of rotating machines. Its advantage is a simple construction with only a minimal magnetic circuit.



The magnetic field is described by the equation in the form

$$\mathrm{rot}\,\frac{1}{\mu}\,(\mathrm{rot}\,\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}_{\mathbf{r}})=\mathbf{0}$$

supplemented by boundary conditions. The magnetic circuit is symmetrical with respect to one pole and the boundary condition is formed by a force line with a constant (in this case zero) value of the magnetic vector potential

$$\boldsymbol{A}=\mathbf{0}.$$

Permanent magnets are defined using remanent induction

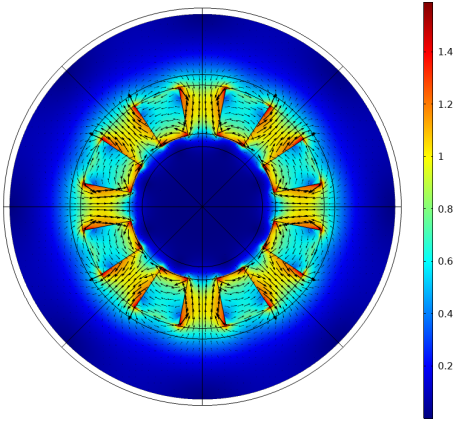
$$\boldsymbol{B}=\mu_0\mu_r\boldsymbol{H}+\boldsymbol{B}_r,$$

where μ_r is 1.05 and B_r is 1.41 T.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

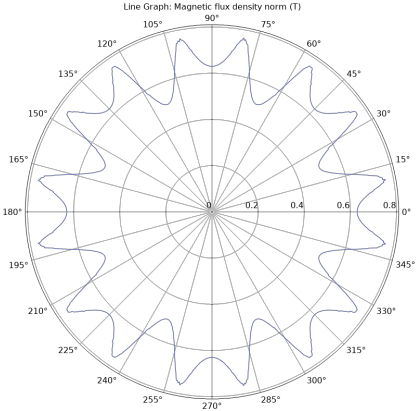


Distribution of the magnetic field and its vectors in the center of the motor

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



The course of magnetic induction in the middle of the air gap (proportional to the reluctance moment)

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetic field mapping can be advantageously used to search for ores with magnetic properties such as magnetite or hematite. These rocks exhibit magnetic properties and generate their own remanent magnetic field ($\mu_r = 650$, $M_r = 5000\,\mathrm{A/m}$), which can be detected very well. This field is superimposed on the Earth's own magnetic field

$$H_{\mathrm{ext},x} = H_{\mathrm{ext}} \cdot \cos(\phi_{\mathrm{inklinace}}) \cdot \sin(\phi_{\mathrm{deklinace}}),$$

$$H_{\mathrm{ext},y} = H_{\mathrm{ext}} \cdot \cos(\phi_{\mathrm{inklinace}}) \cdot \cos(\phi_{\mathrm{deklinace}}),$$

$$H_{\mathrm{ext},z} = -H_{\mathrm{ext}} \cdot \sin(\phi_{\mathrm{inklinace}}).$$

The magnetic field is described by the equation for the scalar magnetic potential φ_m in the form

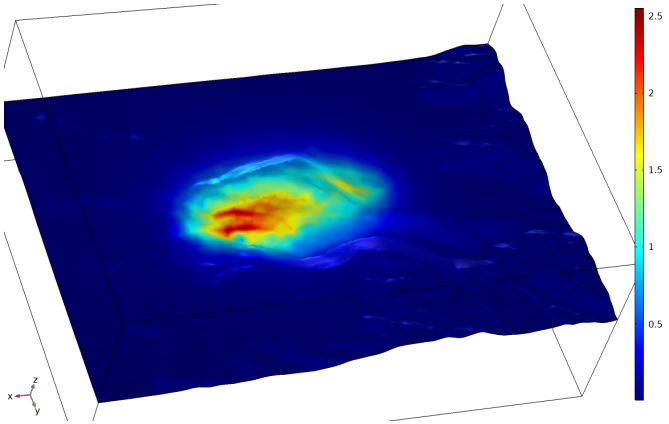
$$-\mathrm{div}\ (\mu \cdot \mathrm{grad}\ \varphi_m - \boldsymbol{B}_{\mathrm{r}} + \mu \boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}) = 0$$

supplemented by boundary conditions $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{0}$. The quantity $\boldsymbol{H}_{\mathrm{ext}}$ represents the magnetic field of the Earth, $\boldsymbol{B}_{\mathrm{r}}$ is the remanent field of the searched ore.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

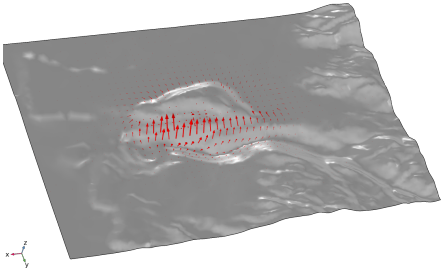


Magnetic field

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

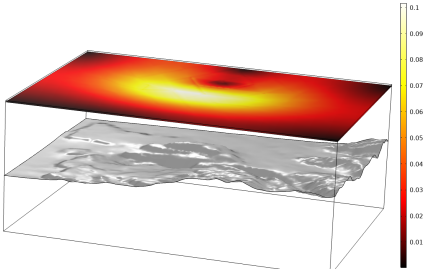


Magnetic field vectors

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Magnetic field (1 400 m)

The site is located in California and the average surface value of the Earth's magnetic field ($H_{\text{ext}} = \mu_0 H_{\text{ext}}$) in this area is 48,163 μ T.

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Praktické příklady z nestacionárního magnetického pole

- Shaking flashlight
- Losses in 3f transformer
- Magnetic Brake

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Flashlight battery

One of the applications using the motion component of the induced voltage is a shaking flashlight. Here, the movement of a permanent magnet in a multi-threaded solenoid is used. Voltage induced by relation

$$u_{\mathrm{i,p}} = \oint_c (\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}) \, \mathrm{d}\boldsymbol{l} \,,$$

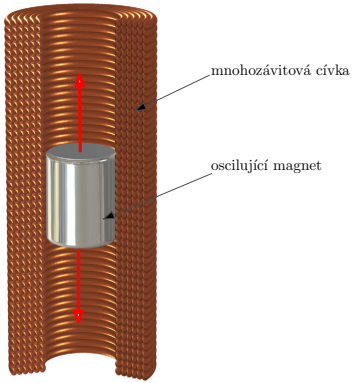
recharges the flashlight battery.

From the point of view of the numerical model, there is a significant distance of the displacement of the magnet, so the model uses a moving and sliding network.

This time the permanent magnet is defined using remanent induction

$$\boldsymbol{B} = \mu \boldsymbol{H} + \boldsymbol{B}_{\mathbf{r}} \,,$$

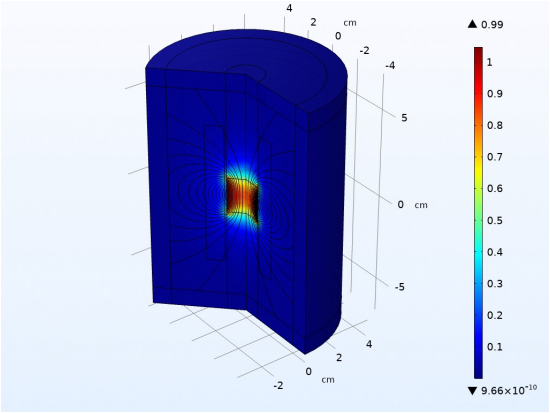
where $B_{\mathrm{r}} = 1.2\,\mathrm{T}$.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Průběh oscilace magnetu a magnetického pole

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Rozložení ztrát v transformátoru

is one of the key parameters for proper machine design, cost minimization and efficient operation.

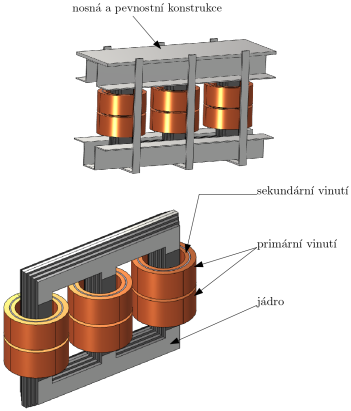
A 3f transformer $400\,\mathrm{kVA}$ - $15\,\mathrm{kV}/400\,\mathrm{V}$ in Y- Δ connection is solved, the primary coils are in two sections with 693 turns, the secondary also two with 32 turns (one turn consists of 4 parallel conductors).

The calculation of losses using a numerical model is compared with an empirical estimate (hysteresis losses + eddy current losses) and a calculation according to Steinmetz's equation

$$P = k \cdot f^a \cdot B^b \,,$$

where $k = 100$, $a = 1$ and $b = 1.6$ are Steinmetz coefficients.

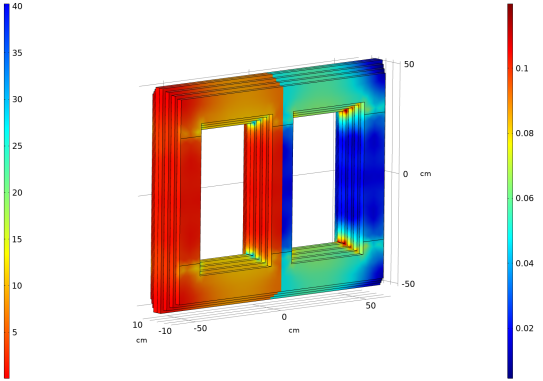
The no-load and short-circuit variant is solved.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

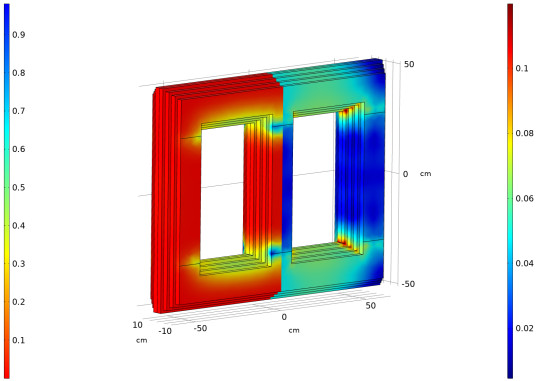


Distribution of losses (left part) and magnetic induction (right part) in the core for no-load transformer

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

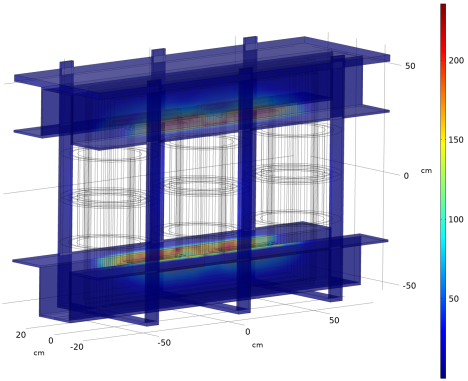


Loss distribution (left part) and magnetic induction (right part) in the short-circuit transformer core

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Distribution of losses on the supporting structure for the short-circuit transformer

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

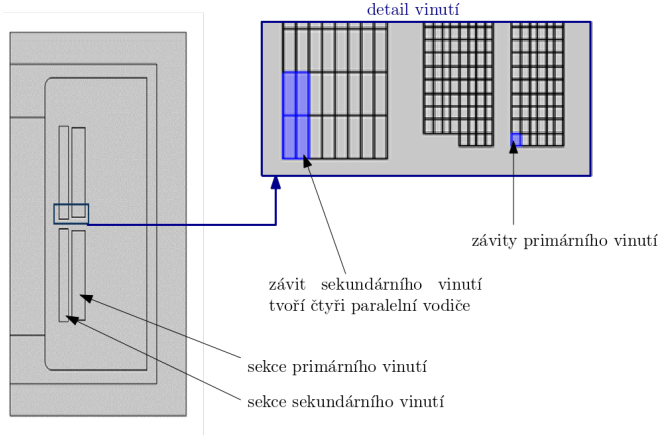
the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

An axially symmetric 2D model can be created from an existing 3D model for the needs of detailed winding analysis.

In the 3D model the winding is modeled as one piece, for a detailed analysis of the influence of frequency and behavior in terms of mechanical properties in the 2D model of the winding it is possible to approach reality and solve as individual windings of the winding.

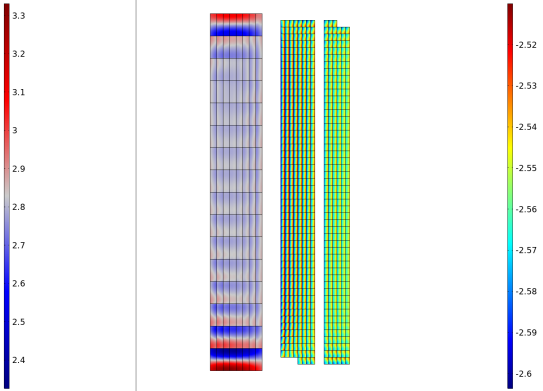
The 2D model is solved for only one phase, it is a study comparing the behavior depending on the frequency, not the total value and the distribution of losses.

Such simplification and partial analysis of the problem is frequent and very beneficial.



EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

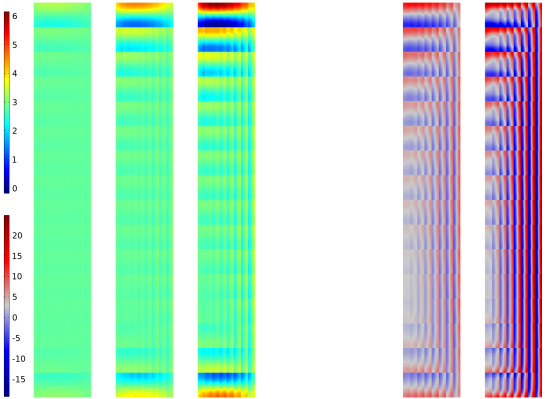


Current density distribution in primary (right) and secondary (left) windings at $f = 50\,\mathrm{Hz}$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Current density distribution in the secondary winding for frequencies (from left) $50\ \mathrm{Hz}$, $100\ \mathrm{Hz}$, $150\ \mathrm{Hz}$, $500\ \mathrm{Hz}$ and $1000\ \mathrm{Hz}$

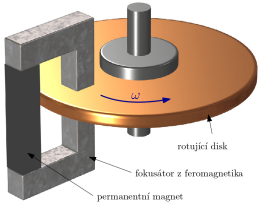
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Magnetická brzda

is a device that uses voltage induced in a conductive environment to slow motion. In its simplest arrangement, it is a conductive disk rotating in a stationary magnetic field generated by a permanent magnet.



The induced torque decelerates the disk, which is described by the standard differential equation (ODE) for angular velocity

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} = \frac{T_z}{M},$$

where T_z z is the component of the torque vector

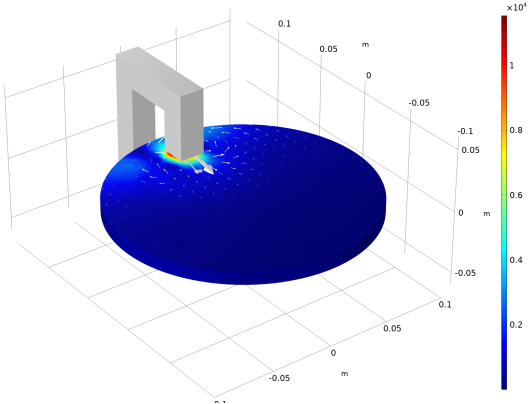
$$\boldsymbol{T} = \int_{\text{disc}} \boldsymbol{r} \times (\boldsymbol{J} \times \boldsymbol{B})\, dV$$

and the moment of inertia M for a disk with radius r and unit thickness is equal to

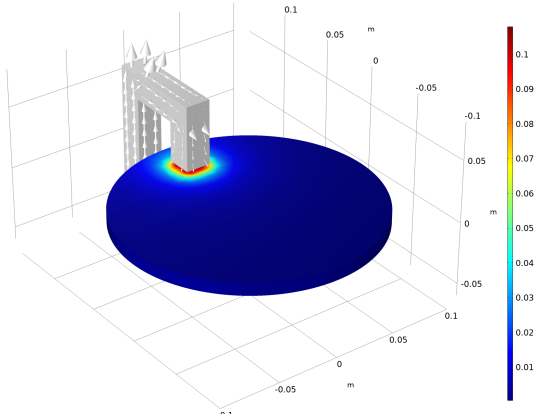
$$M = m\frac{r^2}{2} = \frac{\rho \pi r^4}{2}.$$

EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Distribution of induced currents in the disk

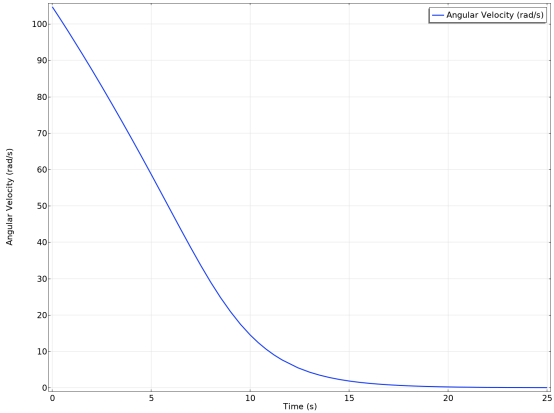


Demonstration of magnetic induction

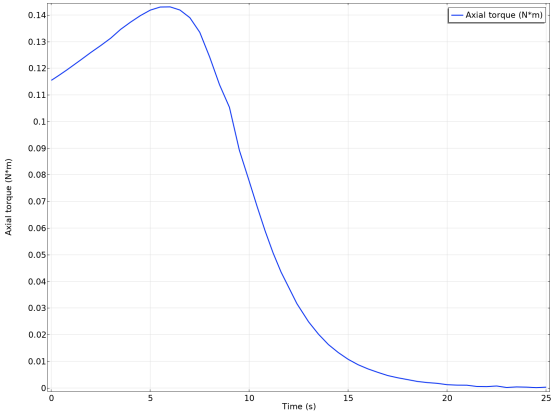
EVROPSKÁ UNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)



Speed change over time



Development of torque over time

EVROPSKÁ ÚNIE
Evropské strukturální a investiční fondy
Operační program Výzkum, vývoj a vzdělávání

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY

the material was prepared under the auspices of ESF II (No. CZ.02.2.69/0.0/0.0/18_056/0013239)

Děkuji za pozornost

Department of electrical engineering and computer modeling
Faculty of electrical engineering
University of West Bohemia in Pilsen